

行政院及所屬各機關出國報告書
(出國類別：開會)

參加韓國央行(BOK)舉辦之「2024 年韓國
央行國際研討會」出國報告

服務機關：中央銀行

姓名職稱：曹體仁/經濟研究處副處長、

張天惠/經濟研究處研究員兼科長、

余軒/經濟研究處助理研究員

派赴國家/地區：韓國/首爾

出國期間：113 年 5 月 29 日至 5 月 31 日

報告日期：113 年 8 月

目 錄

壹、前言.....	1
貳、開幕演說：自然利率作為貨幣政策之指標—SNB 實務見解.....	2
參、研討會主要議題.....	6
一、跨國及跨期人口結構與實質利率.....	6
二、近期全球安全資產供給之發展與對全球自然利率的啟示.....	15
三、以時間序列模型估計自然利率.....	21
四、韓國自然利率.....	24
肆、結論與建議.....	26
參考資料.....	29

參加韓國央行(BOK)舉辦之「2024年韓國央行國際研討會」出國報告

壹、前言

職奉准於民國 113 年 5 月 29 日至 5 月 31 日參加韓國央行(BOK)舉辦之「2024 年韓國央行國際研討會」(2024 Bank of Korea International Conference)，本次 BOK 舉辦之研討會主題為「自然利率之演變與對全球經濟的啟示」(The Evolution of the Natural Interest Rate and Its Implications for the Global Economy)，為期 1.5 日，主要探討自然利率的全球共同趨勢及估計方法、人口結構改變與安全資產供給增加等結構性因素對自然利率的影響、與小型開放經濟體央行如何以自然利率作為政策決策參考與對外溝通等。參加成員除本行外，另包括 IMF、美國、瑞士、日本、智利、菲律賓、斯里蘭卡等專家學者、央行或政府機構代表，約 40 人與會。BoK 邀請瑞士央行(SNB)理事會主席 Thomas J. Jordan 發表開幕演說，另邀請包括巴西 Kapitalo Investimentos 經濟學家 Carlos Carvalho 博士、美國哈佛大學 Ludwig Straub 教授、美國聯準會(Fed Board)經濟學家 Thiago Ferreira 博士、英格蘭銀行(BoE)經濟學家 Ambrogio Cesa-Bianchi 博士、BoK 經濟學家 Kyeongtak Do 博士、美國印地安納大學 Christian Matthes 教授等多位專家學者擔任主講者及與談人。

本報告分為四部分，除前言外；第貳部分為 SNB 理事會主席 Thomas J. Jordan 的開幕演說；第參部分為本次會議的論文重點說明與其政策意涵；第肆部分為心得與建議。

貳、開幕演說：自然利率作為貨幣政策之指標—SNB 實務見解

(The Natural Rate of Interest (r^*) as a Reference Point for Monetary Policy – a Practitioner’s View)

SNB 理事會主席 Thomas J. Jordan 以「自然利率作為貨幣政策之指標—SNB 實務見解」(The Natural Rate of Interest (r^*) as a Reference Point for Monetary Policy – a Practitioner’s View)發表演說。該演講說明瑞士央行(SNB)如何估計與運用自然利率(r^*)，以及其於貨幣政策決策過程中扮演的角色。

(一)自然利率可作為央行貨幣政策決策的重要參考指標，其估計雖存在諸多不確定性，惟可透過綜合評估，並輔以專家判斷降低不確定性

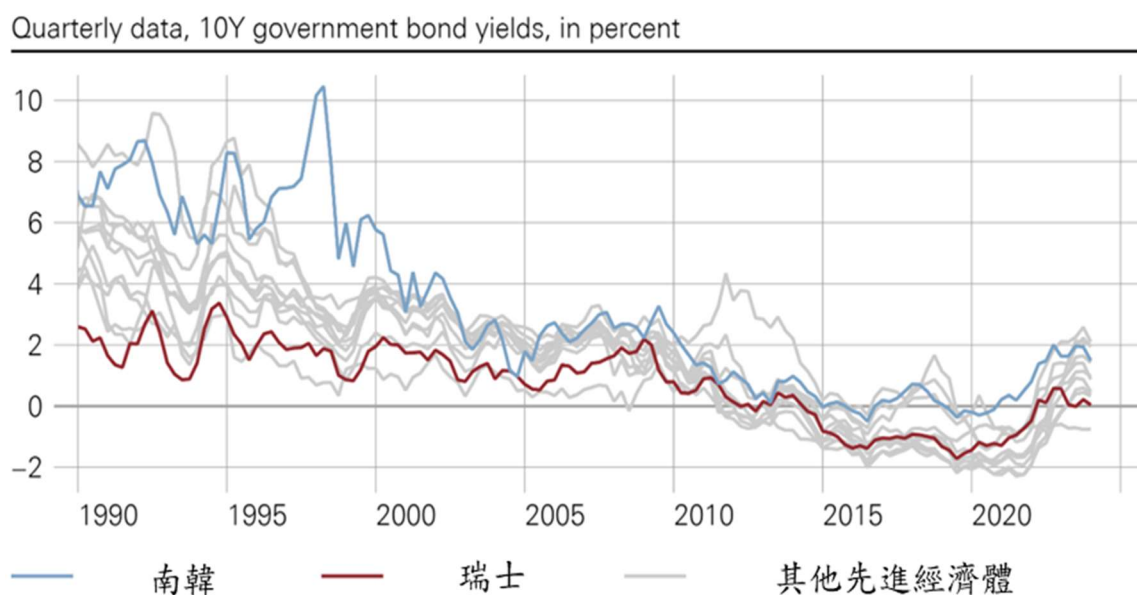
自然利率(r^*)可作為央行貨幣政策的指引，央行政策利率與(名目)自然利率之差距可衡量貨幣政策寬鬆或緊縮之程度，有助瞭解當前的貨幣政策態勢，是央行貨幣政策決策的重要參考指標。惟自然利率無法直接觀測，須透過理論或實證模型推測(infer)，因此，估計上存在諸多不確定性，這使得如何將 r^* 運用於貨幣政策決策過程變得複雜，然而，卻不宜在實際的貨幣政策決策忽略 r^* 的角色。

r^* 估計值應反映經濟的實際和長期結構性變化，因此，實際估計應遵循如 r^* 應不受景氣循環性(cyclical)、短期變動，以及不被貨幣政策影響等原則。此外， r^* 估計不宜僅仰賴單一模型，應考量以點估計加上信賴區間說明或是採多模型評估，另輔以專家判斷(expert judgement)有助減緩估計之不確定性。

(二)全球自然利率具長期下降之共同趨勢，惟 COVID-19 疫情後已反轉走升，未來仍須持續關注影響因素

過去 30 年來，先進經濟體 10 年期公債實質利率呈長期下降，甚至於 2015 年後轉為負值，促使全球自然利率有長期下降的共同趨勢，瑞士亦是如此(圖 1)。主要係因全球儲蓄增加、對安全資產的需求上升、與全球金融危機後潛在產出成長下降使固定投資需求減弱等。COVID-19 疫情後，瑞士與主要經濟體之自然利率皆走升，除了受到主要央行為控制通膨而採緊縮性貨幣政策外，人口老化、儲蓄減少、政府財政赤字上升、新技術帶來的生產力提升以及綠色轉型帶來的投資增加等因素都可能推高利率，惟目前斷定自然利率的趨勢出現轉折仍言之過早，央行應持續分析影響自然利率之結構性因素。

圖 1 10 年期公債實質利率



資料來源：Jordan (2024)

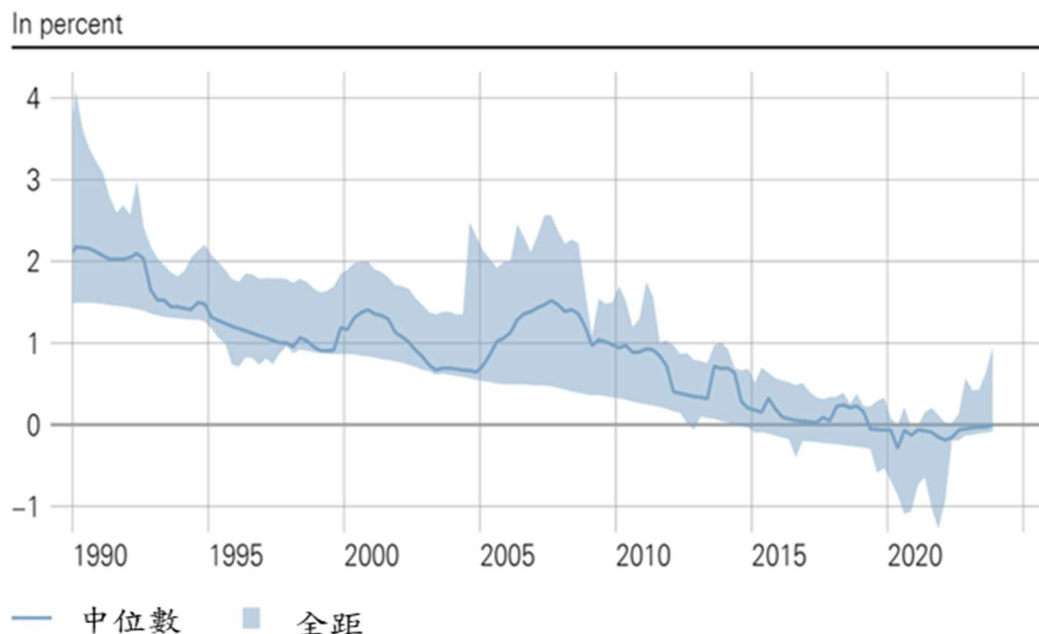
(三)SNB 應用 r^* 的實務經驗

由於 r^* 無法觀察而須以模型估計，其估計值應僅反映經濟結構性變化。雖 SNB 採用許多不同的模型對 r^* 進行估計，但 r^* 估計值

仍存在高度不確定性，包括模型及估計值的統計不確定性，進而使其於貨幣政策決策過程中的使用受限。以 SNB 利用 r^* 提供貨幣政策決策的經驗來說，SNB 先使用組合分析法(portfolio approach)估計與政策相關的 r^* (policy-relevant r^*)，再透過風險管理方法(risk management approach)，亦即建構不同利率軌跡下的中期(medium-term)通膨預測之情境分析(scenario)，以評估不同情境下的通膨風險與 r^* 之高低估可能性，最後由專家判斷以評估合適的貨幣政策。

因此，首先會先以模型估計 r^* ，後由專家專業判斷挑選出數個較具可信度的模型估計值，再取其中位數作為與政策相關 r^* 的估計值，最後透過交叉檢驗評估其與其他經濟指標間的一致性，如當實質利率及通膨率較低，且產出成長無明顯上升時，表示此時 r^* 應處於較低的水準。圖 2 為 SNB 的 r^* 估計值，該圖可發現 COVID-19 疫情爆發後， r^* 估計值的範圍較疫情前擴大。

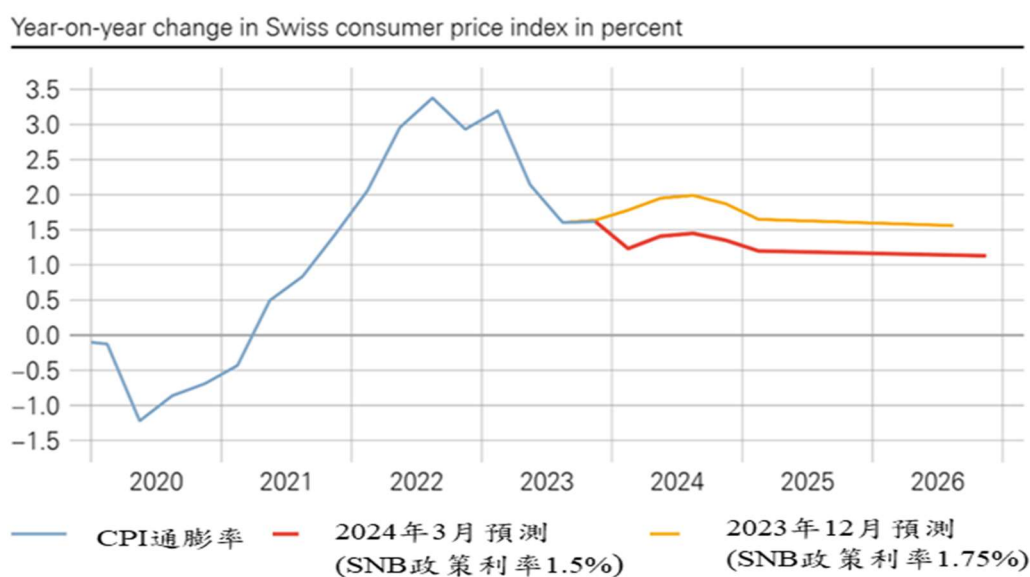
圖 2 SNB r^* 估計值中位數與其範圍



資料來源：Jordan (2024)

SNB 另以實際案例說明風險管理方法之運作。風險管理方法對央行因應不確定性至關重要，可有效地協助央行評估 r^* 高估或低估等不同情境對通膨預測的影響。 r^* 高估會對通膨預測造成下行風險；反之，低估則可能對通膨預測形成上行風險。以 SNB 本(2024)年 3 月降息 1 碼的貨幣政策決策過程為例，當時 SNB 條件(conditional)通膨預測顯示中期通膨率在 1%左右， r^* 估計結果顯示若 r^* 低估則會對通膨預測形成上行風險，但 SNB 認為此情境發生的可能性不大，且即使 r^* 確實比預期稍高，通膨預測仍能維持在 0%至 2%間的中期通膨目標區間內，因此，SNB 決議將政策利率調降至 1.5%(圖 3)。

圖 3 SNB 的條件通膨預測



資料來源：Jordan (2024)

(四)小結

鑒於估計的高度不確定性，公佈精準的 r^* 數值或相對較寬的 r^* 範圍反而易誤導民眾，應定期於對外溝通中(如演講或記者會等)傳遞央

行對利率長期發展的看法，特別是若有發生結構性變動時。 r^* 是央行貨幣政策的重要參考指標，然而因其無法被直接觀察，需要從既有資料以理論推估或實證模型進行估計，而此估計存在不確定性，但貨幣政策若忽略 r^* 亦是錯誤的。SNB 的任務是將各模型估計的不同 r^* 轉化為對貨幣政策攸關的 r^* 。透過通膨預測情境分析的風險管理方法，SNB 使其貨幣決策在未來不同情境下保持可相應調整的餘裕空間。了解並掌握各驅動 r^* 改變的結構性因素之演進相當重要，這仰賴央行內部人員與學界之研究及學術交流。

參、研討會主要議題

一、跨國及跨期人口結構與實質利率

(Demographics and Real Interest Rates Across Countries and Over Time)

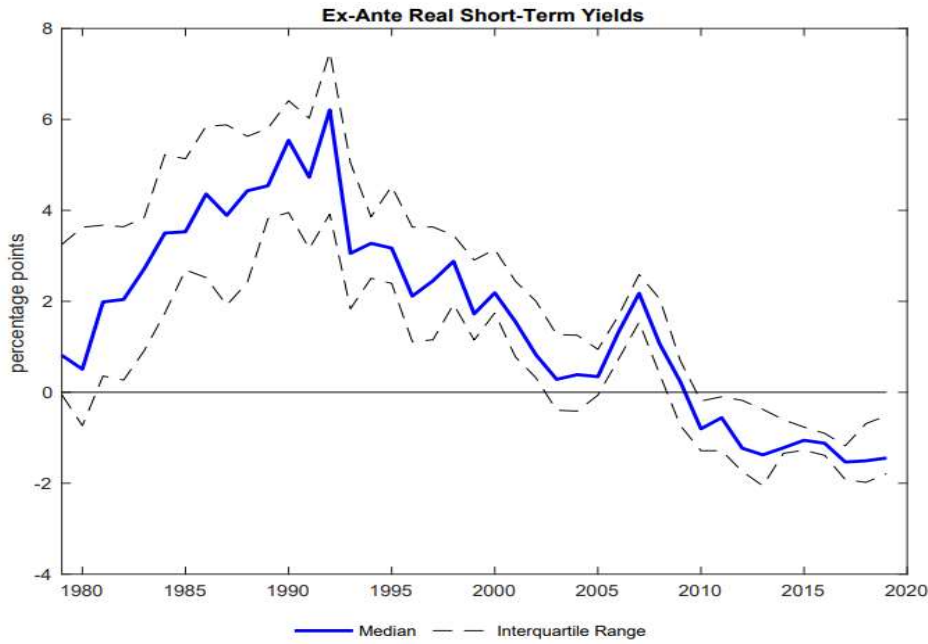
作者：Carlos Carvalho, Andrea Ferrero, Felipe Mazin, and Fernanda Nechio

(一)研究背景與目的

圖 4 顯示自 1990 至 2020 年 COVID-19 疫情發生前，OECD 國家的實質利率呈長期下降，且各國的短期實質利率分布愈趨集中。自 2022 年開始，隨主要國家央行提高政策利率以抑制通膨，實質利率有反轉上升的跡象，往後實質利率走勢終將取決於推動全球實質利率變動的結構性因素，甚至可能由低頻長期結構趨勢主導，回到疫情前的低利率走勢(Blanchard, 2023)。

Carvalho et al. (2023)將 Carvalho et al. (2016)之封閉經濟模型擴展為三國一般均衡模型，考慮全球人均餘命與扶養比長期上升、勞動年齡人口增長率下降等人口結構的長期趨勢，及國際金融整合度變化，並結合計量實證，模擬全球實質利率未來走勢。

圖 4 OECD 國家短期實質利率



資料來源：Carvalho et al. (2023)

說明：實線為 OECD 國家短期實質利率中位數，虛線為四分位距。

(二)研究方法

該文闡述建構一個跨國重疊世代(overlapping generations, OLG)模型，考量資本不完全移動，探討人口結構老化與國際資本移動對自然利率的影響。此模型主要特色是一國的自然利率會受到本身人口結構與全球人口結構的變化影響。

1.DSGE 模型說明

模型假設世界有 $m \in 1, \dots, M$ 的經濟體，每個經濟體存在工作者(數目以 $N_{m,t}^w$ 表示)與退休者(數目以 $N_{m,t}^r$ 表示)，工作者有隨機的機會退休(不論年資，機率以 $1 - \omega_{m,t}$ 表示)，退休者有有隨機的機會死亡(不論年齡或退休年數，機率以 $1 - \gamma_{m,t}$ 表示)。工作者與退休者選擇每期消費與資產配置，其資產可配置於國內資產(包括政府債券 $B_{m,t}$ 表示、資本財 $K_{m,t}$ 表示)與他國資產，但配置於他國資產時會衍生持有成本，該成本取決於他國資本移動自由度，亦即與國際資本市場整合程度。

人口結構動態如下，每期有 $(1 - \omega_{m,t} + n_{m,t})N_{m,t-1}^w$ 數目的新工作者出生，而 $(1 - \omega_{m,t})N_{m,t-1}^w$ 的工作者退休，因此當前勞動力的成長率為 $n_{m,t}$ ：

$$N_{m,t-1}^w = (1 + n_{m,t})N_{m,t}^w \quad (1)$$

而扶養比 $\psi_{m,t}$ 的演進為：

$$\psi_{m,t} \equiv \frac{N_{m,t}^r}{N_{m,t}^w} = \frac{(1 - \omega_{m,t}) + \gamma_{m,t}\psi_{m,t-1}}{1 + n_{m,t}} \quad (2)$$

退休者考率未來死亡風險，決定消費與資產配置選擇以極大化其價值函數(value function)

$$V_{m,t}^{rj} = \max_{C_{m,t}^{rj}, \{A_{ml,t}^{rj}\}_{l=1}^M} [(C_{m,t}^{rj})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \beta_m \gamma_{m,t+1} (V_{m,t+1}^{rj})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (3)$$

其中 $C_{m,t}^{rj}$ 是 m 國第 j 期出生的退休者之消費， $A_{ml,t}^{rj}$ 是退休者投入 l 國的資產數額， β_m 是效用折現率， σ 為跨期替代彈性。而退休者之當期預算限制式為

$$C_{m,t}^{rj} + \left[1 + \sum_{l \neq m}^M \frac{\Lambda_{ml,t}}{2} (\eta_{ml,t}^{rj})^2 \right] \sum_{l=1}^M A_{ml,t}^{rj} = \frac{1}{\gamma_{m,t}} \sum_{l=1}^M R_{l,t-1} A_{ml,t-1}^{rj} + E_{m,t}^{rj} \quad (4)$$

其中 $\Lambda_{ml,t}$ 是 m 國持有第 l 國資產的持有成本， $\eta_{ml,t}^{rj}$ 是第 l 國資產占退休投資組合的比例， $R_{l,t-1}$ 是第 l 國資產的報酬率， $E_{m,t}^{rj}$ 是來自政府的退休金給付。

工作者考慮下期可能繼續工作或隨機退休，亦選擇消費與資產配置決策，其價值函數為

$$V_{m,t}^{wj} = \max_{C_{m,t}^{wj}, \{A_{ml,t}^{wj}\}_{l=1}^M} \left\{ (C_{m,t}^{wj})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \beta_m [\omega_{m,t+1} V_{m,t+1}^{wj} + (1 - \omega_{m,t+1}) V_{m,t+1}^{rj}]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right\}^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (5)$$

其中 $C_{m,t}^{wj}$ 是 m 國第 j 期出生的工作者之消費， $A_{ml,t}^{wj}$ 是工作者投入 l 國的資產數額。而工作者之當期預算限制式為：

$$\begin{aligned} C_{m,t}^{wj} + \left[1 + \sum_{l \neq m}^M \frac{\Lambda_{ml,t}}{2} (\eta_{ml,t}^{wj})^2 \right] \sum_{l=1}^M A_{ml,t}^{wj} \\ = \frac{1}{\gamma_{m,t}} \sum_{l=1}^M R_{l,t-1} A_{ml,t-1}^{wj} + W_{m,t} - T_{m,t} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\Lambda_{ml,t}$ 是 m 國持有第 l 國資產的持有成本， $\eta_{ml,t}^{wj}$ 是第 l 國資產占工作投資組合的比例， $W_{m,t}$ 是薪資收入而 $T_{m,t}$ 是政府課徵之定額稅。

達到均衡時，工作者與退休者不論年齡(與工作或退休年數)皆有相同的資產配置比例，惟退休者與工作者的邊際消費傾向不同。在生產面，廠商為完全競爭，以下列 Cobb-Douglas 生產函數生產同質消費品

$$Y_{m,t} = (X_{m,t} N_{m,t}^w)^{\alpha} K_{m,t-1}^{1-\alpha} \quad (7)$$

其中 $X_{m,t}$ 為生產力， $K_{m,t-1}$ 為資本財(折舊率為 δ)，生產力成長率為 $x_{m,t}$ ：

$$X_{m,t} = (1 + x_{m,t}) X_{m,t-1} \quad (8)$$

政府預算限制式為

$$G_{m,t} + E_{m,t} + R_{m,t-1}B_{m,t-1} = B_{m,t} + T_{m,t} + \sum_{l \neq m} \frac{\Lambda_{lm,t}}{2} (\eta_{lm,t} - \bar{\eta}_{lm})^2 A_{lm,t} \quad (9)$$

本國居民持有之本國資產數額為本國資本財與政府債券存量減去外國人持有之本國資產數額：

$$A_{mm,t} = K_{m,t} + B_{m,t} - \sum_{l \neq m} A_{lm,t} \quad (10)$$

本國淨國外資產為：

$$F_{m,t} = \sum_{l \neq m} (A_{ml,t} - A_{lm,t}) \quad (11)$$

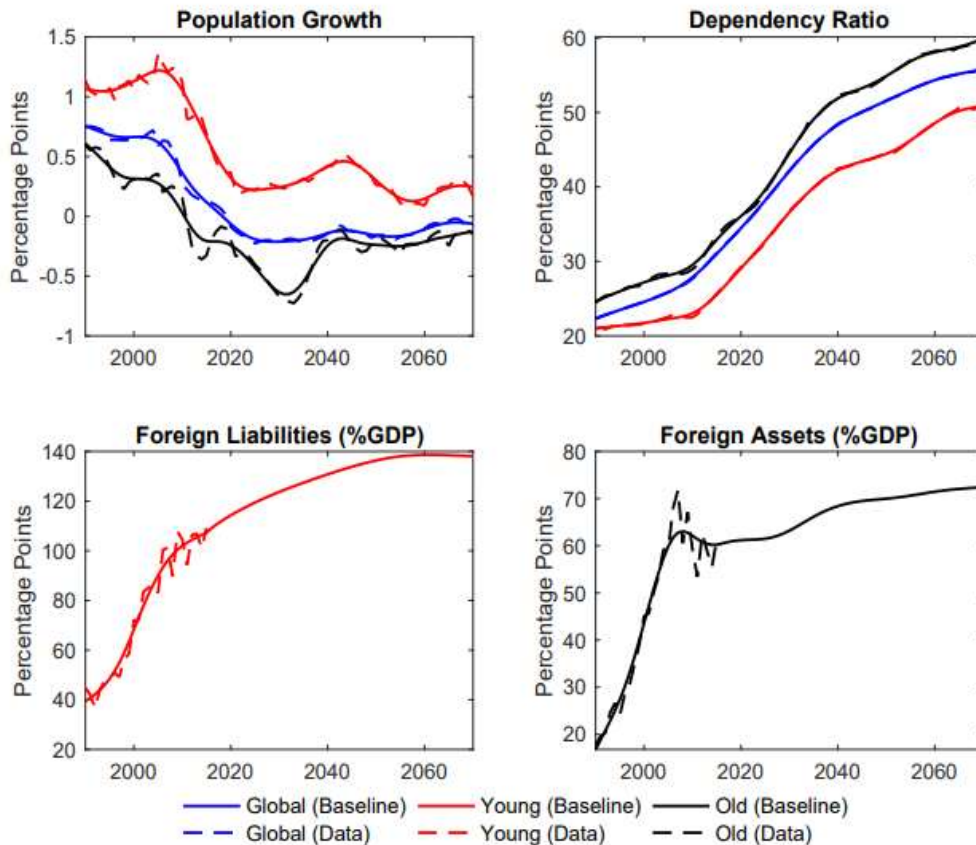
最後，全球資產市場均衡的條件是各國的淨國外資產加總為0，

$$F_{m,t} = \sum_{l \neq m} (A_{ml,t} - A_{lm,t}) \quad (12)$$

該文以 OECD 國家自 1990 年以來的資料校準 DSGE 模型參數。DSGE 的模擬期間是 1990 年至 2070 年，作者將全球經濟區分為 3 個經濟體 ($M = 3$)，分別是年輕小型開放經濟體 (Young)、年老小型開放經濟體 (Old)、及其他國家 (RoW)。年輕經濟體於初始期有較高的勞動力成長率、較低的扶養比與較低的效用折現率 (較偏向當期消費)，因此有淨國際負債；年老經濟體於初期有較低的勞動力成長率、較高的扶養比與較高的效用折現率，並有淨國際資產；RoW 的初始參數則介於兩者之間。在初始期後，作者調整人口結構參數以及資產持有成本以符合圖 5 人口成長、扶養比與淨國際部位的過去與未來預期路徑。由圖 5 可看出各國人口成長趨緩，且除年輕經濟體外，於 2010

年後進入負成長；扶養比在未來持續上升；國際金融整合程度自 1990 年開始大幅提高，惟自約 2010 年以後整合程度成長趨緩。

圖 5 人口結構趨勢與國際金融整合程度校準



資料來源：Carvalho et al. (2023)

說明：虛線為實際資料(資料來源為聯合國資料庫)，實線則為模型的模擬路徑，國際資產部位的模擬路徑為實際資料 HP filter 之趨勢值投射至未來各期。

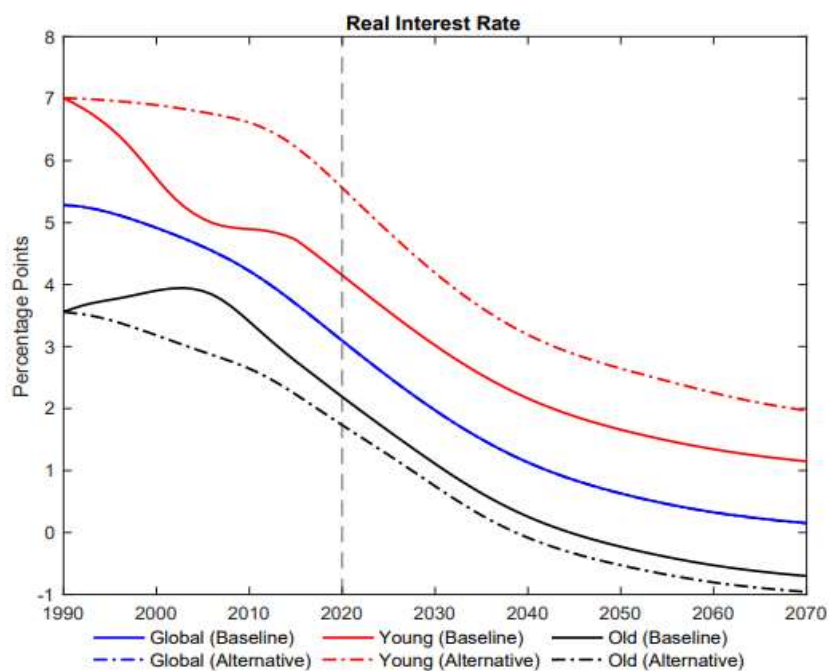
2. 計量模型概述

該文另以誤差修正模型(error correction model, ECM)對 19 個 OECD 國家自 1979 年至 2019 年的追蹤資料進行實證，探討全球利率水準、人口年齡結構變數(平均壽命與勞動力增長率)、及其他國家層面控制變數(包括 TFP 增長、政府債務占 GDP 比率、退休金支出、基尼係數)等對各國實質利率的影響，並參考 Lane and Milesi-Ferretti (2017)將解釋變數與各國金融開放程度之衡量取交互作用項，以探討其連動效果。

(三)研究結果

1. DSGE 模型主要模擬結果：該文模擬出生率降低與死亡率降低兩項造成人口結構變化的因素，死亡率降低使人均壽命增長，會使人們多儲蓄以儲備退休金，出生率下降則降低工作年齡人口，使撫養比 (dependency ratio) 提高，兩者皆傾向造成自然利率下降。資本移動摩擦則是避免各國自然利率完全收斂至均等。以下呈現依圖 5 路徑校準模型參數的各國實質利率路徑模擬結果，以及與反事實模擬結果之比較(可分離出影響改變利率走勢的決定因素影響效果)。

圖 6 實質利率路徑與控制國際金融整合程度不變之模擬



資料來源：Carvalho et al. (2023)

說明：實線為依圖 5 路徑模擬之各國實質利率，虛線則為控制國際金融整合程度於 1990 年後不變的反事實模擬路徑。

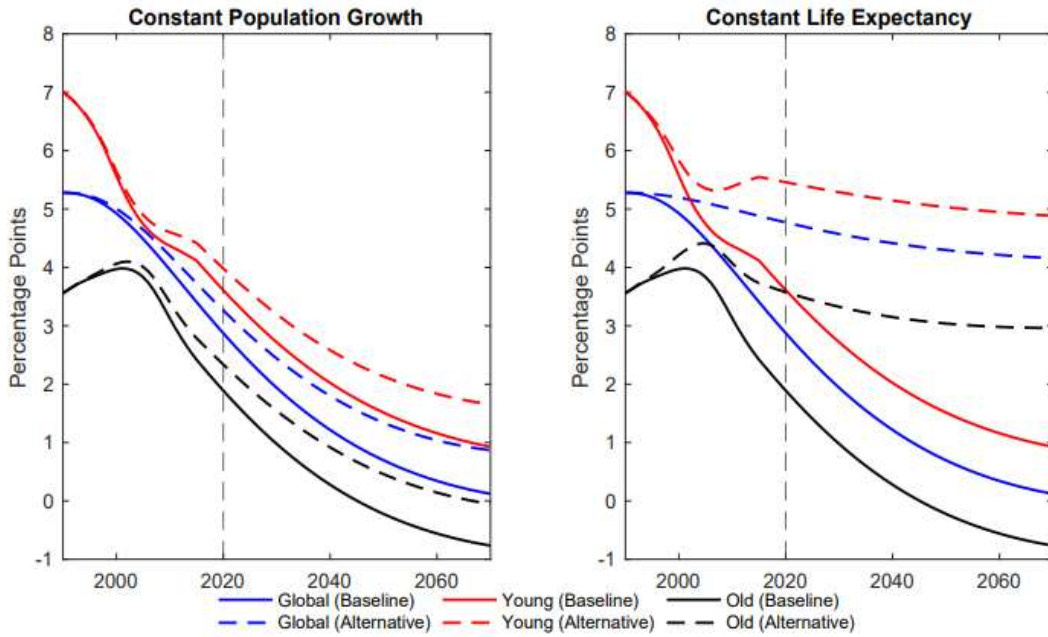
圖 6 中實線為依圖 5 之路徑參數校準模擬的各國實質利率走勢，虛線為控制金融整合程度於 1990 年的水準不變的反事實模擬走勢。國際金融整合程度並不改變全球整體的實質利率走勢(藍色實線)，但整合程度提高使年輕經濟體與年老經濟體的實質利率更趨近一致(更

接近全球實質利率)。在反事實之國際金融整合程度固定下，年輕經濟體與年老經濟體的實質利率趨勢由各自(依圖 5)的人口結構演變主導；而因實際上國際金融整合提高，兩個小型開放經濟的實質利率走勢皆受全球人口結構趨勢影響。

圖 7 中實線為依圖 5 之路徑參數校準模擬的各國實質利率走勢，圖左虛線為控制勞動力成長率於 1990 年後不變的反事實模擬路徑。若控制勞動力成長率不變，則各國實質利率都會提高。圖右虛線為控制預期壽命於 1990 年後不變的反事實模擬路徑。若預期壽命沒有增加，則預防性儲蓄的動機較弱，儲蓄減少使實質利率的下降更緩和。比較圖左與圖右，可發現因餘命增加帶來的預防性儲蓄解釋 80% 國際實質利率下降的移動，而勞動力增長率趨緩之影響較小。這是因為預期餘命增加帶來的預防性儲蓄動機同時影響工作者與退休者(但對工作者影響較大)。而勞動力增長趨緩使每位工作者資本財增加，因此壓低資產報酬率，但亦改變人口結構，使退休者占人口比例上升(扶養比上升)。因退休者有更高的邊際消費傾向，帶來儲蓄下降、實質利率上升的效果，抵銷前項描述之效果。圖 7 顯示擴展到開放經濟後，Carvalho et al. (2016)對預期餘命增加與勞動力增長趨緩的相對效果之比較仍成立。

此理論模型最重要的結論是，若比較基準模型與將人口增長率固定或將人均壽命固定兩種反事實模擬情境，顯示人均壽命提高解釋大部分全球實質利率下降的長期趨勢，餘命增加使人們預防性儲蓄的動機增強可能是造成實質利率下降的主要因素。另外，自 1990 年代起國際金融整合程度提高則使不同國家的實質利率分布愈趨向集中，使小型開放經濟實質利率更受全球人口趨勢影響，符合經濟直覺。

圖 7 控制勞動力成長率與預期餘命不變之反事實模擬實質利率



資料來源：Carvalho et al. (2023)

說明：實線為依圖 5 路徑模擬之各國實質利率，圖左虛線為控制勞動力成長率於 1990 年後不變的反事實模擬路徑；圖右虛線為控制預期壽命於 1990 年後不變的反事實模擬路徑。

2. 誤差修正模型主要實證結果：

- (1) 實證結果顯示全球利率水準、平均壽命、勞動力增長率、政府債務占 GDP 比率、退休金支出顯著的影響各國實質利率，而各國 TFP 增長與基尼係數的迴歸係數則不顯著，平均壽命增加使實質利率下降，勞動力增長提高則使實質利率上升，影響方向皆與理論模型相符。
- (2) 勞動力增長率對實質利率的影響效果超過平均壽命變動的影響，則與理論模型不符。

二、近期全球安全資產供給之發展與對全球自然利率的啟示

(Recent Developments in Safe Asset Scarcity and Implications for Global Neutral Interest Rates)

作者：Thiago Ferreira and Samer Shousha

(一)研究背景與目的

自 1990 年至 2019 年全球實質利率走勢顯示全球自然利率下降，而美國自 2008 年金融海嘯後的財政擴張則使美國公債(安全資產)餘額持續增長，作者以實證研究估計與探討各結構性因素對 11 個先進經濟體自 1960 年至 2024 年的自然利率走勢的影響效果，該文特色是涵蓋自 1960 年開始的較長期跨國資料，並特別著重估計安全資產的需求與供給、美國公債的便利收益率(convenience yield, 即相同到期期限的公司債與美國公債殖利率差距)，以及其他全球外溢效果對自然利率於不同期間之影響。

該文參考 Uribe (2022)為模型基礎，設定跨國狀態空間模型，觀測變數為各國的失業率、通膨率與名目利率，此三個觀測變數被拆解為各自的景氣循環項與各國失業率、貨幣供給與自然利率之趨勢，景氣循環項受到不同結構衝擊與前述各趨勢項變動的影響，而自然利率的趨勢變動則設定由安全資產的需求及供給變動、生產力趨勢變動、工作年齡人口比例、便利收益率變動與其他國際外溢效應(即他國生產力趨勢變動與工作年齡人口比例變動加總)等結構衝擊影響。

(二)研究方法

以下標 j 表示國家(或經濟體)， t 表示第 t 期，作者設定跨國狀態空間模型之觀測方程式(measurement equation，即連結實際資料與模型狀態變數)如下：

$$Y_{j,t} \equiv \begin{bmatrix} u_{j,t} \\ \pi_{j,t} \\ I_{j,t} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \hat{u}_{j,t} \\ \hat{\pi}_{j,t} \\ \hat{I}_{j,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{j,t}^u \\ X_{j,t}^m \\ X_{j,t}^r \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中， $u_{j,t}$ 、 $\pi_{j,t}$ 、 $I_{j,t}$ 分別為該國當期之失業率、通膨率、名目政策利率實際值， $\hat{u}_{j,t}$ 、 $\hat{\pi}_{j,t}$ 、 $\hat{I}_{j,t}$ 分別為其循環項(屬於模型的狀態變數)，而 $X_{j,t}^u$ 、 $X_{j,t}^m$ 、 $X_{j,t}^r$ 則分別為失業率、貨幣供給與實質自然利率的隨機趨勢項。而模型的狀態方程式則設定為：

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_{j,t} \\ \hat{\pi}_{j,t} \\ \hat{I}_{j,t} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} \hat{u}_{j,t-1} \\ \hat{\pi}_{j,t-1} \\ \hat{I}_{j,t-1} \end{bmatrix} + CZ_{j,t} \quad (14)$$

其中 $Z_{j,t}$ 為外生衝擊向量，包括失業率、貨幣供給與實質自然利率趨勢變動的外生隨機衝擊(分別以 $x_{j,t}^u$ 、 $x_{j,t}^m$ 、 $x_{j,t}^r$ 標示)，以及暫時性貨幣政策衝擊、暫時性總合需求衝擊、暫時性總合供給衝擊(分別以 $z_{j,t}^p$ 、 $z_{j,t}^d$ 、 $z_{j,t}^s$ 標示)；該文假設 $x_{j,t}^u$ 、 $x_{j,t}^m$ 、 $z_{j,t}^p$ 、 $z_{j,t}^s$ 為 i. i. d. (independent and identically distributed) 衝擊，而 $z_{j,t}^d$ 遵循 AR(1)隨機過程。至於影響實質自然利率變動 $x_{j,t}^r$ 的因素如下列：

$$\begin{aligned} x_{j,t}^r = & \beta_{prod} \Delta prod_{j,t} + \beta_{ws} \Delta ws_{j,t} + \beta_{ss} \Delta ss_t + \beta_{sd} \Delta sd_t \\ & + \beta_{cy} \Delta cy_t + \beta_{gs} g_{j,t-1} + \epsilon_{j,t} \end{aligned} \quad (15)$$

除了 $\epsilon_{j,t}$ 為殘差項，解釋變數 $\Delta prod_{j,t}$ 為該國生產力趨勢變動。 $\Delta ws_{j,t}$ 為該國工作年齡人口占總人口比例變動。 Δss_t 為全球安全資產供給變動。 Δsd_t 為全球安全資產需求變動。 Δcy_t 為安全性收益變動。 $\Delta g_{j,t-1}$ 為國際實質自然利率變動對該國的外溢效果。本項以其他國家前期生產力成長趨勢變動與工作年齡人口占比變動對他國實質自然利率影響效

果之加總衡量：

$$g_{j,t-1} = \sum_{i \neq j} \omega_i^j (\beta_{prod} \Delta prod_{i,t-1} + \beta_{ws} \Delta ws_{i,t-1}) \quad (15)$$

由以上模型描述可知，該文估計一國實質自然利率變動並非純粹由計量經濟的認定限制出發，而是著重捕捉各長期結構性因素對 r^* 的影響。此外，允許開放經濟趨勢項的變動會影響失業率、通膨率、利率的循環項，以與過去文獻的發現相符。

式(14)中，外生衝擊向量 $Z_{j,t}$ 之排序為： $[x_{j,t}^m; z_{j,t}^p; x_{j,t}^u; z_{j,t}^d; x_{j,t}^r; z_{j,t}^s]$ ，而係數矩陣 C 為 -3×5 矩陣，作者設定其符號限制為：

$$\left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \cdot & C_{12} \geq 0 & \cdot & C_{14} = -1 & C_{15} = 0 & C_{16} \geq 0 \\ \cdot & C_{22} \leq 0 & \cdot & C_{24} \geq 0 & C_{25} = 0 & C_{26} = 1 \\ \cdot & C_{32} = 1 & \cdot & \cdot & C_{35} = -1 & \cdot \\ (x_{j,t}^m) & (z_{j,t}^p) & (x_{j,t}^u) & (z_{j,t}^d) & (x_{j,t}^r) & (z_{j,t}^s) \end{array} \right] \quad (16)$$

其中 \cdot 表示無特定符號限制。首先，作者假設實質自然利率趨勢變動 $x_{j,t}^r$ 在當期不影響失業率與通膨率循環項 ($C_{15} = 0$ 、 $C_{25} = 0$)，故亦不影響名目政策利率 ($C_{35} = -1$)。暫時性貨幣政策衝擊 $z_{j,t}^p$ 在當期使失業率上升 ($C_{12} \geq 0$)、通膨率下降 ($C_{22} \leq 0$)，並使名目政策利率等幅上升 ($C_{32} = 1$)。暫時性總合需求衝擊 $z_{j,t}^d$ 使失業率等幅下降 ($C_{14} = -1$)，並使通膨率上升 ($C_{24} \geq 0$)，而對名目政策利率則無符號限制。最後，暫時性總合供給衝擊 $z_{j,t}^s$ 使失業率上升 ($C_{16} \geq 0$)，通膨率等幅上升 ($C_{26} = 1$)，對名目政策利率則亦無符號限制。

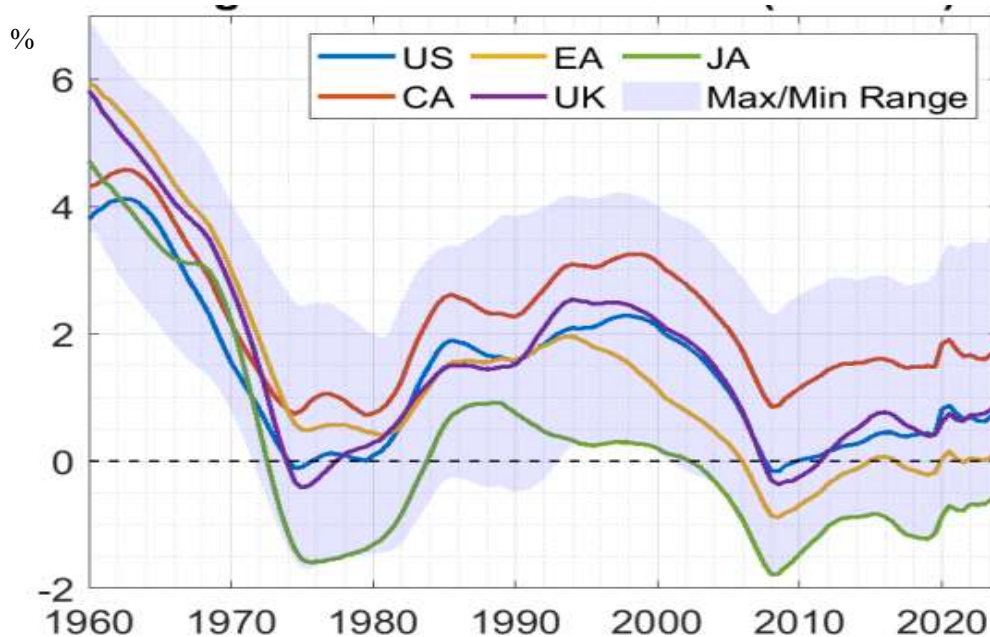
(三) 研究結果

前述跨國狀態空間模型使用 Kalman Filter 估計，主要之估計結果

如下：

1. 樣本期間內先進經濟體實質自然利率有兩次大幅度下降，分別為 1960 年至 1975 年與 1995 年至 2007 年，而 2009 年全球金融海嘯後實質自然利率略呈上升趨勢；2020 年新冠疫情則使先進經濟體實質自然利率略為彈升(圖 8)。

圖 8 各國長期實質自然利率



資料來源：Thiago and Shousha (2024)

說明：US 為美國，EA 為歐元區，JA 為日本，CA 為加拿大，UK 為英國；陰影區域為全部樣本國家估計值之全距。

表 1 呈現美國實質自然利率變動之決定因素。在全部樣本期間內，全球外溢效應均為壓低自然利率的因素。自 2009 年以後，生產力增長減緩與勞動年齡人口下降總和效果使實質自然利率下降達 0.8 個百分點。值得注意的是，自 2009 年以後，安全資產供給增加使美國實質自然利率上升，其推升效果超過其他傾向使實質自然利率下降之因素，造成 2009 年以後實質自然利率呈上升趨勢。若無 2008 年後安全資產供給大幅度上升，美國實質自然利率至 2024 年會低於-1%，

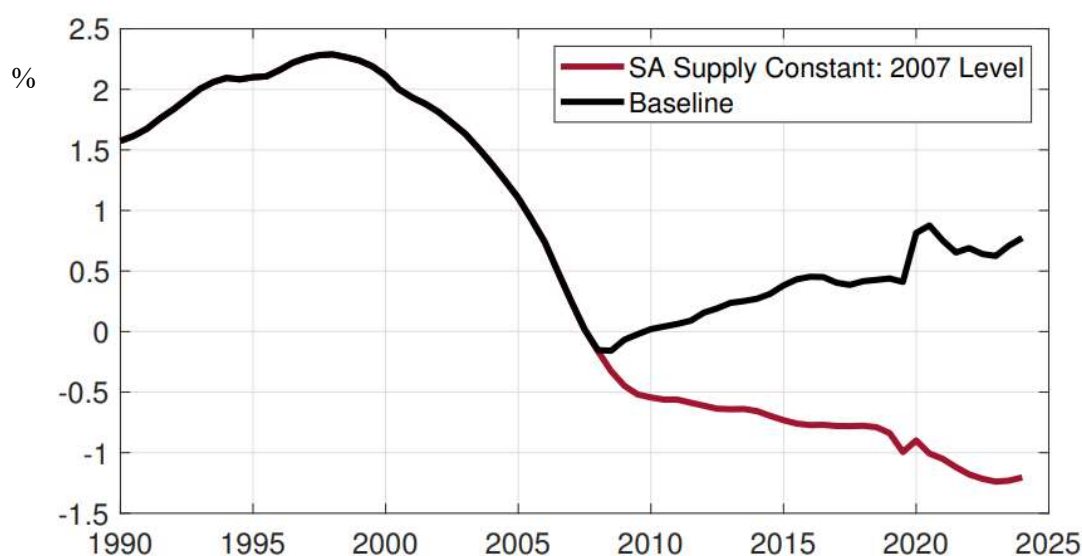
比目前下降約 2 個百分點(圖 9)。

表 1 美國實質自然利率變動之決定因素

	1960-1974	1975-1994	1995-2007	2008-2019	2020-2024
安全資產供給	-1	0.7	-0.4	1.4	0.6
安全資產需求	-0.1	0	-0.1	-0.2	0.1
便利性收益	-1.8	1.1	-0.6	0.2	0
生產力	-0.2	0.1	0	-0.2	-0.2
勞動年齡人口占比	0.2	0.6	0	-0.3	-0.1
全球外溢效果	-1	-0.1	-0.5	-0.3	-0.2
其他因素	0	-0.1	-0.5	-0.2	0.2
總變動	-3.9	2.2	-2.1	0.4	0.4

資料來源：Thiago and Shousha (2024)
說明：單位為百分點。

圖 9 安全資產供給於 2008 年以後推升美國實質自然利率



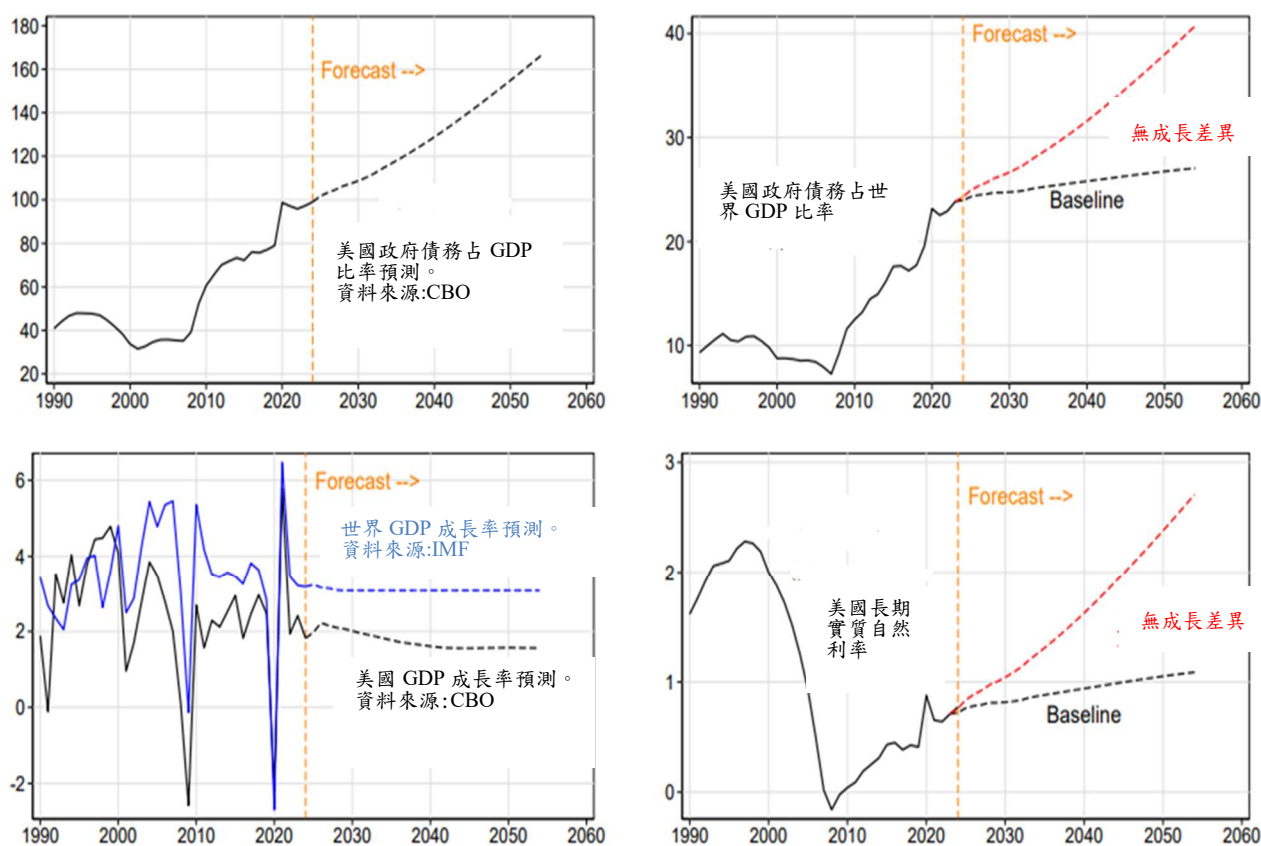
資料來源：Thiago and Shousha (2024)
說明：黑線為狀態空線間模型對美國實質自然利率之估計，紅線為將安全資產供給固定於 2007 年水準之反事實模擬。

- (1) 其他先進經濟體估計結果亦顯示 1960-1974 年與 1995-2007 年兩次大幅度下降期間各結構因素大致皆驅使實質自然利率下降，而

自 2008 年全球金融海嘯後雖其他結構因素仍傾向壓低自然利率，但安全資產供給大幅上升則拉升自然利率，抵銷其他結構性因素的負面影響效果。

- (2) 安全資產供給在 COVID-19 疫情後再跳升，並更推高自然利率，美國 CBO 展望美國政府債務占 GDP 比例至 2050 年將持續上升(圖 10 左上)，因此作者預期安全資產供給(美國政府債務)增加在未來將持續使美國實質自然利率呈上升趨勢。而若美國未來實質 GDP 成長率接近世界 GDP 成長率，其政府債務占世界 GDP 比率將提高，將更提高其未來長期實質自然利率路徑(圖 10 右下)。

圖 10 美國未來長期實質自然利率推估



資料來源：Thiago and Shousha (2024)

說明：“無成長差異”指美國於 2024 年以後各年 GDP 成長率等於 IMF 預測之世界 GDP 成長率之假設情況。

三、以時間序列模型估計自然利率

(A Time Series Approach to R*)

作者： Christian Matthes, Thomas Lubik, Regis Barnichon, Byung Goog Park, and Seongbo Sim

(一)研究背景與方法

作者延伸 Lubik and Matthes (2015)的時變參數 VAR (TVP-VAR)模型 (此模型對美國自然利率估計值由 Richmond Fed 定期公布)，將資料延伸至包括第二次世界大戰以前，且涵蓋 COVID-19 疫情以後的資料，估計美國、韓國、匈牙利等國自然利率的歷史值。如同 Lubik and Matthes (2015)，該文將自然利率視為實質利率的長期趨勢(多步預測值)。在此基礎上，該文的 TVP-VAR 模型主要創新為：

1. 針對第二次世界大戰之前的資料，作者引入觀測誤差(measurement errors)，且假設不同資料的觀測誤差服從 AR(1)隨機過程。
2. 針對 COVID-19 疫情期間資料，該文參考 Lenza and Primiceri (2022)引入離群值(outliers)，而離群值亦服從 AR(1)隨機過程。
3. 作者仿照 Lubik and Matthes (2015)設定 TVP-VAR 模型如下：

$$\begin{aligned}y_t &= \mu_t + A_{1,t}y_{t-1} + A_{2,t}y_{t-2} + e_t &= X_t'\theta_t + e_t \\ \theta_t &= \theta_{t-1} + u_t \\ e_t &= \Lambda_t^{-1}\Sigma_t\epsilon_t\end{aligned}\tag{17}$$

其中 y_t 為通膨率、實質利率(衡量方式與 Labauch-Willaims 相同)、GDP 成長率資料， μ_t 為截距項， X_t 為解釋變數之堆疊矩陣， θ_t 為 μ_t 、 $A_{1,t}$ 、 $A_{2,t}$ 之堆疊矩陣， e_t 為縮減式殘差，而 ϵ_t 為結構式隨機衝擊(Λ_t 控制變數 y_t 之同期關係)。 u_t 為推動 θ_t 跨期變動之隨機衝擊，假設 u_t 服從常態

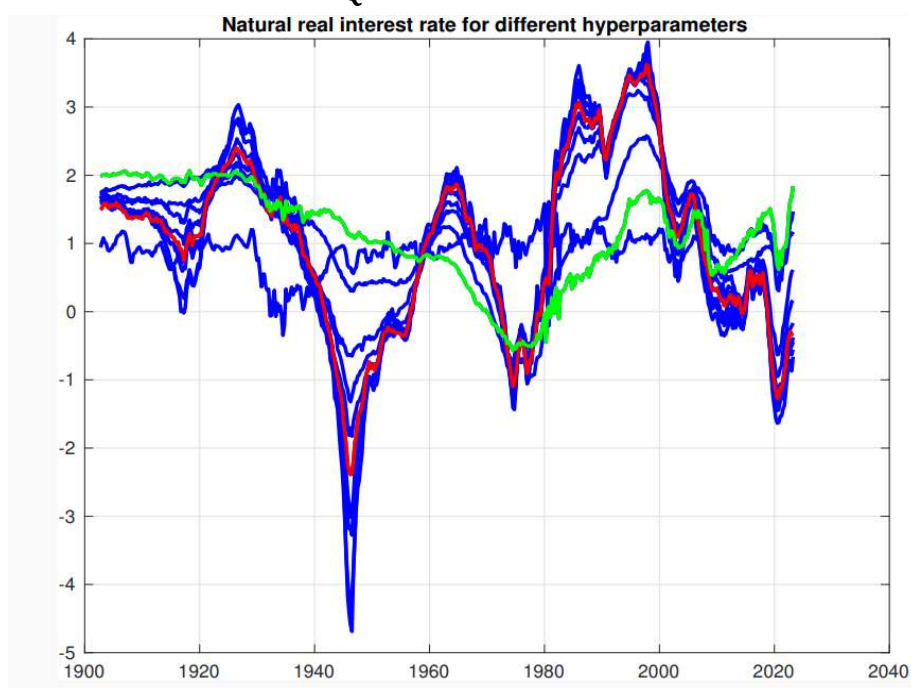
$N(0, Q_t)$ 分配， Q_t 控制 θ_t 跨期變動的程度。

假設 Q_t 的先驗分配為 Inverse-Wishart 分配， κ_Q 為此先驗分配之超參數(hyperparameter)，控制 Q_t 的先驗期望值規模(因此影響 θ_t 跨期變動)。不同於 Primiceri (2005) 將控制迴歸係數跨期變動程度的超參數 κ_Q 固定在 0.01，作者亦將 κ_Q 納入估計，選擇 κ_Q 使實質自然利率大部分變動皆為低頻率變動，由美國資料估得 $\kappa_Q = 0.06$ 。實質自然利率設定為實質利率依式(17)模型 5 年後的條件預測值。

(二) 研究結果

1. 作者實證顯示顯示較高的 κ_Q 會使模型估計的自然利率有較高的跨期變動，在 $\kappa_Q = 0.06$ 下估得目前美國自然利率仍低於 0(圖 11)。二戰後美國自然利率呈長期上升，而自 1960 年至 1975 年與 1997 年至 2009 年美國自然利率呈大幅下降。2020 年疫情使美國自然利率下降至負值，惟近期則有跳升。然而若將 κ_Q 固定為 0.01 估得目前美國自然利率為 2%，接近 Lubik and Matthes (2015) 方法之估計值。

圖 11 不同 κ_Q 參數下美國實質自然利率

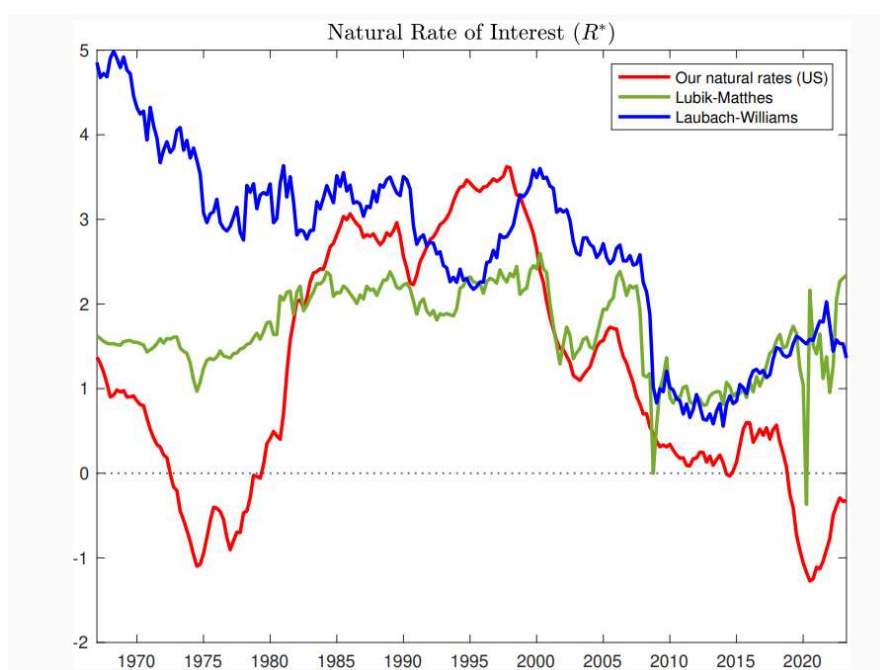


資料來源：Matthes et al. (2024)

說明：圖中綠線是依 Primiceri (2005) 將 κ_Q 設為 0.01 下的估計值，紅線是依 Matthes et al. (2024) 設定 κ_Q 為 0.06 下的估計值。

2. 圖 12 顯示不同模型方法下的實質自然利率估計值會有相當大差異，即模型不確定性在應用實質自然利率時需要被考慮。藍線是依 Laubach and Williams (2003)方法的估計值，綠線是依 Lubik and Matthes (2015)方法的估計值，兩者皆未如 Matthes et al. (2024)之估計自 1975 年至 1995 年美國實質自然利率有大幅上升。此外，前兩方法之自然利率從 2015 年前即開始呈上升趨勢，而 Matthes et al. (2024)之估計值則在 2020 新冠疫情發生後才轉呈上升趨勢。

圖 12 不同模型估計之美國實質自然利率



資料來源：Matthes et al. (2024)

說明：圖中綠線是依 Lubik and Matthes (2015)的估計值，藍線是依 Laubach and Williams (2003)的估計值，紅線是依 Matthes et al. (2024)設定 κ_Q 為 0.06 下的估計值。

3. 通膨率長期趨勢與自然利率之估計具有負向連動，由於通膨率趨勢為央行貨幣政策可控制，此結果隱含實證上自然利率水準似亦會受央行貨幣決策影響，與理論模型中自然利率水準具貨幣中立性不同。

四、韓國自然利率

(The Natural Interest Rate in Korea)

作者：Kyu Ho Kang and Kyeongtak Do

(一)研究背景與方法

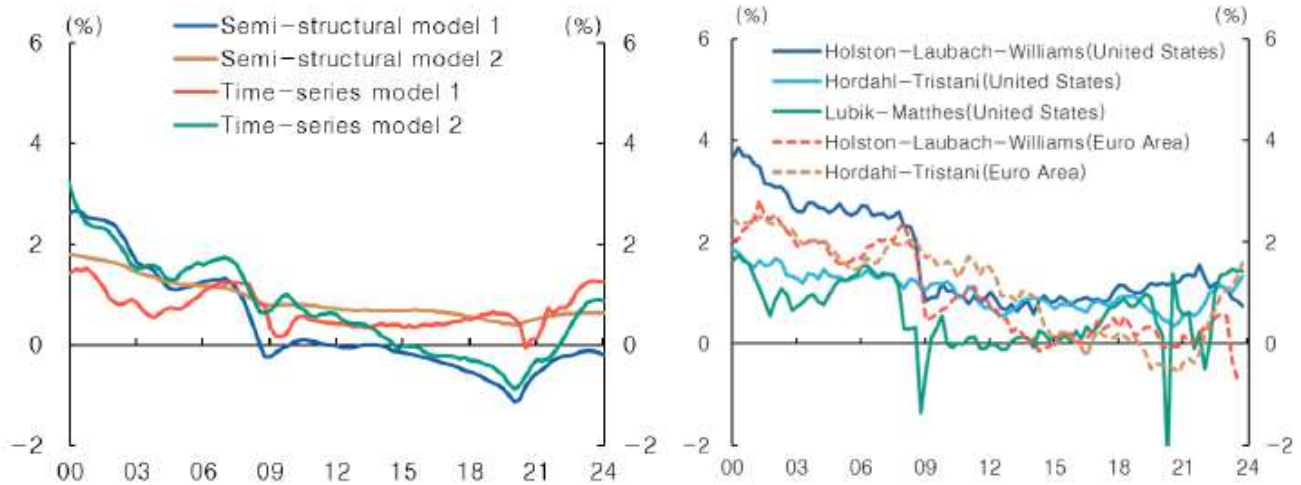
由於自然利率之長期與短期概念略有不同；自然利率無法觀測，需從理論推估或實證模型估計，且估計存在不確定性；再加上即使名目自然利率相同，但因不同通膨預期之估計亦會使實質自然利率不同等因素考量，Kang and Do (2024)認為以自然利率的參考區間提供貨幣政策決策參考較為適合。

因此，該文採用 4 種方法，分別為 2 個半結構式(semi-structural)模型(考量新凱因斯架構與菲利普曲線之 Laubach and Williams-type 模型與參考 Lewis and Vazquez-Grande (2019)且考量不同假設下的 Laubach and Williams-type 模型)、2 個時間序列模型，亦即為時變參數(Time-Varying parameter) VAR 模型與不可觀測成分模型(Unobserved Component model)等估計韓國自然利率。

(二)研究結果

實證結果發現，COVID-19 疫情前，韓國自然利率長期呈下降趨勢，自 2000 年 Q1 的 1.4~3.1%下降至 2020 年 Q1 的-1.1~0.5%。後疫情時代，受韓國政府債務增加，韓國自然利率微幅上升，2024 年 Q1 為-0.2~1.3%。若從韓國自然利率之結果來看，BoK 目前的貨幣政策立場是偏緊縮，主要係因貨幣政策對抗通膨的積極反應。此外，從實證結果亦發現韓國自然利率與主要經濟體(美、歐)走勢相似，呈長期下降(圖 13)。

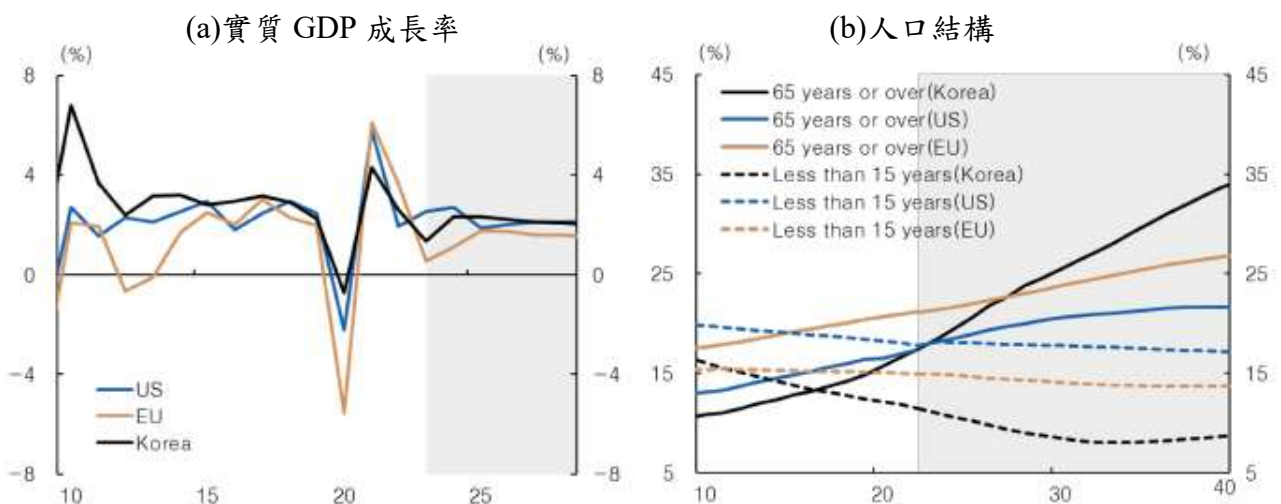
圖 13 韓國與美、歐之自然利率



資料來源：Kang and Do (2024)

未來韓國自然利率之長期趨勢可能會與美歐略不同。美國是已開發國家中人口老化速度較慢的國家，人口老化對其自然利率的影響相對有限。隨低迷生產力的改善與政府債務激增，預計 2040 年美國自然利率將攀升 0.75 個百分點。然而，2023 年韓國生育率為 0.72%，再創全球新低，人口老化速度極快(圖 14)，低生育率與人口快速老化致經濟低成長、資金需求降低、投資減少，而老年人持有過多儲蓄將增加資金供給，皆將導致自然利率下降。韓國人口結構性問題恐抵消韓國政府債務擴張、全球生產力與全球自然利率提高之外溢效果等正向的增加因素，因此，韓國未來長期的自然利率恐不似主要經濟體的增加，甚至可能將逐漸下降。

圖 14 韓、美、歐之 GDP 與人口結構



資料來源：Kang and Do (2024)

肆、結論與建議

參與本次研討會，除了了解 COVID-19 疫情後全球自然利率走勢，更加深入探究自然利率在主要央行貨幣政策決策之角色與其面臨之難題。各講者分享其研究經驗，加上與各國央行人員意見交流，均有助汲取新知，並提供我們對未來央行貨幣政策之發展與挑戰很好的思考方向。因此，參與本次研討會，當有助對總體經濟與貨幣政策之研析。爰此，以下謹提出參與本次研討會的心得與建議供參。

首先，資本移動自由化促進全球金融整合，與人口結構變化使各國自然利率具有共同趨勢。而對於小型開放經濟體，如台灣，主要國家的生產力成長趨勢、人口結構變動、安全資產供給等結構性因素均會外溢影響驅使本國自然利率改變，且外溢效果亦可能超過本國自身生產力與人口結構影響，應持續關注主要國家的自然利率走勢，並使用理論或實證模型分析與判斷影響自然利率之結構因素的變化。

其次，雖人口結構轉變長期驅動自然利率下降，全球安全資產供給增加(如美國政府債務增加)可能反轉此趨勢，推升全球自然利率上升，美國國會預算辦公室(CBO)預估美國政府債務占 GDP 比重持續上升，至 2034 年為 116%。且若美國未來經濟成長率愈高，此推升效果將愈增強。美國紐約聯邦準備銀行(NY Fed)前主席 Bill Dudley 認同此觀點，目前美國經濟強勁，AI 技術革新、儲蓄率下降與政府財政赤字龐大皆促使美國 r^* 上升。然而，亦有論者認為人口結構趨勢與生產力增長前景使 r^* 難以上升，例如 NY Fed 主席 John Williams 即認為即使目前 AI、綠能投資與政府債務的增加仍無法扭轉人口老化和生產力成長率下降帶來抑低 r^* 的長期效應。未來宜持續關注此議題之發展。表 2 整理近期學者與機構對美國中性利率與通膨預期之觀點，可

見對水準值之估測存在歧異；表 3 列出近期學者與機構對美國 r^* 之討論供參考。

最後，由於不同模型下估計的自然利率會有差異，除了單一模型的統計不確定性外，對自然利率之估計具有高度模型不確定性，央行應建立不同假設下的自然利率推估值，不宜只仰賴單一模型。本行參考徐士勛(2016)，運用數種統計方法與模型估計台灣自然利率，每季分析以供貨幣政策決策之參考。

表 2 近期學者與機構對美國中性利率水準之觀點

來源	實質中性利率 (r^*)之觀點(a)	通膨預期之觀點 (b)	名目中性利率之觀點(a+b)
Bill Dudley	1%至 1.5%	2.5%	3.5%至 4% ¹
John C. Williams (2024)	0.5%至 1%	2% ²	3%
Holston-Laubach-Williams (2023)	0.7%	-	-
Del Negro et al. (2024) ³	2.5%	2.3%至 3.1%	4.8%至 5.6%
Ferreira and Shousha (2024)	0.8%	-	-
Matthes et al. (2024)	-0.3%	2.4%	2.1%

¹ Dudley 2024(本)年 4 月觀察市場資料，發現在 Fed 政策利率 5.25 至 5.5%的水準下，經濟數據依然表現強勁，顯示目前的利率並不如預期的有限制性，因而認為 r^* 應比 Fed 本年 3 月估計之 0.6%更高。另外，AI 的蓬勃發展能促進民間投資，以及美國政府財政赤字的增加，均有助於 r^* 上升。另外，觀察 Fed 對通膨的反應，Fed 僅表示要將通膨壓低至 2%的目標，並未表示要將通膨壓低至 2%以下來使平均通膨接近 2%，顯示平均通膨將超過 2%，因此 Dudley 的通膨預期為 2.5%。詳見 Bloomberg (2024), “The Fed is wrong about how low interest rates will go,” Bloomberg, Apr. 4。

² Williams 於本年 5 月的演說中，預期未來通膨將恢復至 2%水準。詳見 Williams, John C. (2024), “Finding balance in the economy,” Remarks at the Economic Club of New York, New York City。

³ 見 Del Negro, M., P. Gundam, D. Lee, R. Nallamotu, and B. Pacula, “The New York Fed DSGE Model Forecast—June 2024,” Federal Reserve Bank of New York *Liberty Street Economics*, June 14, 2024.

表 3 近期學者與機構對美國 r^* 之討論

來源	引述自該文的說明
John C. Williams (2024)	<ul style="list-style-type: none"> — 使r^*增加的因素須克服幾十年來持續推動其下降的力量，包括全球人口結構和生產力增長前景。 — 近期資料顯示，全球人口結構和生產力增長前景的趨勢與疫情前無異，由 HLW 模型對潛在 GDP 的估計來看，美國 2023 年估計的趨勢幾乎與 2019 年估計的趨勢相同。
Holston-Laubach-Williams (2023)	<ul style="list-style-type: none"> — 2022 年底，自然產出似較疫情發生前下降。 — 無證據顯示疫情改變長期低自然利率的趨勢。
Blanchard (2023)	<ul style="list-style-type: none"> — 人均餘命增加、退休期拉長與人均所得增長使儲蓄增加，壓低實質利率。 — 法規要求央行與金融機構持有高比例安全資產，支撐安全資產需求，使其供給增加推升實質利率的效果較小。 — 投資之前景較不確定，較高國防支出與綠色投資可能推升實質利率。
Carvalho et al. (2016、2024)	<ul style="list-style-type: none"> — 人均壽命提高解釋 80% 以上美國實質利率下降的長期趨勢，餘命增加使人們預防性儲蓄的動機增強是造成實質利率下降的主要因素。 — 自 1990 年代起國際金融整合程度提高則使不同國家的實質利率分布愈趨向集中。
Baker et al. (2023)	<ul style="list-style-type: none"> — 疫情後 Fed Fund Rate 上升 500 基點，美國經濟表現仍強勁，顯示名目短期中性利率已上升。 — NY Fed DSGE 模型估計顯示美國實質短期中性利率於 2022 年可能上升約 180 基點，主要反映投資人風險偏好增加的金融衝擊。
Ferreira and Shousha (2024)	<ul style="list-style-type: none"> — 安全資產供給(美國政府債務)在 COVID-19 疫情後再跳升，並更推高自然利率。 — 美國 CBO 展望美國政府債務占 GDP 比例至 2050 年將持續上升，預期美國政府債務增加在未來將持續使美國實質自然利率呈上升趨勢
Matthes et al. (2024)	<ul style="list-style-type: none"> — 實質自然利率設定為實質利率依 TVP-VAR 模型 5 年後的條件預測值。 — 自 90 年代末開始，美國實質自然利率呈大幅下降，2020 年疫情發生後實質自然利率降至-1%以下，惟

	近期跳升至略低於 0%，仍為負值。
--	-------------------

參考資料

徐士勛 (2016),「我國中性實質利率之研究」,台灣票據交換所委託研究計畫。

Baker, K., L. Casey, M. Del Negro, A. Gleich, and R. Nallamotu, “The Evolution of Short-Run r^* after the Pandemic,” Federal Reserve Bank of New York *Liberty Street Economics*, August 10, 2023,

Blanchard, O. (2023), “Secular Stagnation Is Not Over,” PIIE Realtime Economics.

Carvalho, C., A. Ferrero, and F. Nechio (2016), “Demographics and Real Interest Rates: Inspecting the Mechanism,” *European Economic Review*, 88, 208-226.

Carvalho, C., A. Ferrero, F. Mazin, and F. Nechio (2023), “Demographics and Real Interest Rates Across Countries and Over Time,” Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper 2023-32. <https://doi.org/10.24148/wp2023-32>

Del Negro, M., P. Gundam, D. Lee, R. Nallamotu, and B. Pacula, “The New York Fed DSGE Model Forecast—June 2024,” Federal Reserve Bank of New York *Liberty Street Economics*, June 14, 2024.

Ferreira, R. T., and S. Shousha (2023), “Determinants of Global Neutral Interest Rates,” *Journal of International Economics*, 145, 103383.

Ferreira, R. T., and S. Shousha (2024), “Recent Developments in Safe Asset Scarcity and Implications for Global Neutral Interest Rates,” Presentation at the 2024 Bank of Korea International Conference, Seoul, 30 May 2024.

Holston, K., T. Labauch, and J. C. Williams (2023), “Measuring the Natural

Rate of Interest after COVID-19,” *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports*, no. 1063.

Jordan, Thomas J. (2024), “Natural Rate of Interest (r^*) as a Reference Point for Monetary Policy – a Practitioner’s View,” Keynote Speech at the 2024 Bank of Korea International Conference, Seoul, 30 May 2024.

Kang, K. H. and K. Do (2024), “Korea’s Neutral Interest Rate: Estimates, Determinants, and Monetary Policy Stance,” *Journal of Asian Economics*, 92, 1-37.

Labauch, T., and J. C. Williams (2003), “Measuring the Natural Rate of Interest,” *The Review of Economics and Statistics*, 85(4), 1063-1070.

Lane, R., and G. M. Milesi-Ferretti (2017), “International Financial Integration in the Aftermath of the Global Financial Crisis,” IMF Working Paper No. 2017/115.

Lewis, K. and F. Vazquez-Grande (2019), “Measuring the Natural Rate of Interest: A Note on Transitory Shocks,” *Journal of Applied Econometrics*, 34, 425-436.

Lubik, T., and C. Matthes (2015), “Calculating the Natural Rate of Interest: A Comparison of Two Alternative Approaches,” *Richmond Fed Economic Brief*, Federal Reserve Bank of Richmond, issue Oct.

Lenza, M., and G. E. Primiceri (2022), “How to Estimate a Vector Autoregression after March 2020,” *Journal of Applied Econometrics*, 37(4), 688-699.

Matthes, C., T. Lubik, R. Barnichon, B. G. Park, and S. Sim (2024), “A Time-Series Approach to R^* ,” Working Paper, University of Indiana.

Primiceri, G. E. (2005), “Time Varying Structural Vector Autoregression and Monetary Policy,” *The Review of Economic Studies*, 72(3), 821-852.

Uribe, M. (2022), “The Neo-Fisher Effect: Econometric Evidence from

Empirical and Optimizing Models,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 14(3), 133-162.

Williams, J. C. (2024), “R-Star: A Global Perspective,” Remarks at the ECB Forum on Central Banking, Sintra, Portugal.