

行政院及所屬各機關出國報告書
(出國類別：實習)

瑞士央行基金會舉辦之
「總體經濟預測」(Macroeconomic
Forecasting)研習課程
出國報告書

服務機關：中央銀行

姓名職稱：楊佳侑/經研處副研究員

派赴國家：瑞士

出國期間：112年6月10日至6月25日

報告日期：112年9月

目錄

壹、前言	1
貳、傳統線性預測模型	2
一、單變量預測模型	3
二、非定態時間序列	5
三、外生變數及預測結果之呈現	7
四、實證分析應用－台灣通膨率線性預測模型與預測結果	8
參、非線性預測模型	14
一、門檻及平滑移轉自我迴歸模型	14
二、馬可夫轉換模型	15
三、狀態空間模型及卡爾曼濾波法	16
四、實證分析應用－台灣通膨率非線性預測模型與預測結果	20
肆、結論與建議	28
參考文獻	29

壹、前言

職 奉准於民國 112 年 6 月 11 日至 6 月 24 日參加瑞士中央銀行(The Swiss National Bank, 簡稱 SNB)基金會舉辦之「總體經濟預測」(Macroeconomic Forecasting)課程，為期 14 日。此次課程除邀請本行外，另包括奧地利、丹麥、法國、德國、瑞士、波蘭、喬治亞、羅馬尼亞、烏克蘭、亞塞拜然、加拿大、韓國、紐西蘭、菲律賓等多國的央行研究人員，約 28 人與會。

本次課程主要講師為瑞士紐夏特大學(University of Neuchâtel) Daniel Kaufmann 教授、義大利博科尼大學(Bocconi University) Massimiliano Marcellino 教授、奧地利薩爾茲堡大學(University of Salzburg) Florian Huber 教授，以及西班牙龐貝法布拉大學(University of Pompeu Fabra) Barbara Rossi 教授，並邀請 SNB 的 Tim Schwarzmuller、Simon Beyeler 及 Marc-Antoine Ramelet 三位經濟學家擔任主題演講者。

在主題演講的部分，SNB 的研究人員向學員分享該行的物價預測方法及經驗。首先，瑞士的消費者物價指數(CPI)係由瑞士聯邦統計辦公室(Swiss Federal Statistical Office, SFSO)負責編製與公布。SNB 再依據 SFSO 公布之數值進行物價預測，其預測方式主要分為分解(disaggregate)及總和(aggregate)預測兩種方法；前者係以 CPI 的組成項目估計通膨率，後者則係直接對 CPI 總指數進行預測。SNB 所使用的模型相當多元，包含傳統的線性迴歸模型及機器學習等技術。

在課程內容的部分，講師詳盡的介紹了線性及非線性預測模型、混頻資料模型之應用，以及預測績效評估等議題。課程安排以實證模型與預測績效衡量為主，另納入計量軟體實際操作課程，協助學員理解各個預測模型背後的基礎及優劣勢，並學習如何使用計量軟體建構不同的預測模型。本報告的內容主要分為肆章，第壹章為前言；第貳章為傳統線性預測模型簡介；第參章為非線性預測模型；第肆章為心得與建議。

貳、傳統線性預測模型

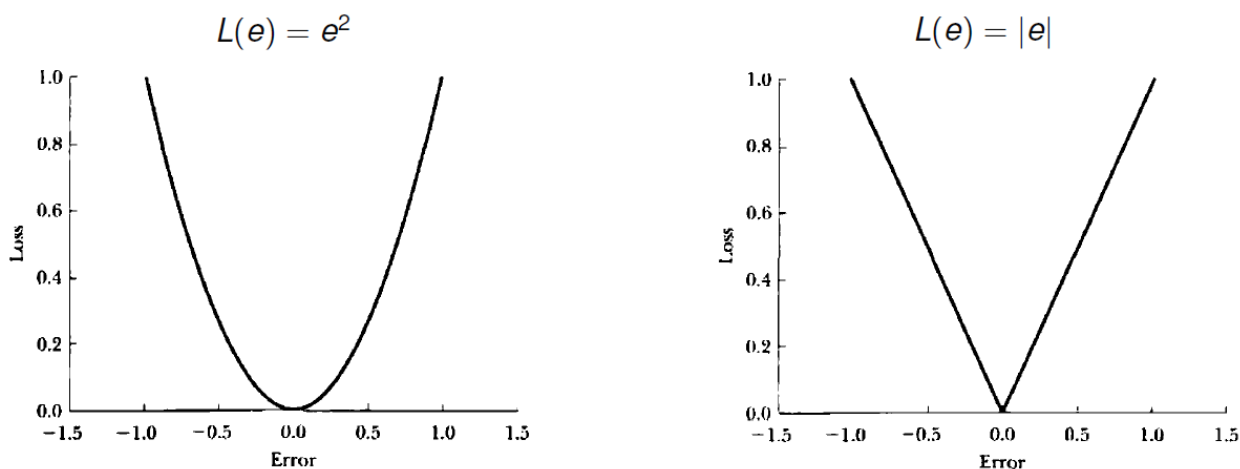
理論上，若想建構良好的預測模型須符合幾項必要先決條件：(1)預測所使用之資訊集具有規律性(regularities)；(2)建構之預測方法可捕捉到資訊集的規律性；(3)此規律性對預測目標變數具有豐富的訊息含量；(4)預測方法可針對不規則性(irregularities)，如異常值、測量誤差、結構性斷裂、不可預測之雜訊等，進行處理。其次，遵循精簡原則(parsimony principle)精神的預測模型通常表現較好。

由於有好的預測結果才能導向好的決策，因此，預測人士通常將決策錯誤所產生的損失視為評斷預測結果好壞的方法。假設， $y_{t+h|t}$ 代表以 t 期可用之資訊為基礎對未來 $t+h$ 期進行預測， y_{t+h} 代表實現值，預測誤差之定義則為：

$$e_{t+h|t} = y_{t+h} - y_{t+h|t}$$

當預測值偏離實際值，可使用損失函數(loss function)， $L(e_{t+h|t})$ ，對預測誤差(決策錯誤)的結果進行量化。若誤差為零， $L(0) = 0$ ，而 $L(e_{t+h|t}) \geq 0$ 。此外， $e_{t+h|t} < 0$ 時， $L(e_{t+h|t})$ 不會遞增， $e_{t+h|t} > 0$ 時， $L(e_{t+h|t})$ 則不遞減。實證上常見的損失函數包含圖1中所示的兩種型態。

圖1 損失函數



資料來源：Diebold (2006)

值得注意的是，損失函數的選定將影響模型選擇(model selection)，模型估計(model estimation)及預測績效(forecast evaluation)。為方便計算，多數文獻通常會使用對稱式損失函數(symmetric loss function)，其中又以平方損失函數(quadratic loss function)最為常見。然而，現實中的損失函數極有可能為高度不對稱(asymmetric)，而且即便預測目標一樣，不同預測人士做出的預測結果也可能產生差異。根據Elliott and Timmermann (2017)的定義，最適預測(optimal forecast)應具備以下幾項條件：

1. 根據預測時點 t 期的資訊(Ω_t)，盡可能將預期損失極小化；
2. 其預測結果可與平方損失函數中的條件平均值($\mathbb{E}(y_{t+h}|\Omega_t)$)對應；
3. 其預測結果可與具備常態分配預測誤差及對稱式損失條件之線性投射值(linear projection, $P(y_{t+h}|\Omega_t)$)對應；
4. 在線性預測規則中¹，其線性投射結果的平方損失值為最低。

一、單變量預測模型

若 $\{y_t\}$ 為一組隨機過程(stochastic process)時間序列，且屬於共變異定態(covariance stationary)，則符合三項特性：(1)該時間序列的平均數為常數，不隨時間變動而改變；(2)該時間序列的變異數亦為常數；(3)該時間序列的自我共變異數與時點 t 無關。以簡單的自我迴歸模型AR(1)過程為例，其公式如下：

$$y_t = \alpha + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t, |\phi| < 1 \quad (1.1)$$

假設誤差項(ε_t)符合白噪音(white noise)條件，其平均數則為0、變異數為固定常數(σ^2)，且與變數(y)之落後期無相關性，亦無自我相關性，並為常態分配。

若對AR(1)進行向前一期預測(one-step-ahead forecast)：

¹ 最佳線性預測的預測誤差應獨立於資訊集。

- $y_{t+1|t} = P(\alpha + \phi y_t + \varepsilon_{t+1} | \Omega_t) = \alpha + \phi y_t$;
- 預測誤差為 $e_{t+1|t} = (\alpha + \phi y_t + \varepsilon_{t+1}) - y_{t+1|t} = \varepsilon_{t+1}$;
- 預測誤差之變異數為 $V(e_{t+1|t}) = V(\varepsilon_{t+1}) = \sigma^2$ 。

若向前 h 期進行預測，則預測值 $y_{t+h|t} = \phi^h y_t + \sum_{j=1}^h \phi^{j-1} \alpha$; 預測誤差 $(e_{t+h|t}) = \sum_{j=1}^h \phi^{j-1} \varepsilon_{t+h-j+1}$; 預測誤差變異數 $V(e_{t+h|t}) = \sigma^2 \sum_{j=1}^h \phi^{2(j-1)}$ 。由於 $|\phi| < 1$, AR(1) 的非條件平均數 (unconditional mean) 為 $\frac{\alpha}{1-\phi}$, 且隨著預測期數的增加，預測值的不確定性愈高。

另一常見的基礎模型為移動平均 MA(1) 過程，其公式如下：

$$y_t = \alpha + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}, |\theta| < 1 \quad (1.2)$$

若對向前期進行預測， $y_{t+1|t} = P(\alpha + \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_t | \Omega_t) = \alpha + \theta \varepsilon_t$; 預測誤差及其變異數分別為 $e_{t+1|t} = y_{t+1} - y_{t+1|t} = \varepsilon_{t+1}$ 及 $V(e_{t+1|t}) = \sigma^2$ 。進一步對向前兩期進行 (two-step-ahead) 預測可知，當預測期數大於 MA 模型的階次 (order) 時，其預測值 $(y_{t+2|t})$ 回歸至非條件平均數 α ; 預測誤差 $(e_{t+2|t}) = \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_{t+1}$; 預測誤差變異數 $V(e_{t+2|t}) = \sigma^2(1 + \theta^2)$ 。

將上述的自我迴歸及移動平均模型結合後，可產生自我迴歸移動平均模型，簡稱 ARMA，其中 ARMA(ρ, q) 公式如下：

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_\rho y_{t-\rho} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (1.3)$$

此 ARMA(ρ, q) 的穩定及可逆條件分別為， $\phi(z) = 0$ 與 $\theta(z) = 0$ 的所有根均落在單位圓之外；其平均數 $E[y_t] = \alpha / \phi(1)$ 。在估計方面，AR 模型可使用常見的普通最小平方 (ordinary least squares, OLS) 或非線性最小平方 (non-linear least squares) 方法進行估計；MA 及 ARMA 模型則較適合以最大概似估計 (maximum likelihood estimation, MLE) 方法進行估算²，惟 MLE 的計算時間較長，且可能遭遇難以收斂

² 以 ARMA 模型而言， $\{y_t, y_{t-1}, \dots, y_1\}$ 為可觀察資料，但 $\{\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_1\}$ 為不可觀察資料。因此，若不使用 MLE 進行估計，則需以遞迴 (recursive) 的方式找到 $\{\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_1\}$ ，再以 NLS 估計出

(convergence)的問題。

在模型階次選定的部分，常見的方法包含使用自我相關函數(autocorrelation function, ACF)及偏自我相關函數(partial autocorrelation function)來決定階次，或是從較長階次的模型中逐一刪除不顯著之落後期；另一常見方法則係以資訊準則(information criteria)，如AIC、BIC及SIC等挑選最適落後期。以最適模型估計後，可使用Breusch-Godfrey檢定，對得到之殘差項進行自我相關測試；若模型設定正確，且參數估計具有一致性，殘差的自我相關係數將趨近於零，顯示殘差項之間並無相關性。此外，亦可進一步使用Jarque-Bera檢定測試殘差項是否為常態性分配，以確保模型設定無誤。

二、非定態時間序列

實證研究經常碰到非定態(non-stationary)時間序列，如工業生產指數、消費者物價指數等，這些資料大多具有特定的趨勢，例如平均數會隨著時間成長，或因季節性(seasonality)因素而改變(屬固定趨勢，deterministic trend)；股價等金融變數則通常具有隨機漫步(random walk)的特性，亦屬於非定態時間序列的一種(統稱隨機趨勢，stochastic trend)。固定趨勢中最簡單的模型為線性趨勢，其公式如下：

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t, t = 1, \dots, n \quad (1.4)$$

由於其平均數 $E[y_t] = \alpha + \beta t$ ，顯示該模型屬於非定態。隨機趨勢的常見模型則為隨機漫步，其公式顯示如下：

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.5)$$

其中 ε_t 為白噪音。由於 $E[\Delta y_t | \Omega_{t-1}] = E[\varepsilon_t] = 0$ ，故無法預測該序列的趨勢方向。

為了對非定態時間序列進行預測，多數學者會針對序列本身採取處理，例如

ϕ_j 及 θ_j 。

在序列中加入時間趨勢或季節虛擬變數；另一個常見的處理方式係先對非定態序列取自然對數再進行一階差分，以轉換為定態序列。第三種方式則係將以共整合關係的方式，將一群非定態序列進行線性組合，使新的序列成為定態。以下使用(1.1)式進行差分轉換示範：

$$y_t = \alpha + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t.$$

如 $|\phi| < 1$ ，此序列為定態；若 $|\phi| = 1$ ，序列則屬非定態(單根過程加飄移項)，且可改寫為：

$$y_t = \alpha + y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1.6)$$

其向前 h 期之預測為 $y_{t+h|t} = y_t + \alpha h$ ，因此長期預測值取決於初期值(y_t)，且隨著時間不斷上升或下降。若採取一階差分，(1.6)式將轉化為以下穩定序列：

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \alpha + \varepsilon_t, \quad (1.7)$$

並稱為一階自積(integrated of order one)或差分後穩定(difference stationary)。

然而，一時間序列的上升趨勢可能來自於單根或是線性趨勢；假設為 $y_t = \alpha + \delta t + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$ ，且 $|\phi| < 1$ ，則序列為趨勢定態過程。因此，該以一階差分或是加入確定項(deterministic term)處理非定態問題時，一般建議先觀察時間序列的走勢是否有上行或下行趨勢，如有明顯的上、下行趨勢則可進一步使用單根檢定進行確認，其中Augmented Dickey-Fuller (ADF)測試為常見的單根檢定方法之一，其迴歸公式如下：

$$y_t = \alpha + \delta t + \phi y_{t-1} + \gamma_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \gamma_p \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (1.8)$$

其中 $(\alpha + \delta t)$ 為確定變數(deterministic variables)。若能拒絕虛無假設 $H_0: \phi = 1$ ，該序列可視為趨勢定態過程，僅需於ARMA模型中納入常數項及趨勢項；倘若無法拒絕虛無假設，該序列則為單根，需先以差分轉為定態，再用ARMA模型配適。

假設一時間序列無明顯的上、下行趨勢，建議可使用不含趨勢的ADF檢定進行測試，由於該ADF的迴歸式不含趨勢，故式(1.8)的確定變數為 α ，而非 $(\alpha + \delta t)$ 。若能拒絕虛無假設 $H_0: \phi = 1$ ，該序列視為定態序列，直接以ARMA模型配適即可；倘若無法拒絕虛無假設，該序列則具有單根，需先進行差分轉換，再以ARMA模型配適。其他包括Phillips-Perron (PP)檢定、Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, and Shin (KPSS)檢定等皆為常見的單根檢定，可用於檢視一時間序列是否存在單根。

三、外生變數及預測結果之呈現

在執行實際預測時，預測人員通常需針對外生變數(exogenous variable)進行假設，例如為對小型開放經濟體的經濟成長進行預測，經常將大型開放經濟體的經濟成長變數納入模型中；此舉不僅有助提升預測績效，亦有利於研究人員進行情境分析。因此，如果資訊集含有可影響預測目標 (y_t) 的外生資訊，建議應將其納入模型。

舉例而言， x_t 為一外生變數向量， $x_t\beta = [1, x_1, x_2, \dots, x_{b,t}][\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_b]'$ ，若放入(1.3)式的ARMA(ρ, q)模型可改寫為：

$$y_t = x_t\beta + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_\rho y_{t-\rho} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (1.9)$$

此通稱為ARMAX(ρ, q)模型。為求估計及預測方便，ARMAX可利用ARMA加外生衝擊序列 (η_t) 的形式呈現：

$$y_t = x_t\beta + \eta_t,$$

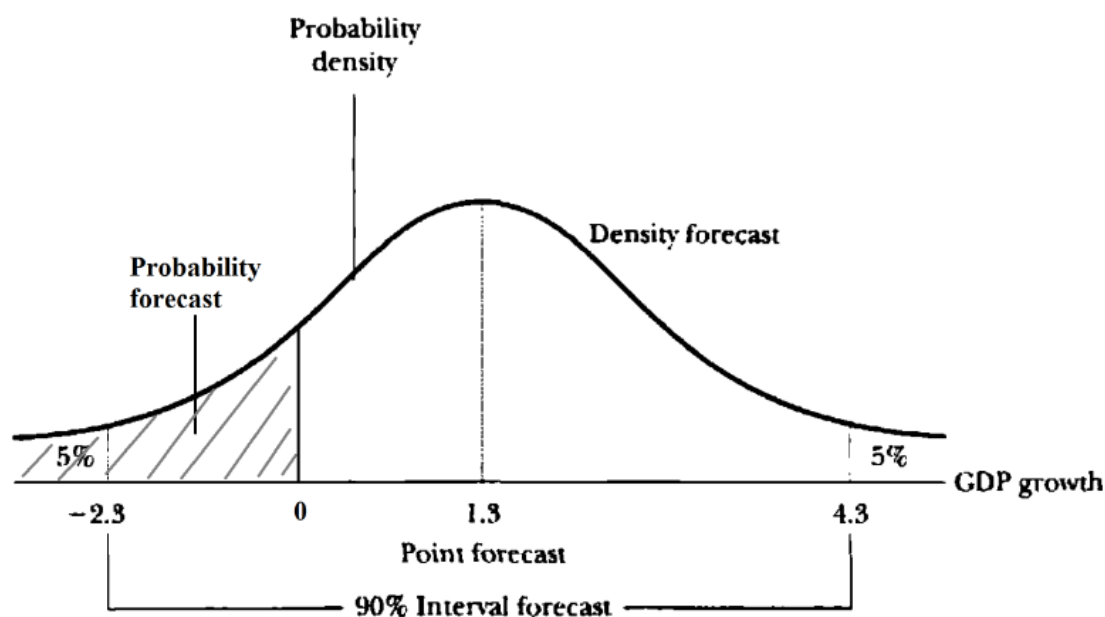
$$\eta_t = \phi_1 \eta_{t-1} + \dots + \phi_\rho \eta_{t-\rho} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (1.10)$$

接著，假設(1.10)式為AR(1)過程，亦即 $\eta_t = \phi \eta_{t-1} + \varepsilon_t$ ，其線性投射的估計方式則為 $y_{t+1|t} = x_{t+1|t}\beta + \eta_{t+1|t} = x_{t+1|t}\beta + \phi \eta_t = x_{t+1|t}\beta + \phi(y_t - x_t\beta)$ 。其中，針對 $x_{t+1|t}$ 估計值之取得方法大致有三：(1)另外建構一條 x_t 的ARMA預測公式；(2)直接使用其他預測機構的預測結果；(3)將不同參數代入 $x_{t+1|t}$ ，並計算出各種情

境下的 $y_{t+1|t}$ 。

基本上，預測結果的呈現方式包括點預測、分配預測(density forecast)、區間預測及機率預測。點預測雖為預測機構最常見的公佈方式，惟分配預測、區間預測及機率預測皆隱含預測不確定性的資訊，故近年來預測機構採用這三種呈現方式的現象愈趨普遍，其不同之處則如圖2所示。

圖2 呈現預測不確定性之方式



資料來源：Diebold (2006)

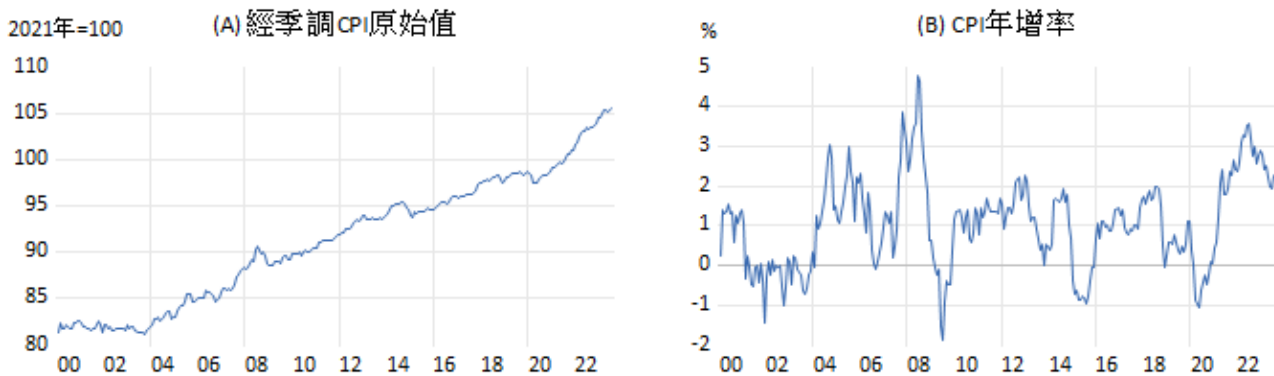
另外，值得一提的是，預測誤差的主要係受未來不可預測衝擊、估計方法不夠精確、結構性轉變(structural break)、資訊集改變及模型設定錯誤等因素造成。因此，當預測不確定性愈高時，分配預測、區間預測及機率預測的重要性及參考價值愈高。

四、實證分析應用—台灣通膨率線性預測模型與預測結果

本章節以主計總處公布之經季調消費者物價指數(consumer price index, CPI)為例，使用ARMA模型對未來國內一年之通膨率進行預測。資料樣本期為2000年1月至2023年8月，預測期間為2023年9月至2024年12月。從圖3(A)可知，經季調

後之CPI有明顯長期走升的趨勢，屬於非定態序列，故本文將CPI轉為年增率(即通膨率)。如圖3(B)所示，相較於原始值，CPI年增率無明顯的上、下行趨勢，惟單以趨勢圖仍無法確定該序列是否為定態。因此，本文使用ADF測試進行單根檢定；結果顯示，CPI原始值及年增率的 t 值分別為-1.51及-2.66， p 值則為0.82及0.08。不意外地，ADF無法拒絕CPI原始值存在單根的虛無假設，但成功拒絕了CPI年增率存在單根的虛無假設。

圖3 1981~2023年台灣消費者物價指數及通膨率



資料來源：主計總處

為建構合適的ARMA模型，本文以SIC準則及統計顯著性挑選CPI年增率的最適落後期，並根據簡約(parsimonious)原則，選定AR(1)-MA(11,12)模型³。接著，本文針對該模型的殘差項進行診斷檢定；首先ACF及PACF圖顯示，殘差項的多數自我相關值都在信賴區間內(見圖4)，而Ljung-Box Q-Stat亦證明多數落後期的 p 值大於0.10，表示無法拒絕殘差項無自我相關的虛無假設。另一方面，Jarque-Bera測試則拒絕殘差項為常態分配的虛無假設，顯示樣本可能存在較大的離群值(見圖5)。為此，本文另以時間序列圖檢視殘差項的趨勢(見圖6)，並發現殘差項在某些時點(如2008年6月)的數值確實較大⁴。

³ 不同於ARMA(1,12)，本章節為簡化模型，僅保留MA項中具統計顯著性的第11至12落後期，因此估計公式不含MA(1)至MA(10)。

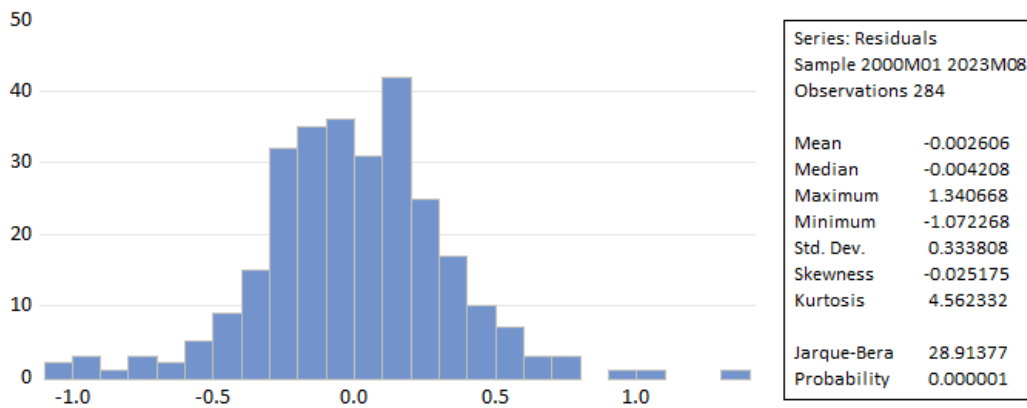
⁴ 因全球原物料價格攀升，加以天候因素影響食物類價格，2008年6、7月之(經季調)CPI年增率分別達4.78%及4.62%。

圖4 殘差項自我相關檢定

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.084	0.084	2.0407	
		2	0.031	0.024	2.3241	
		3	-0.040	-0.045	2.7751	
		4	0.049	0.056	3.4670	0.063
		5	-0.079	-0.087	5.2912	0.071
		6	0.038	0.048	5.7063	0.127
		7	-0.007	-0.005	5.7188	0.221
		8	-0.026	-0.038	5.9207	0.314
		9	-0.016	0.003	5.9964	0.424
		10	0.127	0.121	10.789	0.148
		11	0.011	-0.007	10.824	0.212
		12	0.024	0.018	10.998	0.276
		13	-0.064	-0.064	12.222	0.271
		14	-0.006	-0.008	12.234	0.346
		15	0.004	0.033	12.239	0.427
		16	0.011	-0.011	12.273	0.505
		17	0.093	0.105	14.896	0.385
		18	0.012	-0.009	14.937	0.456
		19	-0.001	-0.002	14.937	0.529
		20	-0.044	-0.049	15.528	0.558
		21	0.037	0.031	15.947	0.596
		22	-0.122	-0.125	20.531	0.363
		23	-0.015	0.016	20.596	0.421
		24	-0.106	-0.099	24.122	0.287
		25	0.027	0.038	24.346	0.329
		26	-0.031	-0.014	24.651	0.369
		27	0.075	0.028	26.431	0.332
		28	0.069	0.086	27.929	0.311
		29	-0.006	-0.053	27.942	0.361
		30	-0.019	0.021	28.057	0.408
		31	-0.048	-0.074	28.800	0.423
		32	-0.043	-0.006	29.405	0.444
		33	-0.101	-0.108	32.665	0.337
		34	-0.111	-0.077	36.686	0.222
		35	0.085	0.099	39.015	0.184
		36	-0.015	-0.025	39.087	0.215

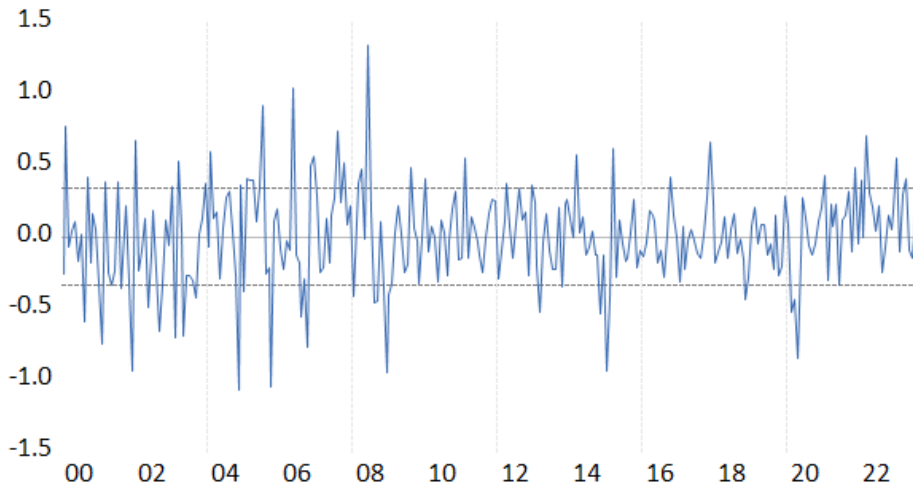
資料來源：本文自行估算

圖5 殘差項之分配



資料來源：本文自行估算

圖6 模型殘差項之序列



資料來源：本文自行估算

根據AR(1)-MA(11,12)模型的預測結果顯示(見圖7)，2023年下半年各月之通膨情勢將逐步降溫，經季調後CPI年增率在年底有望降至2%以下，而2024年各月之CPI年增率則落在0.8%~1.5%之間。該預測的短期趨勢大致與國內、外主要機構之預測結果相仿⁵，惟預測期數愈長，此模型的預測誤差愈大。

圖7 AR(1)-MA(11,12)模型之CPI年增率預測結果



註：藍色虛線為AR(1)-MA(11,12)模型之預測值。
資料來源：本文自行估算

⁵ 多數預測機構的預測結果皆顯示台灣 2024 年的通膨率有望降低至 2%以下。

為將可能的外生衝擊納入模型中，本文另嘗試將國際油價(西德州原油價格，WTI)及侵台颱風數量納入既有之 ARMA 模型當中。考量國際油價係由國際原油市場供需決定，且不易受國內任何經濟變數影響，因此視為外生變數。另外，為將油價從美元轉換為新台幣，本文將新台幣兌美元之匯率納入資料樣本。颱風侵台因素亦非受經濟變數影響，同樣視為外生變數。油價、匯率及颱風侵台的資料來源分別為聖路易市聯邦準備銀行、中央銀行與中央氣象局，樣本期為 2000 年 1 月至 2023 年 8 月(見圖 8)。油價轉為年成長率後通過 ADF 單根檢定，確認為定態序列⁶。

圖 8 樣本資料之時間序列圖

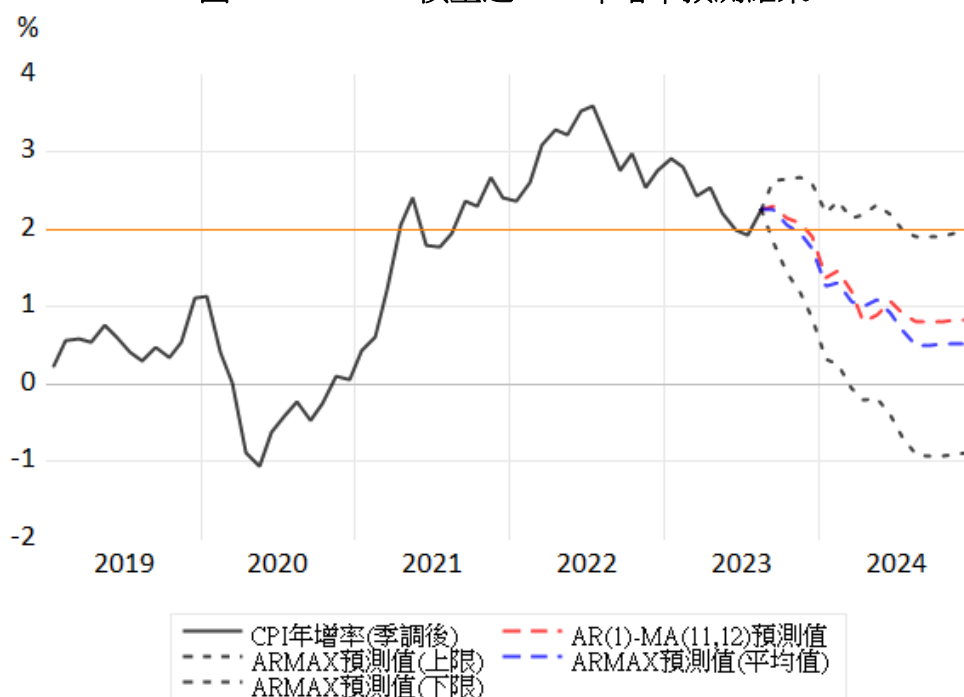


資料來源：聖路易市聯邦準備銀行、中央銀行、中央氣象局

⁶ 油價年成長率之 t 值分別為-5.18， p 值皆為 0.00，因此拒絕序列存在單根的虛無假設。

本文依統計顯著性挑選外生變數的最適落後期，並得到 AR(1)-MA(11,12)-X(1)，外生變數為當期及落後一期之油價年成長率，天候變數因不具統計顯著性而剔除。值得一提的是，該模型的殘差項診斷檢定結果與先前大致相同；殘差項的多數自我相關值仍在信賴區間內，且 Jarque-Bera 測試拒絕殘差項為常態分配的虛無假設⁷。為預測未來各月之 CPI 年增率，本文針對外生變數進行假設。首先，國際油價(WTI)的未來走勢係直接引用美國能源資訊署(U.S. Energy Information Administration, EIA)之預測值⁸。預測結果如圖 9 所示，2023 年第 4 季之經季調 CPI 年增率有望低於 2%，2024 年第 2 季後，各月 CPI 年增率則有機會降至 1%以下；相較於 ARMA 模型之結果，ARMAX 模型的預測值平均較低，但兩者走勢相近。

圖 9 ARMAX 模型之 CPI 年增率預測結果



註：紅色及藍色長虛線分別為ARMA及ARMAX模型之預測值；短虛線則為ARMAX模型，以拔靴法(Bootstrap)建構之80%信賴區間。

資料來源：本文自行估算

⁷ ARMAX 的殘差項診斷結果與先前(ARMA)結果幾乎一致，故內文不再將分析圖表納入，以節省空間。

⁸ 新台幣兌美元匯率之未來走勢採過去三個月平均。

參、非線性預測模型

傳統線性模型大多假設模型參數為穩定不變，惟全球金融海嘯、新冠肺炎疫情、逆全球化等結構性改變(structural change)皆可能造成模型參數變動，不適合以線性模型等方法進行經濟預測。為解決此問題，經濟及統計學家相繼提出門檻(threshold)及平滑移轉(smooth transition)自我迴歸模型、馬可夫轉換(Markov-switching)模型、狀態空間(state space)模型等依時變動參數模型。

一、門檻及平滑移轉自我迴歸模型

考量 AR(1)模型的參數可依時變動，並呈現如下：

$$y_t \begin{cases} \phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \epsilon_t & \text{if } q_t \leq c \\ \phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1} + \epsilon_t & \text{if } q_t > c \end{cases} \quad (2.1)$$

由於參數取決於某一變數(q_t)是否高於特定門檻值(c)，故此模型稱之為門檻自我迴歸模型(threshold autoregressive model, TAR)。其經濟意涵在於，當 q_t 高於門檻值時，將改變目標變數(y_t)的動態調整過程；舉例而言，當通膨高於特定水準值，則可能產生惡性通膨(hyperinflation)，使通膨動態改變。其次，式(2.1)可改寫為以下單一方程式：

$$y_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1})(1 - I(y_{t-1} > c)) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1})I(y_{t-1} > c) + \epsilon_t, \quad (2.2)$$

其中 I 為指標函數(indicator function)。在 TAR 模型中，參數之間的轉換相當快速且為非連續(discontinuous)。為此，後續衍生出平滑移轉函數(transition function)，來取代替指標函數。

不同於 TAR 模型，平滑移轉自我迴歸(Smoothed Transition Autoregressive, STAR)模型則係以邏輯(Logistic)函數取代門檻值，使不同參數值之間的轉換產生

平滑的連續型態⁹。由於該模型常以下方之 Logistic 函數 G 表示：

$$G(q_t; \gamma, c) = \frac{1}{1 + \exp(-\gamma[q_t - c])},$$

故又稱為邏輯平滑移轉自我迴歸模型(Logistic Smooth Transition AR, LSTAR)。參數 γ 為狀態之間移轉的平滑度，若參數值愈大，模型就愈趨近於 TAR；若參數值為零 ($\gamma = 0$)，模型則變為線性模型。值得一提的是，上述兩個非線性模型皆可額外加入落後期、外生解釋變數等多種組合，以增加其複雜度，且狀態(regime)數量不限於 2 種。Granger (1993) 針對非線性模型的使用與否給予以下建議，其決策過程為：

1. 給定一線性模型，如 $AR(p)$ ；
2. 利用計量檢定方法測試該線性模型與另一給定非線性模型(如 TAR 或 STAR) 是否相等；
3. 若拒絕兩者相等之虛無假設，則應使用非線性模型進行估計或預測；
4. 對非線性模型進行診斷測試，並依據測試結果適時調整模型；
5. 利用調整好的模型進行預測或計算衝擊反應函數。

二、馬可夫轉換模型

不同於 TAR 及 STAR 模型，馬可夫轉換(Markov Switching, MS)模型¹⁰係依序列資料本身的特性進行狀態轉換，並自行決定所在區間的分配狀態，故該模型較能充分解釋目標變數的動態行為。考量一 $AR(1)$ 模型，其係數取決於二分性變數(binary variable)之數值(即狀態)，並將其模型以公式呈現如下：

⁹ 相關資訊請參考 Granger and Terasvirta (1993)、Franses and van Dijk (2000)、Terasvirta, Tjostheim and Granger (2010)、Terasvirta (2005)、van Dijk, Terasvirta and Franses (2002)。

¹⁰ 該模型係由 Hamilton (1994) 首先提出。

$$y_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1})S_t + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1})(1 - S_t) + \epsilon_t, \quad (2.3)$$

其中 $\epsilon_t \sim iid N(0, \sigma^2)$ ， S_t 為狀態變數，且 $S_t \in \{0, 1\}$ 。假設 S_t 為已知數值，則可直接將該變數作為虛擬變數，惟多數情況下 S_t 為未知數值。如 S_t 為隨機數值但取決於可觀測變數，此時可使用 TAR 或 STAR 的設定，將二分性變數設為 $S_t = I(y_{t-1} > c)$ ，其中 c 為未知門檻值。然而，當 S_t 為隨機且不可觀測時，需針對其生成機制(generating mechanism)進行假設。 S_t 大致分為連續性(continuous)或間斷性(discrete)隨機變數；前者通常假定為 AR 過程，並以卡爾曼濾波(Kalman filter)分析，後者則假定為馬可夫鏈(Markov chain)，可使用馬可夫轉換模型分析。

假設隨機變數 S_t 具 N 個不同狀態，且轉換機率为：

$$P\{S_t = j | S_{t-1} = i, S_{t-2} = k, \dots\} = P\{S_t = j | S_{t-1} = i\} = p_{ij}, \quad (2.4)$$

代表 t 期狀態的機率值僅受 $t-1$ 期的狀態影響，不受 $t-1$ 期前的狀態影響。由於 t 期有 N 個狀態，因此稱之為 N -state Markov chain，而轉換機率則為 $\{p_{ij}\}_{i,j=1,\dots,N}$ ，

其中， p_{ij} 為狀態 i 變成狀態 j 之機率，且全部狀態的機率加總為 1，即 $p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{iN} = 1$ 。若將所有的轉換機率進行整合，可得到以下轉換機率矩陣：

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{N1} \\ p_{12} & p_{22} & \dots & p_{N2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{1N} & p_{2N} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix}$$

在實證方面，文獻常假設狀態變數 S_t 為兩種狀態，如 $S_t = 1$ 代表經濟處於擴張狀態， $S_t = 0$ 則代表經濟處於收縮狀態。其他案例包括，高通膨期($S_t = 1$)及低通膨期($S_t = 0$)等不同狀態假設亦適用馬可夫轉換模型。

三、狀態空間模型及卡爾曼濾波法

上述的非線性模型雖有其優點，惟遭遇無法直接觀測之變數時，如潛在產出、

中性利率等，預測工作恐變得較為棘手，此時建議可利用狀態空間模型進行估計。狀態空間模型的廣泛應用主要在於，許多模型皆可表示成狀態空間模型的形式；首先，將模型寫成狀態(state)及測量(measurement)兩組方程式，並將可觀測之變數與狀態變數之間的線性關係描繪於測量方程式中。一般而言，線性的狀態空間模型可表示如下：

$$\alpha_t = T\alpha_{t-1} + R\eta_t, \quad (2.5A)$$

$$y_t = Z\alpha_t + S\xi_t, \quad (2.5B)$$

$$\begin{pmatrix} \eta_t \\ \xi_t \end{pmatrix} \sim i.i.d. \quad N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & H \end{pmatrix}\right), \quad (2.5C)$$

其中， α_t 為一向量不可觀測狀態的變數； y_t 為一向量可觀測變數；式(2.5A)及(2.5B)分別為狀態方程式及測量方程式；誤差項 η_t 及 ξ_t 平均為零，假設為常態分配、彼此無關且符合獨立同分配(i.i.d.)。

本文以 ARMA 模型為例，示範如何將相同模型改寫為狀態空間形式。考量以下 ARMA(2, 2)模型：

$$y_t = a_1y_{t-1} + a_2y_{t-2} + \varepsilon_t + b_1\varepsilon_{t-1} + b_2\varepsilon_{t-2}, \quad (2.6A)$$

且 $\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2)$ 。另假設有 4 個狀態變數，分別為 α_{1t} ， α_{2t} ， α_{3t} ，及 α_{4t} ，可組成以下狀態方程式：

$$\begin{pmatrix} \alpha_{1t} \\ \alpha_{2t} \\ \alpha_{3t} \\ \alpha_{4t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{1t-1} \\ \alpha_{2t-1} \\ \alpha_{3t-1} \\ \alpha_{4t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \eta_t, \quad (2.6B)$$

式(2.5A)明顯為式(2.6B)的簡化版。假設轉換方程式為 $y_t = (1 \ 0 \ 0 \ 0)\alpha_t$ ，即式(2.5B)的 $Z = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$ ，且 $S = 0$ 。為證明狀態空間方程式(2.6B)與式(2.6A)同為 ARMA(2,2)模型，本文首先取得式(2.6B)的第一條狀態公式： $\alpha_{1t} = a_1\alpha_{1t-1} +$

$a_2\alpha_{2t-1} + \alpha_{3t-1} + \eta_t$ 。其次，將第二及第三條狀態公式代入 α_{2t-1} 及 α_{3t-1} ，並得到： $\alpha_{1t} = a_1\alpha_{1t-1} + a_2\alpha_{1t-2} + \alpha_{4t-2} + b_1\eta_{t-1} + \eta_t$ 。從第四條狀態公式可知 $\alpha_{4t-2} = b_2\eta_{t-2}$ ，因此前述公式可改為： $\alpha_{1t} = a_1\alpha_{1t-1} + a_2\alpha_{1t-2} + b_2\eta_{t-2} + b_1\eta_{t-1} + \eta_t$ 。由於轉換方程式為 $y_t = \alpha_{1t}$ ，故得出與式(2.6A)相似之 ARMA(2,2)模型： $y_t = a_1\alpha_{1t-1} + a_2\alpha_{1t-2} + b_2\eta_{t-2} + b_1\eta_{t-1} + \eta_t$ 。

瞭解狀態空間模型的相關背景後，接著將進一步掌握如何利用 Kalman filter 進行預測及求解。大致而言，Kalman filter 係以遞迴式的方法，計算狀態空間模型中狀態及可觀測變數的最適(線性)預測值。首先，根據式(2.5)之狀態空間模型的常態分配假設，可將狀態及測量方程式改寫為常態密度函數的形式：

$$f(\alpha_t | \alpha_{t-1}, Y_{t-1}) = N(T\alpha_{t-1}, RQR'), \quad (2.7A)$$

$$f(y_t | \alpha_t, Y_{t-1}) = N(Z\alpha_t, SHS'), \quad (2.7B)$$

其中 $Y_{t-1} = (y_{t-1}, y_{t-2}, \dots)$ 。其次，在給定過去觀測資訊的條件下，狀態變數可表示為：

$$f(\alpha_t | Y_{t-1}) = N(\alpha_{t|t-1}, P_{t|t-1}). \quad (2.7A')$$

其中， $\alpha_{t|t-1} = \mathbb{E}(\alpha_t | Y_{t-1}) = T\alpha_{t-1|t-1}$ ； $P_{t|t-1} = \text{var}(\alpha_t - \alpha_{t|t-1}) = TP_{t-1|t-1}T' + RQR'$ 。利用式(2.7A')可建構向前一期之預測模型，因此該式亦稱之為「預測方程式」(prediction equation)。當給定當期及過去觀測資訊後，狀態變數的密度函數則更改為：

$$f(\alpha_t | Y_t) = N(\alpha_{t|t}, P_{t|t}). \quad (2.7A'')$$

其中， $\alpha_{t|t} = \alpha_{t|t-1} + P_{t|t-1}Z'F_t^{-1}v_t$ ； $P_{t|t} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1}Z'F_t^{-1}ZP_{t|t-1}$ ，且 $v_t = y_t - y_{t|t-1}$ ； $F_t = \mathbb{E}(v_t v_t')$ 。由此可知，式(2.7A'')分為兩個部分：(1) $\alpha_{t|t}$ 說明如何

運用 y_t 之訊息，更新 $t-1$ 期對 α_t 的預測，此步驟如同對 α_t 進行「即時預測」(nowcast)；
 (2) $P_{t|t}$ 則用以捕捉「即時預測」的不確定性(變異數)。基於前述之結構，式(2.7A'')
 又稱作「更新方程式」(updating equation)。總結而言，預測方程式取決於更新方
 程式內的 $\alpha_{t-1|t-1}$ 及 $P_{t|t-1}$ ，而更新方程式則取決於預測方程式內的 $\alpha_{t|t-1}$ 、 $P_{t|t-1}$ 、
 v_t 及 F_t 。

接著，根據過去的資訊， y_t 的「概似方程式」(likelihood equation)¹¹可寫作：

$$f(y_t|Y_{t-1}) = N(y_t|y_{t|t-1}, F_t), \quad (2.7B')$$

其中， $y_{t|t-1} = \mathbb{E}(Z\alpha_t + S\xi_t|Y_{t-1}) = Z\alpha_{t|t-1}$ ； $F_t = \mathbb{E}(v_t v_t') = ZP_{t|t-1}Z' + SHS'$ 。
 因此，概似方程式將根據預測方程式內的 $\alpha_{t|t-1}$ 及 $P_{t|t-1}$ ，估計出最適 y_t 預測值。
 此外，Kalman filter 的另一關鍵重點在於 α_t 的初始條件；針對該初始條件，較為
 常見的做法係以 α_t 的非條件平均數及變異數為設定。根據式(2.5A)可知 $\alpha_{1|0} =$
 $\mathbb{E}(\alpha_0) = 0$ ，且若進一步定義 $P_{1|0} = \mathbb{E}(\alpha_0' \alpha_0)$ ，則可得到：

$$\text{vec}(P_{1|0}) = [I - (T \otimes T)]^{-1} \text{vec}(RQR').$$

其中， $\text{vec}(P_{1|0})$ 為 $P_{1|0}$ 垂直推疊而成的向量¹²。

綜而言之，Kalman filter 的預測及求解係依據預測、更新及概似三組方程式
 的相互關係所建立而成，並以迭代的方式，逐步取得預測值及概似函數；其大致
 步驟如下：

1. 從預測方程式開始

$$\alpha_{t|t-1} = T\alpha_{t-1|t-1},$$

$$P_{t|t-1} = TP_{t-1|t-1}T' + RQR',$$

¹¹ 若給定 $f(y_t)$ ，即可將式(17B')改寫為聯合概似(joint likelihood)函數： $f(y_1, \dots, y_t) = \prod_{t=1}^T f(y_t|Y_{t-1})$ ，故式(17B')稱為概似方程式。

¹² 公式推導過程詳見 Hamilton (1994)。

並利用以下初始條件，取得 $\alpha_{2|1}$ 及 $P_{2|1}$ ，

$$\alpha_{1|0} = E(\alpha_0) = 0,$$

$$vec(P_{1|0}) = [I - (T \otimes T)]^{-1} vec(RQR').$$

2. 將 $\alpha_{2|1}$ 及 $P_{2|1}$ 代入以下概似方程式，並取得 $y_{2|1}$ 及 F_2 ，

$$y_{t|t-1} = Z\alpha_{t|t-1},$$

$$F_t = ZP_{t|t-1}Z' + SHS'.$$

3. 將 $\alpha_{2|1}$ 、 $P_{2|1}$ 、 $y_{2|1}$ 及 F_2 代入以下更新方程式，並取得 $\alpha_{2|2}$ 及 $P_{2|2}$ ，

$$\alpha_{t|t} = \alpha_{t|t-1} + P_{t|t-1}Z'F_t^{-1}v_t,$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1}Z'F_t^{-1}ZP_{t|t-1}.$$

4. 回到步驟 1 的預測方程式，並代入 $\alpha_{2|2}$ 及 $P_{2|2}$ ，以取得 $\alpha_{3|2}$ 及 $P_{3|2}$ 。

5. 將 $\alpha_{3|2}$ 及 $P_{3|2}$ 代入步驟 2 之概似方程式，取得 $y_{3|2}$ 及 F_3 。

6. 將 $\alpha_{3|2}$ 、 $P_{3|2}$ 、 $y_{3|2}$ 及 F_3 代入步驟 3 之更新方程式，並取得 $\alpha_{3|3}$ 及 $P_{3|3}$ 。

7. 不斷重複步驟 4 至 6 直至最後一個樣本點 $t = T$ ，即可獲得所有預測值及概似函數，並以下方公式建構完整的概似函數：

$$\log L(\theta) = -\frac{NT}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |F_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T v_t' F_t v_t,$$

其中， v_t 為向前一期預測誤差； F_t 為變異數共變異數矩陣。

四、實證分析應用－台灣通膨率非線性預測模型與預測結果

本章節首先以 TAR 模型對未來國內一年之(經季調)CPI 年增率進行預測，而資料樣本期同樣為 2000 年 1 月至 2023 年 8 月，預測期間仍為 2023 年 9 月至 2024 年 12 月。本文使用 EViews 的 TAR 模型設定功能，先給定預測變數的落後期範圍，再由該設定功能挑選合適的門檻變數、狀態數量及門檻值，並依據其狀態設定進行估計。如圖 10 所示，EViews 在落後期數 1 至 6 的範圍內選定落後 1 期為最適門檻變數，並以門檻值 1.92% 為準，將樣本劃分為高通膨率(CPI 年增率

高於 1.92%)及低通膨率(CPI 年增率低於 1.92%)兩種狀態。在最適門檻變數的選取方面，EViews 係根據 AIC 準則挑選殘差平方和(sum of squared residuals, SSR)最低之落後期。

圖 10 門檻自我迴歸模型估計結果—台灣(季調後)CPI 年增率

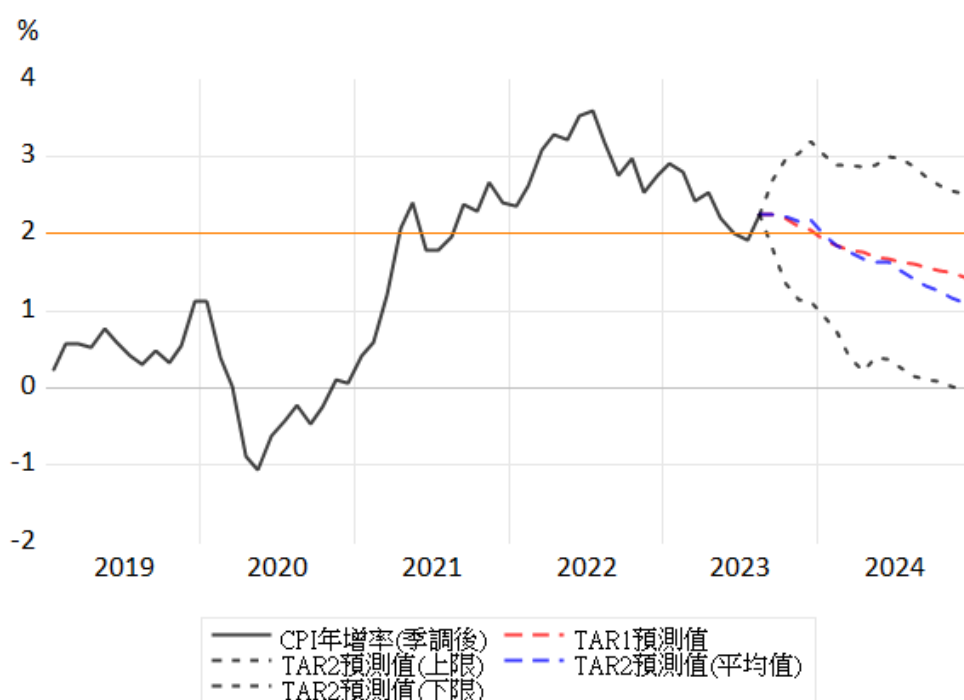
Dependent Variable: YINFLATION
Method: Discrete Threshold Regression
Date: 09/08/23 Time: 17:40
Sample (adjusted): 2000M07 2023M08
Included observations: 278 after adjustments
Threshold type: Fixed number of sequentially determined thresholds
Threshold value used: 1.923634
Threshold variable: YINFLATION(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YINFLATION(-1) < 1.923634 -- 217 obs				
C	0.122247	0.039910	3.063090	0.0024
YINFLATION(-1)	0.948781	0.071529	13.26433	0.0000
YINFLATION(-2)	-0.113048	0.095617	-1.182308	0.2381
YINFLATION(-3)	0.088928	0.096058	0.925776	0.3554
YINFLATION(-4)	0.088291	0.095790	0.921707	0.3575
YINFLATION(-5)	-0.140227	0.093712	-1.496357	0.1358
YINFLATION(-6)	-0.018456	0.065210	-0.283028	0.7774
1.923634 <= YINFLATION(-1) -- 61 obs				
C	0.246309	0.258208	0.953918	0.3410
YINFLATION(-1)	1.211140	0.147262	8.224392	0.0000
YINFLATION(-2)	-0.370261	0.189882	-1.949951	0.0522
YINFLATION(-3)	-0.200421	0.182603	-1.097580	0.2734
YINFLATION(-4)	0.394907	0.185764	2.125848	0.0344
YINFLATION(-5)	-0.664388	0.200448	-3.314513	0.0010
YINFLATION(-6)	0.530799	0.137421	3.862583	0.0001
R-squared	0.866083	Mean dependent var	1.083213	
Adjusted R-squared	0.859489	S.D. dependent var	1.151414	
S.E. of regression	0.431606	Akaike info criterion	1.206440	
Sum squared resid	49.17890	Schwarz criterion	1.389126	
Log likelihood	-153.6952	Hannan-Quinn criter.	1.279732	
F-statistic	131.3361	Durbin-Watson stat	1.958949	
Prob(F-statistic)	0.000000			

資料來源：本文自行估算

接著，本文將先前的國際油價外生變數再次納入模型之中，並再次以 TAR 模型進行估計及預測¹³。不同於 ARMAX 模型，TAR 模型的預測結果顯示，(經季調)2023 年下半年各月之 CPI 年增率預期維略高於 2.0%；通膨率大約到 2024 年年初有望降到 2.0%以下，且全年各月 CPI 年增率落在 1.0%至 2.0%之間(見圖 11)。

圖 11 TAR 模型之 CPI 年增率預測結果



註：紅色長虛線為不含外生變數之 TAR1 模型；藍色長虛線代表包含外生變數之 TAR2 模型；短虛線則為 TAR2 模型，以拔靴法(Bootstrap)建構之 80%信賴區間。
資料來源：本文自行估算

本文另嘗試以 STAR 模型進行估計及預測，並由 EViews 選定最適落後期作為門檻變數，而平滑移轉方法則係採用 Logistic 函數。估計結果顯示，最適門檻變數為 CPI 年增率落後 1 期，門檻值為 1.95%；狀態數量分為兩種，且狀態之間移轉的平滑度(γ)為 47.0(見圖 12)。若進一步納入國際油價外生變數，並進行預測則可得到圖 13 之結果。STAR 模型的預測結果顯示，台灣 2023 年下半年的通膨壓力仍存，惟進入 2024 年後，通膨走勢大致與 TAR 模型的預測結果相似。

¹³ 模型設定同樣係以預測變數之落後 1 期為門檻變數，門檻值為 1.96%，狀態數量為高通膨及低通膨 2 種。外生變數為當期及落後一期之國際油價(新台幣計價)，其餘數則不受狀態影響。迴歸估計結果大致與圖 10 相同，故不再納入內文。

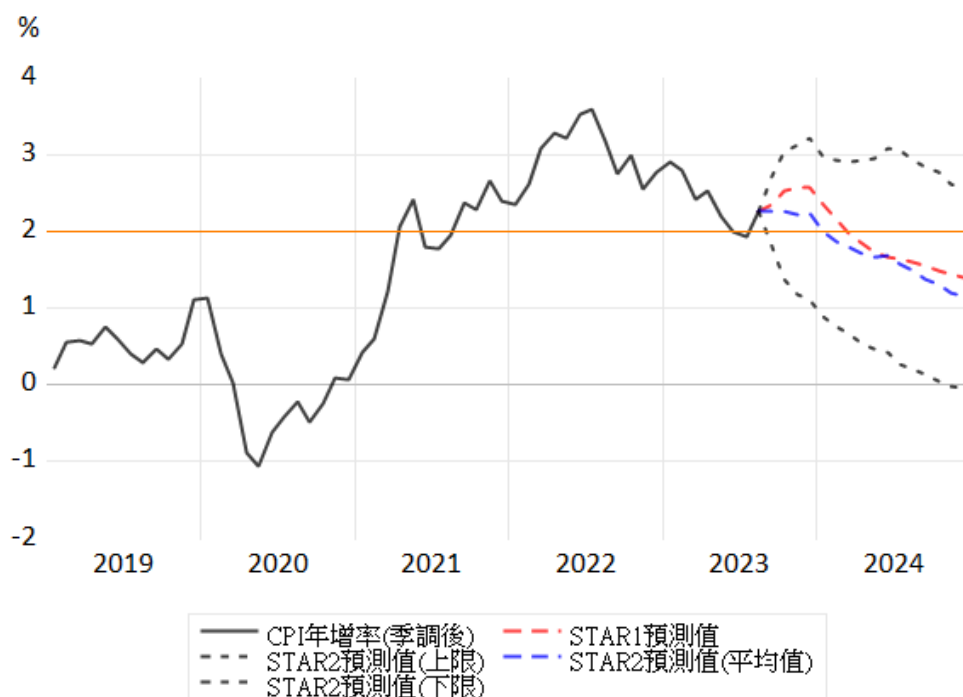
圖 12 平滑移轉自我迴歸模型估計結果—台灣(季調後)CPI 年增率

Dependent Variable: YINFLATION
Method: Smooth Threshold Regression
Transition function: Logistic
Date: 09/11/23 Time: 11:32
Sample (adjusted): 2000M07 2023M08
Included observations: 278 after adjustments
Threshold variable chosen: YINFLATION(-1)
Threshold variables considered: YINFLATION(-1) YINFLATION(-2)
YINFLATION(-3) YINFLATION(-4) YINFLATION(-5) YINFLATION(-6)
Starting values: Grid search with concentrated regression coefficients
Ordinary standard errors & covariance using outer product of gradients
Convergence achieved after 11 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Threshold Variables (linear part)				
C	0.121064	0.040109	3.018414	0.0028
YINFLATION(-1)	0.950899	0.072022	13.20292	0.0000
YINFLATION(-2)	-0.113444	0.096094	-1.180550	0.2389
YINFLATION(-3)	0.085429	0.096453	0.885702	0.3766
YINFLATION(-4)	0.095146	0.096105	0.990019	0.3231
YINFLATION(-5)	-0.141765	0.094094	-1.506635	0.1331
YINFLATION(-6)	-0.018054	0.065535	-0.275486	0.7832
Threshold Variables (nonlinear part)				
C	0.155030	0.289209	0.536048	0.5924
YINFLATION(-1)	0.253765	0.166920	1.520279	0.1296
YINFLATION(-2)	-0.265477	0.214765	-1.236128	0.2175
YINFLATION(-3)	-0.273537	0.209943	-1.302910	0.1937
YINFLATION(-4)	0.291576	0.214635	1.358474	0.1755
YINFLATION(-5)	-0.542706	0.226273	-2.398454	0.0172
YINFLATION(-6)	0.571929	0.158345	3.611915	0.0004
Slopes				
SLOPE	47.03913	126.9386	0.370566	0.7113
Thresholds				
THRESHOLD	1.947006	0.062798	31.00436	0.0000
R-squared	0.865927	Mean dependent var	1.083213	
Adjusted R-squared	0.858252	S.D. dependent var	1.151414	
S.E. of regression	0.433502	Akaike info criterion	1.221989	
Sum squared resid	49.23602	Schwarz criterion	1.430773	
Log likelihood	-153.8565	Hannan-Quinn criter.	1.305752	
F-statistic	112.8110	Durbin-Watson stat	1.950830	
Prob(F-statistic)	0.000000			

資料來源：本文自行估算

圖 13 STAR 模型之 CPI 年增率預測結果



註：紅色長虛線為不含外生變數之 TAR1 模型；藍色長虛線代表包含外生變數之 TAR2 模型；短虛線則為 TAR2 模型，以拔靴法(Bootstrap)建構之 80%信賴區間。
資料來源：本文自行估算

最後，本文採用兩狀態馬可夫轉換(two-state MS)模型，對台灣 CPI 年增率進行估計及預測。在模型設定方面，本文假設僅有截距項及變異數具狀態轉換，CPI 年增率之落後期則不會隨狀態改變。估計結果顯示(圖 14)，狀態 1(低通膨)的平均值為 0.05%，且統計不顯著，而狀態 2(高通膨)的平均值為 0.14%，且統計顯著低於 0.01；兩種狀態下的變異數亦有明顯差異。從移轉機率估計結果來看，若當期狀態為低通膨，且下一期狀態同樣為低通膨的機率為 0.929，而下一期為高通膨狀態的機率則為 $(1 - 0.929) = 0.071$ 。另一方面，若當期狀態為高通膨，下一期狀態同樣為高通膨的機率為 0.900；依此，下一期狀態轉為低通膨的機率則為 $(1 - 0.900) = 0.100$ 。此結果顯示，狀態 1 及 2 的持續性皆相當高；狀態 1 大約可持續 14.0 個月，狀態 2 則可持續 10.0 個月。

圖 14 兩狀態馬可夫轉換模型估計結果—台灣(季調後)CPI 年增率

Dependent Variable: YINFLATION
 Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/11/23 Time: 14:40
 Sample (adjusted): 2000M02 2023M08
 Included observations: 283 after adjustments
 Number of states: 2
 Initial probabilities obtained from ergodic solution
 Standard errors & covariance computed using observed Hessian
 Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=997617322)
 Convergence achieved after 13 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	0.045850	0.051905	0.883343	0.3771
LOG(SIGMA)	-0.604577	0.083290	-7.258724	0.0000
Regime 2				
C	0.140911	0.047237	2.983074	0.0029
LOG(SIGMA)	-1.372484	0.122187	-11.23263	0.0000
Common				
YINFLATION(-1)	0.927577	0.023624	39.26494	0.0000
Transition Matrix Parameters				
P11-C	2.567068	1.115197	2.301897	0.0213
P21-C	-2.195736	0.904728	-2.426956	0.0152
Mean dependent var	1.088535	S.D. dependent var	1.141915	
S.E. of regression	0.454346	Sum squared resid	57.38771	
Durbin-Watson stat	1.774243	Log likelihood	-163.3470	
Akaike info criterion	1.203865	Schwarz criterion	1.294035	
Hannan-Quinn criter.	1.240020			

Date: 09/11/23 Time: 14:47
 Transition summary: Constant Markov transition probabilities and expected durations
 Sample (adjusted): 2000M02 2023M08
 Included observations: 283 after adjustments

Constant transition probabilities:
 $P(i, k) = P(s(t) = k | s(t-1) = i)$
 (row = i / column = k)

	1	2
1	0.928712	0.071288
2	0.100134	0.899866

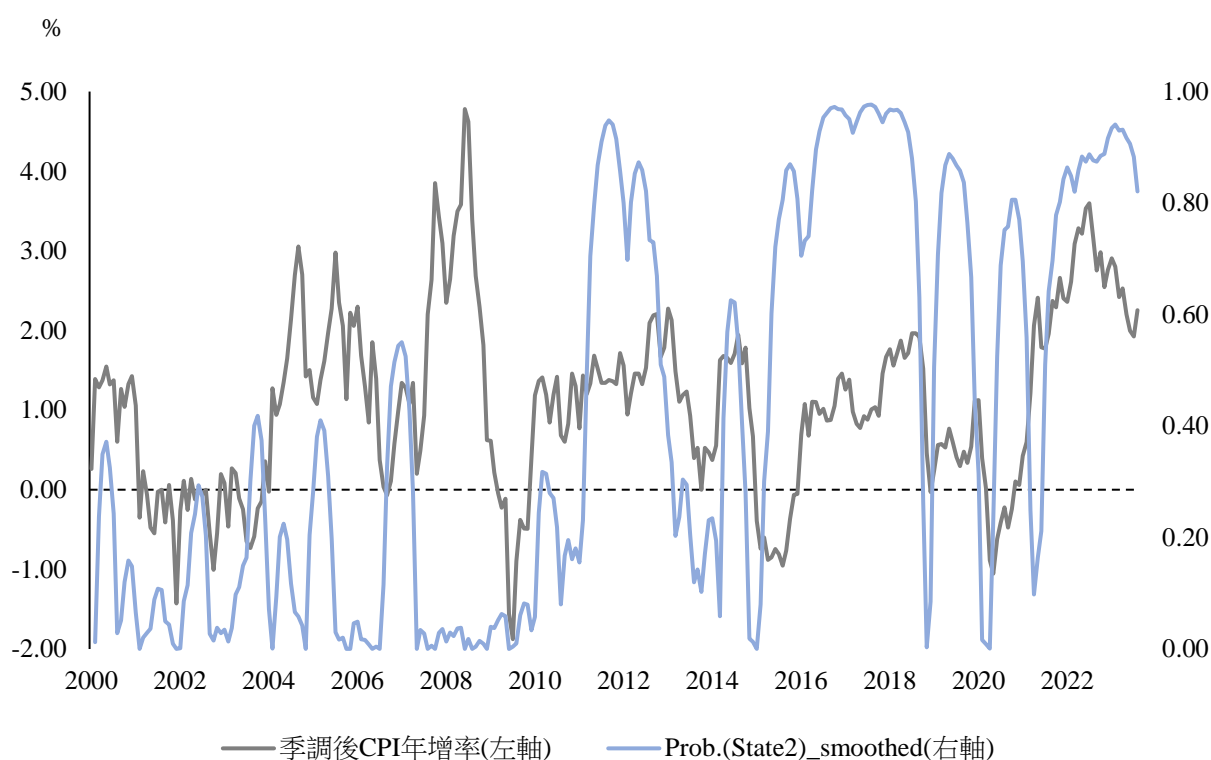
Constant expected durations:

	1	2
	14.02758	9.986609

資料來源：本文自行估算

另外，MS 模型可根據整體樣本期間的 CPI 年增率，推估計各個時點的通膨狀態，並以平滑機率顯示各時點的狀態機率。圖 15 的通膨狀態機率係以狀態 2(高通膨)為基準，與過去 20 幾年的 CPI 年增率進行對照。以平滑機率而言，台灣 2010 年以前大多處於低通膨狀態，2010 以後則大多處於高通膨狀態，惟此結果與實際通膨情況並不相符。特別是 2008 至 2009 年 CPI 年增率較高之期間，狀態 2 的平滑機率卻嚴重偏低，反映 MS 模型的判定有失準問題；2010 年後的狀態機率雖與實際通膨趨勢較為相符，但仍有部分通膨率較低的時點(如 2015 年及 2021 年)被判定為高通膨狀態。

圖 15 CPI 年增率及通膨狀態機率



資料來源：本文自行估算

本文進一步使用該 MS 模型進行預測¹⁴，並發現未來各月 CPI 年增率呈現逐月平緩下滑的趨勢(見圖 16)；相較於上述所有模型的預測結果，本文使用 MS 模

¹⁴ 將 MS 模型運用於預測的相關實證可參考 Clements and Krolzig (1998)、Deschamps (2008)及 Engel (1994)等。

型推估的通膨預測走勢路徑似乎較為平穩，恐與未來實際通膨走勢有較大的落差。綜觀目前本文所嘗試之模型而言，TAR 及 STAR 模型的預測結果與國內、外主要機構之預測結果較為相近，且較符合民間部門對未來物價之看法，惟近期影響國內物價之不確定性因素仍存，未來通膨率是否如預期般回歸長期趨勢則有待觀察。

圖 16 MS 模型之 CPI 年增率預測結果



資料來源：本文自行估算

肆、結論與建議

本次研習內容涵蓋經濟預測的基本概念，並以深入淺出的方式依序介紹不同預測模型的演進及發展，並於後續課程介紹預測績效評估的方法及統計檢定等議題。參與本次研習課程不僅可與其他學員進行經驗交流，從中學習到其他國家的預測機制及方法，且能與授課講師進行深度的學術探討，以強化自身的預測模型建構能力，拓展學術及實務視野。此外，主辦單位亦邀請瑞士央行的經濟學家介紹該行的預測方法及模型，並進行經驗分享，對預測實務之精進頗有助益。整體而言，以上課程內容及經驗分享均獲益良多。茲提出建議事項如下：

- 一、因網路資訊與公開資料愈趨發達，台灣的資料更加多元，未來可善加利用不同面向的資料嘗試捕捉難以預期的外生性衝擊，例如隨氣候變遷，天災、豪雨等對我國物價影響加劇，可透過建構氣候指數強化通膨預測表現，並協助本行掌握當前及未來的物價情勢。
- 二、預測模型發展蓬勃，應用層面廣泛且多元，對預測工作具有正面助益，建議未來可多加嘗試不同的預測模型，並與既有模型進行比較，以提升預測績效。
- 三、預測工作不易，各種模型亦有其優劣之處及限制，應適時與國內外預測專家交流，探討精進預測工作之方法，並相互回饋彼此的預測經驗，共同強化預測績效。

參考文獻

- Clements, M.P. and Krolzig H.-M. (1998). A Comparison of the Forecast Performance of Markov-switching and Threshold Autoregressive Models of US GNP, *The Econometrics Journal*, 1(1), 47-75.
- Deschamps P.J. (2008). Comparing Smooth Transition and Markov Switching Autoregressive Models of US Unemployment, *Journal of Applied Econometrics*, 23(4), 435-462.
- Diebold, F.X. (2006). *Elements of Forecasting*. Thomson/South-Western, 4 edition, ISBN:978-0-324-35904-6, Retrieved from <http://www.ssc.upenn.edu/~fdiebold/Teaching221/FullBook.pdf>.
- Elliott, G. and Timmermann, A. (2017). *Economic Forecasting*. Princeton University Press.
- Engel, C. (1994). Can the Markov Switching Model Forecast Exchange Rates? *Journal of International Economics*, 36(1-2), 151-165.
- Franses, P.H. and van Dijk, D. (2000). *Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press, New York.
- Granger, C.W.J. (1993). Strategies for Modelling Nonlinear Time-Series Relationships, *Economic Record*, 69(3), 233-238.
- Granger, C.W.J. and Terasvirta, T. (1993). *Modeling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford University Press, New York.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton.
- Teräsvirta, T. (2005). *Forecasting Economic Variables with Nonlinear Models*, SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance 598, Stockholm School of Economics.
- Teräsvirta, T., Tjøstheim, D., and Granger, C.W.J. (2010). *Modelling Nonlinear Economic Time Series*. Oxford University Press, New York.
- van Dijk, D., Teräsvirta, T., and Franses, P.H. (2002). Smooth Transition Autoregressive Models — A Survey of Recent Developments, *Econometric Reviews*, Taylor & Francis Journals, 21(1), 1-47.