INER-F1370 INER-F1370

出國報告（出國類別：實習）

2019 年赴美國麻省理工學院實習出國報告

服務機關：　　核能研究所
姓名職稱：　　郭春河　助理研究員
派赴國家/地區：美國
出國期間：　　108 年 7 月 5 日~108 年 8 月 17 日
報告日期：　　108 年 9 月 16 日

摘　要

核能研究所自民國 105 年起即與美國麻省理工學院科學與政策全球變遷聯合專案合作開發 EPPA-Taiwan 經濟模型。EPPA 經濟模型是麻省理工學院科學以 GAMS 程式語言撰寫的應用經濟模型，EPPA-Taiwan 經過四年的發展，程式架構已經十分龐大，可以用來探討新技術引進時程以及市場規模，以降低全球 INDC 減碳目標對台灣的經濟衝擊，也可提供台灣優先佈局各項技術的建議。筆者是第一年參與此計畫，因此將實習的目標為 EPPA 模型及 CGE 模型的學習、與國外學者交流及了解國外研究機構運作，雖然實習的期限較短，但成果豐富。核能研究所在過去數年中，投入 EPPA 模型頗鉅，建議未來仍持續派員至 MIT 實習或參加短期的 workshop，以維持研發的能力。本所除了 EPPA-Taiwan 模型之外，在 GEMEET 模型及 TIMES 模型的開發也有多年的經驗，如果可以整合三大模型，相信能夠增加問題求解能力。此外，如果能夠積極參加國內的學術研討會並大量發表論文，對於模型的推廣及促進與國內產官學研的合作也會有所助益。

關鍵字：一般均衡模型、投入產出模型、代數建模系統

Abstract

Since 2016, the INER (Institute of Nuclear Energy Research) has been cooperating with Joint Program on the Science and Policy of Global Change of MIT (Massachusetts Institute of technology) to develop EPPA-Taiwan. EPPA is one kind of CGE model (computable general equilibrium model) which applies the theory of microeconomics and uses GAMS (general algebraic modeling system) to program. EPPA-Taiwan is well developed after 4-years efforts by several researchers and can use to solve the problems encountered in Taiwan. The problems include the impact of INDC to Taiwan economy, the launching timing of new energy technology and the strategic planning of the new technology development, etc. Since it is the first year I attend the EPPA program, I set up the targets to learn CGE and EPPA models and to share the ideas with the persons in the office of MIT JP. Although the time of internship is limited, I still felt that I learned very much. INER has put so much effort on EPPA during the previous several years, but it is necessary to assign the researchers to MIT for internship or attend the workshop to keep in pace with the development of EPPA. I will suggest that the senior should concentrate to develop the models, instead of taking care some general affairs of other normal research. In addition, I suggest setting up the performance index related the SSCI or other academic contribution to maximize the study result.

Key words: CGE, Input-Output model, GAMS

目　　次

一、 目的

核能研究所自民國 105 年起即與美國麻省理工學院科學與政策全球變遷聯合專案(The MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change, MIT JP)合作，依據經濟推估與政策分析(the Economic Projection and Policy Analysis, EPPA)模型的架構開發符合台灣能源及環境政策分析之跨國一般均衡模型(Computable General Equilibrium, CGE)經濟模型：EPPA-Taiwan（如圖 1）。MIT JP 的 EPPA 模型是遵循經濟學理論，以 GAMS(The General Algebraic Modeling System, GAMS) 程式語言撰寫的 EPPA 經濟模型屬於一般均衡模型模型，由於 GAMS 的程式功能，程式設計者能夠很容易評估政策變動的衝擊。EPPA-Taiwan 經過四年的發展，在多位同仁持續努力下，已經陸續完成靜態及動態 EPPA-Taiwan 模型建置，除了納入資本、人口、總要素生產力等動態調整機制，並加入 GHG 溫室氣體的動態過程以及電力部門巢式結構的設定、模型求解後的動態校準等工作，程式預建多種具應用潛力的新型綠能發電技術（含先進的生質燃料技術、先進的燃氣技術等），程式架構已經十分龐大，可以用來探討新技術引進時程以及市場規模，以降低全球 INDC 減碳目標對台灣的經濟衝擊，也可提供台灣優先佈局各項技術的建議。由於筆者是第一年參與此計畫，且實習的期限較短，因此將實習的目標放在 EPPA 模型的學習、與國外學者交流及了解國外研究機構運作。在 EPPA 模型的部分，EPPA 的基礎在於在資源有限下，求消費者的效用最大，科羅拉多大學的 Markusen 教授在網路上提供相關的教材，學習 EPPA 的同仁都由此開始，筆者也透過相關教材學習相關 MPSGE 的語法，並與個體經濟學的理論做比較。由於 EPPA 經濟模型是由 GAMS 程式語言撰寫，GAMS 主要是用來處理最佳化的問題，筆者也由 GAMS 的網站下載其使用者手冊，研讀其提供的重要範例，以熟悉 GAMS 的語法。由於 EPPA 是屬於 CGE 的領域，CGE 可以用來評估因為政策、技術、社會等外在因素的變動，對經濟產生的的影響，CGE 模型的理論基礎與前述科羅拉多大學的 Markusen 教授的理論推導有許多類似，筆者在實習的最後階段，則著重在 CGE 模型的學習上。近年來，MIT JP 經費較往年減縮，除了研究人員減少外，往年有許多經費贊助美國國內外的碩博士生到 JP 交流，現在此類名額已經很少了，在筆者實習期間，有許多研究人員到外地出差，MIT JP 變得相當冷清，平日比較有機會交流的為聯

絡窗口 Dr. Henry Chen, 哈薩克訪問學者 Dr. Jhanna Kapsalyamova、研究員 Dr. Xiang Gao 等人，JP 為純粹的研究機構，研究人員研究各自興趣的主題，JP 利用每個星期五午餐時間舉行學術演講，由 JP 人員輪流報告各自的研究成果，研究人員平日如果有問題可以隨時與中心主任 Dr. John Reilly 討論，研究氣氛十分自由友善，值得借鑑。

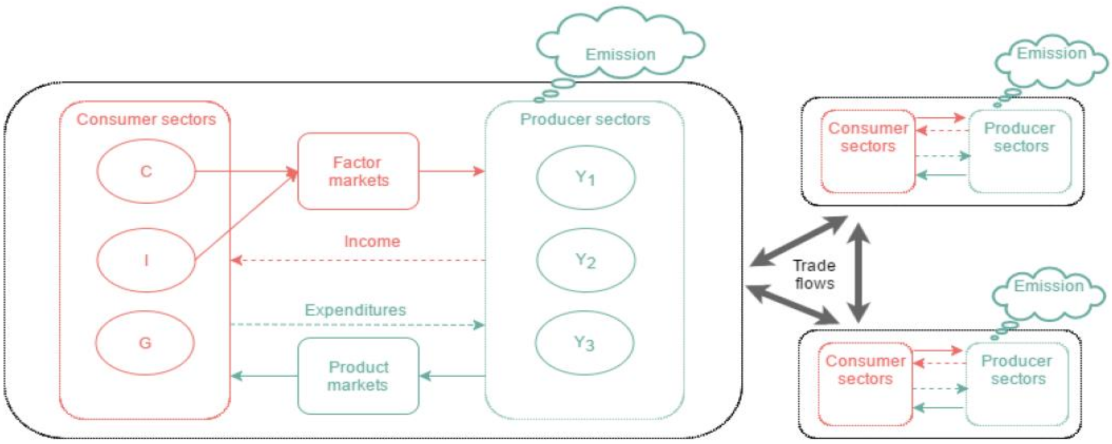

圖 1　EPPA-Taiwan 模型示意圖

二、過程

此次出國含往返旅程共計 44 天。行程如下：

<table>
<tr><td rowspan="2">項次</td><td rowspan="2">日期</td><td colspan="2">行程</td><td rowspan="2">工作重點</td></tr>
<tr><td>出發</td><td>抵達</td></tr>
<tr><td>1</td><td>108 年7月5日至7月6日</td><td>台北</td><td>劍橋</td><td>搭機前往美國波士頓並轉往劍橋</td></tr>
<tr><td>2</td><td>108 年7月7日至8月14日</td><td colspan="2">劍橋 MIT</td><td>• EPPA 模型學習
• GAMS 程式學習
• CGE 模型學習</td></tr>
<tr><td>3</td><td>108 年 8 月 15 日至 8 月 17 日</td><td>劍橋</td><td>台北</td><td>返程</td></tr>
</table>

本次出國實習，過程主要分為 EPPA 模型學習、GAMS 程式學習及 CGE 模型學習三部分，而這三個部分在理論及實務上都有緊密的關聯。扣除往返時間之外，實際在 MIT JP 有 30 多天，雖然時間不足，但對於 CGE 概念的建立及相關理論的推導仍提供良好的環境及時間。筆者到波士頓時，正好是學校暑假期間，租的是學生暑期短期出租的住處，宿舍的位置在靠近波士頓地鐵綠線支線的終點，離市中心雖然有段距離，房租仍然十分昂貴。每天通車的時間單程大約是一小時，地理位置如圖 2。

我租的是兩房一廳公寓中的一間房間，另外一間房的室友是印度學生，就讀於華盛頓特區的喬治城大學(Georgetown University)的 MBA 課程，暑假到哈佛大學(Harvard University)實習，室友非常友善，筆者剛到波士頓時，有人指點生活細節，對於適應環境很有幫助。MIT JP 的聯絡人 Dr. Henry Chen 及行政助理 Ms. Fannie Barnes 時常會詢問有無需要協助，中心的負責人 Dr. John Reilly 在筆者實習結束前也特地與筆者與哈薩克的訪問學者 Dr. Zhanna Kapsalyamova，一起討論未來可能研究的方向。Dr. Zhanna Kapsalyamova 畢業於德國 Christian-Albrechts-Universität zu Kiel，目前任教於哈薩克 Nazarbayeu 大學經濟系，此次是以傅爾布萊特獎學金交換學者的身分到 MIT 訪問， Dr. Zhanna Kapsalyamova 與其同仁在亞洲開發銀行的經濟學家 Edimon Ginting、Kiyoshi Taniguchi 及 Jindra Nuella Samson 等人的幫助下開發 KAZ-ORANI CGE 模型，他以 KAZ-ORANI CGE 模型分析當石油價格出國價格上升對於哈薩克經

濟在理論及實務的影響，也以動態一般均衡模型分析哈薩克經濟永續發展的可能路徑。Dr. John Reilly 認為本所目前開發的 EPPA-Taiwan 已經十分完整，也可以多方面分析模擬政策情境以回答台灣社會目前面臨的問題。

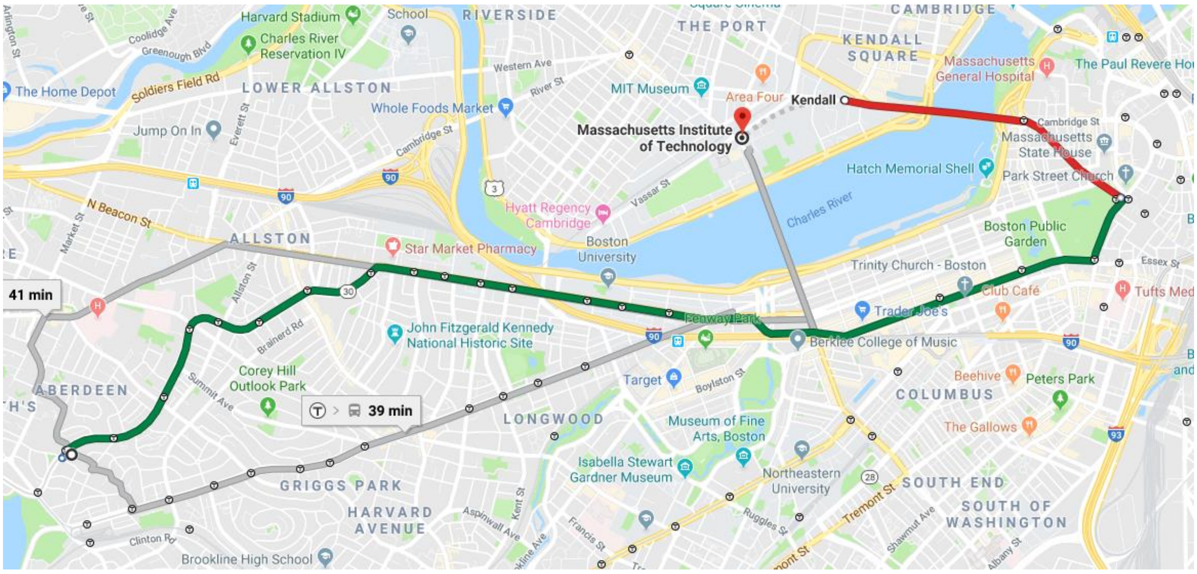

圖 2 地理位置

MIT JP 在每個星期五的中午，常會安排學者演講，我在 MIT JP 的期間，也曾前往聆聽學者的演說。一場是一位已經通過博士論文口試的學生 Mingwei Li 發表他的研究成果： Impacts of Emission Policies in China on Air Pollution and Human Health，他的研究主要討論空氣汙染對於中國民眾健康的影響，探討如何將模型應用在中國的政策應用上，研究發現需要了解政策成本、汙染形成過程中的化學非線性因素及健康收益的價值，才能確定具有成本效益的控制政策。另外一場是 Dr. Jason Eis 簡報：Macroeconomic and Energy System Modelling for Asset-level Risk assessment to support financial disclosure. Dr. Jason Eis 是 Vivid Economics 公司的創辦人，Vivid Economics 公司主要的業務是開發許多的經濟模型給農業、漁業、林業、能源、運輸等客戶，供客戶決策時在經濟、環境與社會責任等方面取得平衡，他的簡報主要在描述如何將經濟理論應用在模型開發上。以其 IIM(The Investment Impact model) 模型為例，IIM 模型是以投入產出模行為基礎，將一國的經濟分成 57 個部門，計算一項投資行為對於就業、國內及進口原材料使用及中間消費會有甚麼直接及間接的影響。演講的主

題與本身的研究沒有直接相關，但是透過聆聽學者如何將不同的研究方法應用在不同的研究目的上，也會有許多啟發。

三、心得

(一) EPPA 模型學習 (註 [1])

EPPA (the Economic Projection and Policy Analysis, EPPA)模型是美國 MIT JP(The MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change, MIT JP)所開發的經濟評估模型，EPPA 模型可以用來評估外在環境變動，所造成的經濟、人口、貿易及技術過程的影響。EPPA 模型使用的程式語言是 GAMS，建模使用的語法為 MPSGE (mathematical programming system for general equilibrium analysis, MPSGE) 。MPSGE 特別適用於處理 Arrow-Debreu 經濟均衡模型，Colorado 大學的 Markusen 教授認為，以 MCP (Mixed Complementarity Problem, MCP)語法撰寫 CGE 模型時，需要先推導均衡解，而以程式表示均衡解十分複雜且容易出錯，因此 Markusen 教授率先發展 MPSGE 語法，MPSGE 內建描述經濟行為最常用的 CES (Constant Elasticity of Substitution, CES)函數，不需逐一寫出均衡解的方程式，因此為模型開發者省去了很多數學推導及編碼的時間，使研究人員可以很快的應用 MPSGE 建立模型並進行分析，Markusen 為了推廣 MPSGE 語法的 CGE 模型，也在其網站上公開大量教材及範例程式。本次赴 MIT 實習，也依照之前同仁學習的方式，由 Markusen 的基本教材開始。

所謂一般均衡有基本的特色：

(1) 模型內有許多相互作用的個體

(2) 個體以追求最佳化為其行為準則

(3) 個體之間的互動行為以價格及數量為調整機制。

(4) 當個體在限制條件下，無法藉由調整其行為而增加其福利，或是市場已結清時，模型達到均衡。

可計算一般均衡模型的建模方法是我們可以用一組的方程式來描敘經濟行為，例如財貨市場及要素市場，這些方程式可以以電腦程式代入實證數據執行以得到內生變量。財貨市場的個體為消費者，而要素市場的個體則為廠商，而限制

[1] 本文有關 EPPA 的內容主要參考 Prof. James Markusen 的教材，Prof. James Markusen 的教材可於網址 https://spot.colorado.edu/~markusen/teaching.html 自由下載，讀者於非營利用途使用。

條件為所得、資源稟賦、技術限制等。模型可以計算出價格使市場結清，即市場的超額供給或超額需求為零。

應用可計算一般均衡的步驟如下：

(1) 界定模型的維度: 例如，有幾個消費者、幾種財貨、幾個生產者

(2) 選擇方程式的形式：例如，CD 函數、CES 函數、Leontief 函數或其他函數

(3) 依照經濟學原理推導程式：假定廠商超額利潤為零（只有正常利潤而無超額利潤，而正常利潤為成本的一部份），所有市場結清 (超額供給為零)。

(4) 模型參數調校：將實證數據代入之後，可以求得模型參數。

(5) 模型驗證：運跑模型，確認模型設定的正確性。

(6) 衝擊的模擬：例如商品價格上漲 20%，對於需求量的影響。

以一個簡單的經濟體系為例。假設有兩種商品(X 與 Y)、兩種生產要素(L 與 K)及一個消費者(效用函數為 W)，其中 L 與 K 的供給量固定(即沒有彈性)，但是可以自由生產 X 或 Y。X、Y、L、K、W 的價格分別為 P_X、P_Y、P_L、P_K、P_W。則有一般均衡的方程式如下：

$$X = X(L_X, K_X) \tag{3.1.1}$$

$$Y = Y(L_Y, K_Y) \tag{3.1.2}$$

$$L^* = L_X + L_Y \tag{3.1.3}$$

$$K^* = K_X + K_Y \tag{3.1.4}$$

$$I = P_l L^* + P_k K^* = P_X X + P_Y Y \tag{3.1.5}$$

$$W = W(X, Y) \tag{3.1.6}$$

經濟問題的基本原因是限制條件下的效用最大化，即在式(3.1.1)至式(3.1.5)的限制條件下，求式(3.1.6)的效用最大化。然而，當經濟個體數量變多以後，假使不同經濟個體有不同的偏好資源有限，問題將會變得很複雜難以求解。一個解決的方式是將上述問題轉換為一個成本與支出方程式的組合，再對此組合求解。支出方程式即消費者的成本方程式，表示在某一特定價格下，購買一單位效用(W)所需的最小成本，即：

X 的單位成本： $cx = cx(P_l, P_k)$ (3.1.7)

Y 的單位成本： $cy = cy(P_l, P_k)$ (3.1.8)

Y 的單位成本： $e = e(P_l, P_k)$ (3.1.9)

應用 Shepard's Lemma 於上述(3.1.7)至(3.1.9)可以得到：

生產一單位 X 所需的 L (勞動) ： $cx_{pl} = \partial cx / \partial p_l$ (3.1.10)

生產一單位 X 所需的 K (資本) ： $cx_{pk} = \partial cx / \partial p_k$ (3.1.11)

產生一單位 W(效用) 所需要的 X： $cx_{px} = \partial e / \partial p_x$ (3.1.12)

一般均衡模型可以組成一個方形系統(square system)，方程式的數量與變數數目相同：

生產 X 財貨零利潤 $cx(P_l, P_k) \geqq p_x$ (3.1.13)

生產 Y 財貨零利潤 $cy(P_l, P_k) \geqq p_y$ (3.1.14)

產生 W 效用零利潤 $e(P_x, P_y) \geqq p_w$ (3.1.15)

X 財貨供給大於需求 $X \geqq e_{px}(P_x, P_y)W$ (3.1.16)

Y 財貨供給大於需求 $Y \geqq e_{py}(P_x, P_y)W$ (3.1.17)

效用 W 供給大於需求 $W \geqq I / P_w$ (3.1.18)

要素 L 供給大於需求 $L^* \geqq cx_{Pl,}X + cy_{Pl}Y$ (3.1.19)

要素 K 供給大於需求 $K^* \geqq cx_{pk}X + cy_{pk}Y$ (3.1.20)

所得平衡 $I = p_l L^* + p_k K^*$ (3.1.21)

共有 (3.1.13) 至 (3.1.21) 9 個方程式，未知數也是 9 個： P_l、 P_k、 P_x、 P_y、 P_w、X、Y、W、I ，為 square system 可以解出 9 個方程式。式(3.1.13)至式(3.1.15)為零利潤方程式，如果成本大於售價，廠商不會生產，所以產量(X, Y, W)會是零，

產量(X,Y,W) 可以視為互補變量 (complementary variables)。式(3.1.16)至式(3.1.21)的互補變量則為 P_x, P_y ,P_l, P_k ,P_w, I。

在 Markusen 的教材中，一個典型的案例如下，表達的方式與社會會計矩陣(social accounting matrix, SAM) 相似，由於導入個體經濟學理論，因此以 MCM 矩陣(Micro-Consistency Matrix, MCM)命名：

	Production Sectors			Consumers	
Markets	X	Y	W	CONS	Row sum
PX	100		-100		0
PY		100	-100		0
PW			200	-200	0
PL	-25	-75		100	0
PK	-75	-25		100	0
Column sum	0	0	0	0	

圖 3 MCM 矩陣

在圖 3 的 MCM 矩陣中，列的變量為前述的數量互補變量(X,Y,W,CONS)，列的變量為價格的互補變量(P_x, P_y ,P_l, P_k ,P_w)。矩陣中，正值表示商品價值(如銷售或要素供給)流入經濟體系，負值表示商品價值(如要素需求或最終需求) 流出經濟體系。矩陣內的數值表示是產值，即價格與數量的乘積，因此，比較好的方式是選擇適當的計量單位，使較多項目的初始量為 1，假設價格為 1，選擇代表性數量，使得活動的的水平為 1，例如，活動 X 在水平 1 時將會生產 100 單位的 X。在這個經典的範例中，三個活動(X, Y, W)的行為均遵循 CD 函數，份額(share)參數則由圖 3 的資料獲得：

財貨在效用函數中的份額均為 0.5：

$$e(p_x, p_y) = p_x^{0.5} p_y^{0.5} \tag{3.1.22}$$

財貨 X 為資本密集生產函數，其資本份額為 0.75，勞動份額為 0.25：

$$c_x(p_l, p_k) = p_l^{0.25} p_k^{0.75} \tag{3.1.23}$$

財貨 Y 為勞動密集生產函數，其資本份額為 0.25，勞動份額為 0.75：

$$c_y(p_l, p_k) = p_l^{0.75} p_k^{0.25} \tag{3.1.24}$$

將式(3.1.22) ~ 式(3.1.24)的設定，以 Shepard Lemma 式(3.1.10) ~ 式(3.1.12)代入 式(3.1.13) ~ 式(3.1.21)，可得下列方程式。

其中：

TX X 財貨的附加稅，初始值為 0

Lendow 勞動稟賦的乘數，初始值為 1

模型將模擬增加附加稅(TX 由 0 變成 0.5)及勞動供給變動(Lendow 由 1 變成 2)對於經濟體系的衝擊。

PRF_X 財貨 X 部門 0 利潤的方程式

PRF_Y 財貨 Y 部門 0 利潤的方程式

PRF_W 效用 W 部門 0 利潤的方程式

MKT_X 財貨 X 部門供給需求平衡的方程式

MKT_Y 財貨 Y 部門供給需求平衡的方程式

MKT_L 要素 L 供給需求平衡的方程式

MKT_K 要素 K 供給需求平衡的方程式

I_CONS 所得的方程式

- 零利潤不等式

PRF_X.. $$100P_l^{0.25}P_k^{0.75}\ (1+TX) \geq 100P_x \quad (3.1.25)$$

PRF_Y.. $$100P_l^{0.75}P_k^{0.25}\ (1+TX) \geq 100P_Y \quad (3.1.26)$$

PRF_W.. $$200P_X^{0.5}P_Y^{0.5}\ (1+TX) \geq 200P_x \quad (3.1.27)$$

- 市場結清不等式

MKT_X.. $$100\mathrm{X} \geq \frac{100WP_X^{0.5}P_Y^{0.5}}{P_X} \quad (3.1.28)$$

MKT_Y.. $$100\mathrm{Y} \geq \frac{100WP_X^{0.5}P_Y^{0.5}}{P_Y} \quad (3.1.29)$$

MKT_W.. $$200\mathrm{W} = \frac{CONS}{P_W} \quad (3.1.30)$$

- 市場結清不等式

MKT_X.. $\quad 100X \geq \frac{100WP_X^{0.5}P_Y^{0.5}}{P_X}$ (3.1.28)

MKT_Y.. $\quad 100Y \geq \frac{100WP_X^{0.5}P_Y^{0.5}}{P_Y}$ (3.1.29)

MKT_W.. $\quad 200W = \frac{CONS}{P_W}$ (3.1.30)

MKT_L.. $\quad 100\text{Lendow} \geq \frac{25XP_l^{0.25}P_k^{0.75}}{P_l} + \frac{75YP_l^{0.75}P_k^{0.25}}{P_l}$ (3.1.31)

MKT_K.. $\quad 100 \geq \frac{75XP_l^{0.25}P_k^{0.75}}{P_k} + \frac{25YP_l^{0.75}P_k^{0.25}}{P_k}$ (3.1.32)

➢ 所得平衡

CONS..

$$\text{CONS} = 100 \cdot \text{Lendow} \cdot P_l + 100 \cdot P_k + 100P_k + TX \cdot 100 \cdot X \cdot P_l^{0.25}P_k^{0.75}$$ (3.1.32)

經濟體系轉換為式(3.1.25)~ 式(3.1.32)後，就可以用 GAMS 的 MCP 語法撰寫 CGE 模型，並加以模擬，例如，(1)初始情形為 TX=0, Lendow=1，(2) 增加附加稅: TX 由 0 變成 0.5，勞動供給不變 Lendow=1，(3) 附加稅不變 TX=0，勞動供給：Lendow 由 1 變成 2。比較(1)、(2)、(3)的結果，可以知道政策或外生變數變動對於經濟體系的影響。

(二) GAMS 程式學習 (註 [2])

GAMS(The General Algebraic Modeling System, GAMS) 程式語言，是一種高階程式語言主要是開發用來建模及最佳化。GAMS 程式的型式跟數學方程式的書寫有些類似，因此模型建立時，可以將更多的心力放在專業領域而非程式的撰寫上。Richard E. Rosenthal 參考 Dantzig, George B. (1963). Linear Programming and Extensions 提供一個如何分析最佳化問題及撰寫程式的範例，筆者以此範例對 GAMS 語法加以說明。表一為多工廠(Seattle、San Diego)、多市場(New York、Chicago、Topeka)的運輸成本、工廠產能、市場需求的說明。其中，Seattle 的產能是 350 個，供應給 New York 等三個市場，而供應給 New York 時，每單位的

[2] 有關 GAMS 的學習內容，可以參閱 GAMS 官方網站的 TUTORIAL https://www.gams.com/latest/docs/UG_MAIN.html#UG_Tutorial_Examples

運輸成本是 2.5 元，而供應給 Chicago 時，每單位的運輸成本是 1.7 元，而供應給 Topeka 時，每單位的運輸成本是 1.8 元，而 New York 的需求量為 325 個，分別由 Seattle 及 San Diego 兩個工廠供應。我們要求解的問題是，在滿足 New York、Chicago、Topeka 的市場需求下，求運輸成本最低。

表一 運輸成本表

單位：元；個

工廠 ↓	New York	Chicago	Topeka	← 市場
Seattle	2.5	1.7	1.8	350
San Diego	2.5	1.8	1.4	600
Demands (需求) →	325	300	275	Supplies ↑

求解時，先要定義符號後寫出限制條件，再依照 GAMS 的語法撰寫程式求解。

(1) 定義符號：

i = 工廠

j = 市場

a_i = 工廠 i 的供應量

b_j = 市場 j 的需求量

c_{ij} = 工廠 i 出貨到市場 j 的單位成本

x_{ij} = 工廠 i 出貨到市場 j 的數量 (對所有 i、j, xij ≧0)

(2) 限制條件：

$$\sum_j x_{ij} \leq a_i \qquad (3.2.1)$$

for all i, 由上述中 a_i = 工廠 i 的供應量，x_{ij} = 工廠 i 出貨到市場 j 的數量 (對所有 i、j, xij ≧0)，上式表示，所有市場 j 由 i 供應的數量，小於工廠 i 的供應量 (供給面)

$$\sum_i x_{ij} \geq b_j$$

for all j, 由上述中 b_j = 市場 j 的需求量，x_{ij} = 工廠 i 出貨到市場 j 的數量 (對所有 i、j, xij ≧0)，上式表示，市場 j 的需求量不會超過所有工廠供應至此一市場供給量的總和 (需求面)

$$\min \quad \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

c_{ij} 為工廠 i 出貨到市場 j 的單位成本，x_{ij} 為工廠 i 出貨到市場 j 的數量，相乘即為成本，此一限制式為求成本最小化。

(3) GAMS 程式語言的幾個基本原則

GAMS 程式語言的幾個基本原則：

(i) 所有的參數、方程式、集合等都需要事先宣告才可以使用，否則程式無法辨識，將視為錯誤。

(ii) 每一個宣告以分號(semicolon)結束。

(iii) 英文的大寫及小寫在 GAMS 語言中視為相同。

(iv) 詳細的註解對於程式的維護非常重要。有幾種註解的方式。第一種方式是在每一行的第一個位置(column 1)開始打星號(asterisk)，後面的文字，GAMS 會視為註解，不會檢查其語法是否正確。第二種方式是將註解插入在參數、方程式、集合的宣告中，使程式更易讀。再者，$ONTEXT ….. $OFFTEXT 中間的多行內容 GAMS 也視為註解，因此可以將數據矩陣(Data Matrix)及大量的說明置於此處。

(v) 程式的命名需要以英文開頭，不可超過 62 個字元。

(vi) 給定參數的初始值後，以方便程式求解。GAMS 求解使用的 Solver 如表二。在處理一般均衡模型的問題上，大都以 MCP (Mixed Complementarity Problems)、LP (Linear Programming) 及 NLP(Nonlinear Programming)處理。

表二 GAMS 的 Solver

Solution	Description
lp	for linear programming
qcp	for quadratic constraint programming
nlp	for nonlinear programming
dnlp	for nonlinear programming with discontinuous derivatives
mip	for mixed integer programming
rmip	for relaxed mixed integer programming
miqcp	for mixed integer quadratic constraint programming
rmiqcp	for relaxed mixed integer quadratic constraint programming
minlp	for mixed integer nonlinear programming
rminlp	for relaxed mixed integer nonlinear programming
mcp	for mixed complementarity problems
mpec	for mathematical programs with equilibrium constraints
rmpec	for relaxed mathematical program with equilibrium constraints
cns	for constrained nonlinear systems
emp	for extended mathematical programming

資料來源：GAMS Tutorial

(https://www.gams.com/latest/docs/UG_Tutorial.html)

(4) GAMS 語法

GAMS 程式中的基本元素分為輸入部分(input)及輸出部分。

輸入部分：

(i) 集合 (sets)：指定包含成員的宣告

(ii) 資料(Data)：設定包括參數(parameter)、表格(table)、純量(scalar)的數據

(iii) 初始值(initial values)：給定變數(variable)的初始值

(iv) 方程式(equation)：方程式的定義

(v) 顯示結果 (display)

輸出部分：

(i) 複製輸入檔案 (Echo Prints)：輸出輸入的程式檔以供檢視)

(ii) 錯誤訊息 (Error Message)：如果程式有錯誤，會出現程式錯誤的代碼及說明以供修改

(iii) 結果顯示(Solution Report)：顯示變數求解的結果

(5) GAMS 最佳化程式說明

下列就最佳化的程式詳細說明，對於相關的用法，即使沒有在此程式內，也會簡要說明。

```
Sets
     i     canning plants     / seattle, san-diego /
     j     markets            / new-york, chicago, topeka / ;

*如前所述，在第一行用星號*開頭，是程式的解釋，GAMS 不會執行，
*所以這一段是筆者插入的解釋，在實際的程式中，註解最好還是以英文
*書寫，以免產生亂碼。
*Sets 與 Set 相同，GAMS 不區分單複數，在指令後打”ENTER”換行
*接下來的 i, j 是集合，canning plants 是說明，而 “/” 開始，是指定集合
*的內容，亦即，集合 i 是 canning plants，包括 Seattle 及 San Diego。集
*合 j 是 markets，包括 New York, Chicago, Topeka
*集合內的成分，只能是一個英文單字，所以 New York 需要用 “-”連起來。
*指令以分號 ”;” 結束

Parameters
     a(i)    capacity of plant i in cases
     /       seattle       350
             san-diego     600   /
     b(j)    demand at market j in cases
     /       new-york      325
```

chicago 300

topeka 275 / ;

*語法與 Sets 類似。Parameters 指令後“ENTER”換行。a(i)是參數的名稱

*因為 i 為集合，集合 i 是 canning plants，包括 Seattle 及 San Diego

*即 a(Seattle)= 350; a(San Diego) = 600

*參數 b(j)對應的數值，參照的方式與 a(i)相同

Table d(i,j) distance in thousands of miles

	new-york	chicago	topeka
seattle	2.5	1.7	1.8
san-diego	2.5	1.8	1.4

;

*Table 可以視為是二維的表格形式 ，d(i,j)是參數的名稱

* d(i,j)：i 是 row(橫向，列)，j 是 column(縱向，行)

*先固定 i，變動 j 取值，即 i=seattle 時，變動 j 取值，例如

*d(seattle, new-york)= 2.5; d(seattle, chicago)= 1.7; d(seattle, topeka)= 1.8

Scalar f freight in dollars per case per thousand miles /90/;

*scalar 是純量，表示是固定值，名稱是 f 為集合，後面是說明

*f 是” freight in dollars per case per thousand miles”，每千英哩運費

*分號”/”中間的數值是 f 的給值，即 f = 90 (固定值)

Parameter c(i,j) transport cost in thousands of dollars per case ;

c(i,j) = f * d(i,j) / 1000;

*Parameter 也可以是二維的。之前，f 是每 1000 英哩的運費固定為 90

*美元，而 d(i,j)是工廠至市場之間的距離(千英哩)，所以

*c(i,j) = f * d(i,j) / 1000 就是由 i 到 j 的運輸成本(千美元)

Variables

x(i,j) shipment quantities in cases

z total transportation costs in thousands of dollars ;

*variables 是要求解的變數。 求解最終工廠 i 供應至市場 j 的數量 x(i,i)，
*以及總運輸成本 z

Positive Variable x ;
*變數 x 是工廠 i 供應至市場 j 的數量，不可能為負。

Equations
Cost define objective function
supply(i) observe supply limit at plant i
demand(j) satisfy demand at market j ;

*在定義方程式之前，要先宣告方程式 Cost, supply(i), demand (j) 的
*名稱及維度，例如，i 是工廠的集合，supply(Seattle)、supply(San Diego)
*就代表 2 個工廠的供應量

```
cost ..        z  =e=  sum((i,j), c(i,j)*x(i,j)) ;
supply(i) ..   sum(j, x(i,j))  =l=  a(i) ;
demand(j) ..   sum(i, x(i,j))  =g=  b(j) ;
```

*宣告方程式 Cost, supply(i), demand (j) 的名稱及維度之後，需要
*定義方程式。例如，運輸成本為 z， z =e= sum((i,j), c(i,j)*x(i,j))的
*讀法是：先固定 i，j 依序變動，再變動 i，然後 j 依序變動，所以會有
*2 個工廠 * 3 個市場 = 6 個組合
*sum 是總和的指令。
* =E= indicates 'equal to'
* =L= indicates 'less than or equal to'
* =G= indicates 'greater than or equal to'

Model transport /all/ ;

*Model 是命名模型的指令，這個例子把模型命名為 transport，模型的

*名稱必須要是唯一的，兩個 ”/” 之間的 all 表示，模型包含所有方程

*式，因為這個模型只有 3 個方程式，所以上述的表達方式與

* MODEL TRANSPORT /COST, SUPPLY, DEMAND/ 相同

```
Solve transport using lp minimizing z ;
```

* Solve: 求解的指令

* Transport:之前已經命名的模型名稱

* using lp: 使用 lp 這個 solver

* minimizing z: 求目標函數 z 最小 (也可以求 maximizing)

求解結果如下圖 4：

```
                        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU cost             .         .         .        1.000

  cost  define objective function

---- EQU supply  observe supply limit at plant i

              LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

Seattle        -INF    350.000   350.000      EPS
San-Diego      -INF    550.000   600.000       .

---- EQU demand  satisfy demand at market j

             LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

New-York   325.000   325.000     +INF      0.225
Chicago    300.000   300.000     +INF      0.153
Topeka     275.000   275.000     +INF      0.126

---- VAR x  shipment quantities in cases
```

```
                        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

Seattle  .New-York        .       50.000     +INF        .
Seattle  .Chicago         .      300.000     +INF        .
Seattle  .Topeka          .         .        +INF      0.036
San-Diego.New-York        .      275.000     +INF        .
San-Diego.Chicago         .         .        +INF      0.009
San-Diego.Topeka          .      275.000     +INF        .

                         LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR z                -INF    153.675     +INF        .

  z  total transportation costs in thousands of dollars


**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
```

圖 4 模型求解結果

(三) CGE 模型學習 (註 [3])

可計算一般均衡 (Computable General Equilibrium, CGE) 在經濟學領域應用十分廣泛，由於 CGE 模型可以用來處理經濟、貿易、環境、財政稅收、公共政策對於經濟體系產生的衝擊，因此作為政策分析的工具。本文將先簡要介紹 CGE 模型的基礎：投入產出表和投入產出模型，其次，說明社會會計矩陣(Social Accounting Matrix, SAM)的平衡，再者，將討論一般均衡理論的原理與應用，由於一般均衡的生產方程式大都預設為 CES 函數，因此，本文最後會推導巢式(nested)結構的 CES 函數。

(1) 投入產出模型

投入產出模型是簡化的多部門模型，投入與產出的關係是線性方程組，投入產出模型中，各部門間的關係固定，因此無法反映複雜的價格變動所產生的所得效果及替代效果。雖然投入產出模型有許多侷限性，但是時常是 CGE 模型組成的一個部分，且其多部門聯立方程組處理的方式是 CGE 學習的基礎。

投入產出表組成的形式如表 3。在表內的數值都是產值(價格與數量的乘積)，產值均以貨幣單位表示之後，不同的財貨及服務才可以有相同的計價單位，行(column)、列(row)才能夠比較是否相同。投入產出表一般沒有第四象限(SAM 表會有第四象限)。各象限組成為：

I: 是居民或企業購買列(row)部門的消費或投資

II: 部門之間中間投入的情形

III: 行(column)購買購買的要素投入

表 3 投入產出表組成

II: 中間使用	I: 最終使用
III: 要素投入	IV: (此部分為空白)

作為初始投入的要素，如勞動、資本、土地等都屬於附加價值(value-added)部分，投入產出表反映了產業各部門之間的關係：

3 有關 CGE 模型，可以參考張欣，2017。可計算一般均衡模型的基本原理與編程，格致出版社，上海。

列(row)平衡關係：　　中間使用 ＋ 最終使用 ＝ 總產出

行(column) 平衡關係： 中間投入+初始投入(附加價值) = 總投入

總平衡關係：　每個部門的總投入 ＝ 該部門的總產出

中間投入合計 ＝ 中間使用合計

總投入=總產出

GDP=最終使用合計=要素投入或增加值合計

表 4 為一個實際的例子。兩個方框內的數值總和相等，代表 A 國的國內生產總值(GDP)等於 1680 億元，這可以由所有最終使用相加，或所有要素投入相加得到。A 國的社會總產值為 3750 億元，可由總產出或總投入相加獲得，社會總產值因為有一部分中間投入重複計算，因此比 GDP 大。列(row)的長方框，表示部門 1 的產品在各部門的使用情形，而行(column)的長方框，表示想要生產部門 1 的產品，需要的各部門的投入。

表 4　A 國投入產出表

單位：億元

產出 / 投入		中間使用			最終使用		總產出
		部門 1	部門 2	部門 3	消費	投資	
中間投入	部門 1	200	300	150	280	70	1000
	部門 2	80	400	250	550	320	1600
	部門 3	30	420	240	350	110	1150
要素投入 / 增加值	勞動報酬	500	250	330	(IV 象限： 空白)		
	資本/折舊	190	230	180			
總投入		1000	1600	1150			

如果將在投入產出表示：

Q_j　為 j 部門生產的商品數量；

Q_{ij}　為生產 Q_j 所需要的 i 部門投入量；

L_j 為生產 Q_j 所需要勞動要素的投入量；

K_j 為生產 Q_j 所需要資本要素的投入量；

H_i 為 i 部門商品的最終消費量；

I_i 為 i 部門商品的最終投資量；

假設 A 國的經濟體系一共有 n 個產業部門，可以將表四改寫為表 5，在投入產出表中，比較重要的是其投入產出係數(input-output coefficient)，也稱為直接消耗係數：

$a_{ij}=Q_{ij} / Q_j =$ 生產 Q_j 所需要的 i 部門投入量/ j 部門生產的商品數量即，要生產 j 部門的商品數量 Q_j，需要的 i 部門投入量：

$Q_{ij} = a_{ij}Q_j$

表 5　A 國投入產出表 (用變數表示)

單位：億元

產出 投入		中間使用					最終使用		總產出
		部門 1		部門 i		部門 n	消費	投資	
中間 投入	部門 1	Q_{11}	..	Q_{11}	…	Q_{11}	H_1	I_1	Q_1
		…	..	…	…	…	…	…	…
	部門 i	Q_{i1}	..	Q_{i1}	…	Q_{i1}	H_i	I_i	Q_i
		…	..	…	…	…	…	…	…
	部門 n	Q_{n1}	..	Q_{n1}	…	Q_{n1}	H_n	I_n	Q_n
要素投入/ 增加值	勞動報酬	L_1	..	L_i	…	L_n	(IV 象限： 空白)		
	資本/折舊	K_1	..	K_i	…	K_n			…
總投入		Q_1	…	Q_i	…	K_n			

將投入產出係數代入表 5，可以得到：

$a_{11}Q_1 + \ldots\ldots + a_{1j}Q_j + \ldots\ldots + a_{1n}Q_n + H_1 + I_1 = Q_1$

用矩陣表示：

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} H_1 + I_1 \\ \vdots \\ H_n + I_n \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

整理之後，可以得到：

$$\Delta Q = (I - A)^{-1} \Delta D$$

上式表示，消費及投資的變化(ΔD)，會造成產量的變化(ΔQ)，簡而言之，我們可以評估消費及投資的變化產生的衝擊(Shock)對於經濟體系的影響。

(2) 社會會計矩陣(Social Accounting Matrix, SAM)的平衡

投入產出表主要用在計算生產部門間的關係，由於經濟體系中包含許多非生產部門，如國際貿易、政府的財政收入與支出等，要描述總體經濟變量之間的流量(flow)關係時，需要以社會會計矩陣(Social Accounting Matrix, SAM)表示。SAM 表以矩陣形式國民經濟核算體系 (System of National Accounts)中各帳戶流量的平衡。與投入產出表相比，SAM 表四個象限都存在，同時包括生產性帳戶及非生產性帳戶，代表經濟體系為一個閉合(closure)的關係，SAM 表是 CGE 模型的基礎，SAM 表中，每一行或列代表一個國民所得帳戶，相同的行或列代表同一個會計帳，所以行、列的數目必須要相同。

標準的 SAM 表如表六，包含 8 個主要帳戶：活動、商品、要素、居民、企業、政府、儲蓄與投資帳戶、國外帳戶。在 SAM 表的帳戶中，活動帳戶指產業部門依照出廠價格計算的生產活動，而商品帳戶是市場上以市場價格計算的商品價值。要素帳戶包括土地、勞動、資本。居民、企業、政府、國外等四個帳戶代表四個經濟個體的帳戶，而儲蓄與投資帳戶則與總投入等於總產出的恆等式有關，若 C 為消費、I 為投資、G 為政府支出、X 為出口、IM 為進口、S 為儲蓄、T 為稅收：

$Y = C + I + G + (X - IM)$

$Y = C + S + T$

上面兩式相等，故：

$Y = C + I + G + (X - IM) = C + S + T$

可得總投資等於：

$I = S + (T – G) + (IM – X)$

SAM 表中，每一行或列代表一個國民所得帳戶，相同的行或列代表同一個會計帳，所以行、列的數目必須要相同。通常在 SAM 表內的值要大於等於零(非負數)，如果因為經濟體系或制度設計的原因，而造成其數值為負，則將其數值變為零，而在相對的單元格加上正的數值，例如，若是表 6 的單元格 (8.6)為負值，則將其數值變為零，而在單元格 (6.8) 加上正的數值。

表 6　標準 SAM 表

			支出								
			1	2	3	4	5	6	7	8	彙總
			活動	商品	要素	居民	企業	政府	儲蓄與投資帳戶	國外帳戶	
收入	1	活動		市場銷售		居民自銷					總產出
	2	商品	中間投入	交易費用		居民消費		政府消費	投資	出口	總需求
	3	要素	附加價值							海外收入	要素收入
	4	居民			要素收入	轉移支付	轉移支付	轉移支付		轉移支付	居民收入
	5	企業			要素收入			轉移支付		轉移支付	企業收入
	6	政府	稅收	稅收	稅收	稅收	稅收			轉移支付	政府收入
	7	儲蓄與投資帳戶				居民儲蓄	企業儲蓄	政府儲蓄		國外儲蓄	總儲蓄
	8	國外帳戶		進口	要素支付		支付盈餘	國外支付			外匯支出
	彙總		總投入	總供應	要素支出	居民支出	企業支出	政府支出	總投資	外匯收入	

前述，SAM 表中，每一行或列代表一個國民所得帳戶，相同的行或列代表同一個會計帳，所以行、列的數目必須要相同。SAM 表中對應的行的總和、列的總和應該相等：

$$\sum_i^n Q_{ik} = \sum_j^n Q_{kj} \quad , k=1, 2,\dots,n$$

上式的 LHS(left hand side)是行(column)的總和，應該等於 RHS(right hand side) 列(row) 的總和。實務上時常遇到的問題是列、行的總和不相等，需要做校正以求得 SAM 表平衡。如果行、列的總量相差不大時，可以憑主觀判斷校正。

以表 7 為例。平衡的目標是讓最後的列行差為 0，由列行差可知，差異最大的是帳戶 2(商品 2)及帳戶 4(居民)，將 Q_{24} 調低 48 之後可以得到表 8，再觀察表 8 的列行差，由列行差可知，差異最大的是帳戶(商品 1)及帳戶 3(要素)，將 Q_{31} 調低後再觀察列行差，依照前述方法不斷調整，最終可以得到表 9 的平衡。

表 7　A 國調整前的 EXCEL 工作表

	商品/ 活動 1	商品/ 活動 2	要素	居民	列彙整	列行差
商品/ 活動 1	52	45		150	247	-20
商品/ 活動 2	95	48		90	233	51
要素	120	89			209	17
居民			192		192	-48
行彙整	267	182	192	240		

表 8　A 國的一次調整的 EXCEL 工作表

	商品/ 活動 1	商品/ 活動 2	要素	居民	列彙整	列行差
商品/ 活動 1	52	45		150	247	-20
商品/ 活動 2	95	48		90	233	51
要素	120	89			209	17
居民			192		192	-48
行彙整	267	182	192	240		

表 9　A 國最終調整後的 EXCEL 工作表

	商品/ 活動 1	商品/ 活動 2	要素	居民	列彙整	列行差
商品/ 活動 1	52	45		150	247	-20
商品/ 活動 2	95	48		90	233	51
要素	120	89			209	17
居民			192		192	-48
行彙整	267	182	192	240		

(3) 一般均衡理論的原理與應用

CGE 模型均衡點一般都存在並且唯一。CGE 模型是將市場均衡由單一市場推廣至多部門。先以單一市場為例，如果市場 i 的供應函數$q_i^s = f_i(p_i)$， 需求函數 $q_i^d = g_i(p_i)$ ，單一市場均衡(局部均衡)時：

$$q_i^s = q_i^d$$

即：

$$f_i(p_i) = g_i(p_i)$$

市場均衡如圖 5，其均衡價格為 p*，均衡價格為 q*，E*為市場均衡點，此為假設其他條件不變，如其他市場商品價格($\bar{p}_{-i}$)、需求、供給等不變，單一市場達到市場均衡。但是，實際的環境下，在多部門的條件下，部門之間的供需會互相影響，經由溢出效應(spillover effect)影響，某一個市場的調整會影響其他市場的供給與價格。

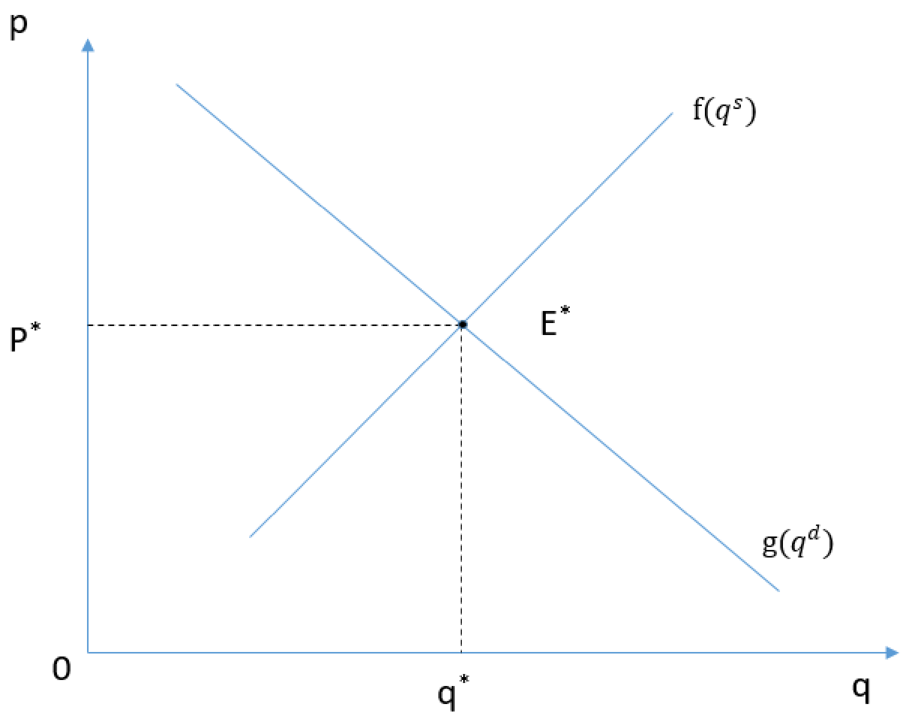

圖 5 局部市場均衡

在圖 6 中，當原來的價格高於均衡價格，經由供給需求法則最終調整至 E^*，均衡點的價格與數量改變之後，經由外溢效果會使得圖 6 的供給線與需求線整條移動，所以圖 6 的均衡點會由 E 點移動到 E^*，圖 6 的情形只是其中一種可能情形，供給與需求同時增加之後，均衡數量增加而均衡價格不確定(可能增加、減少或不變)。

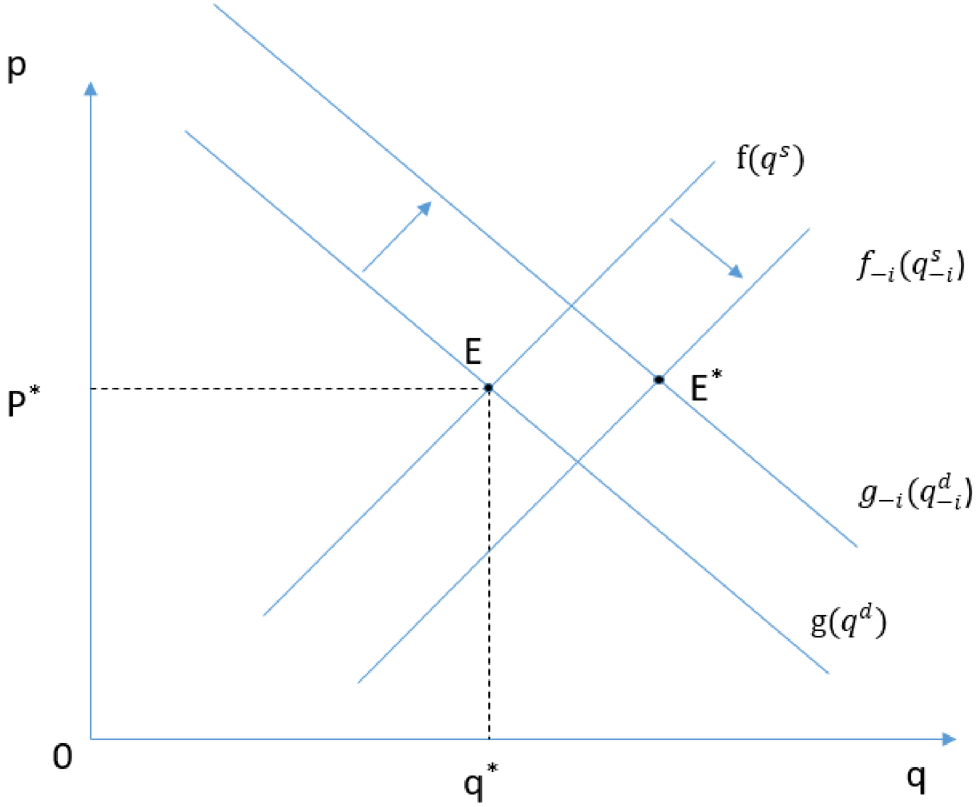

圖 6 多部門市場均衡

整個經濟體系有 n 個部門，即有 n 個市場，n 個商品，商品 i 的價格為 p_i，一般均衡指的是所有市場同時出清(market clear)的一組價格向量及商品向量的組合($\boldsymbol{p}$*, $\boldsymbol{q}$*)，在此價格及數量下，消費者的效用(utility)的效用最大化，而企業的利潤(profit)也最大化，其各自對應的是消費者的效用函數及企業的生產函數。由效用函數及生產函數，又可以導出商品和要素各自的供應和需求函數。

假設有 n 個市場，m 個生產要素。q^d 為商品需求、q^s 為商品供給、x^d 為要素需求、x^s 為要素供給，商品向量為 $\boldsymbol{q}$、要素向量為 $\boldsymbol{x}$。圖 7 表示一般均衡的情況。

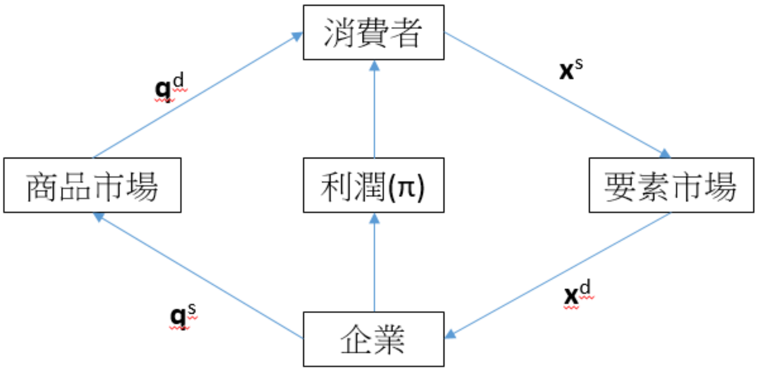

圖 7 一般均衡流程圖

在圖 7 中，消費者同時是商品的需求者，並且是勞動的供應者，其行為形成商品需求函數及勞動的供給函數。消費者的行為是在預算限制下，求效用最大。若 u 為效用函數、q 為商品、w 為要素價格、e 為要素稟賦、x 為要素支出，則消費者的目標函數為：

$$\max_{q_j,x_j} u_j(\boldsymbol{q}_j, \boldsymbol{e}_j - \boldsymbol{x}_j) \quad s.t. \quad \boldsymbol{p}\boldsymbol{q}_j + \boldsymbol{w}(\boldsymbol{e}_j - x_j) \le Y_j$$

企業追求的是利潤最大化。在一般均衡理論中，生產過程的投入包括勞動、資本及其他做為中間投入的商品。若 q_i 為生產部門的產出、x 為要素投入、$g(q_i)$為生產過程中做為中間投入的產品本身、q_{-i} 為生產過程中做為中間投入的其他各種產品，則生產函數為：

$$q_i = f_i(g(q_i), \boldsymbol{q}_{-i}, \boldsymbol{x})$$

企業利潤最大化的函數為：

$$\max_{q,x} \pi_i = p f_i(g(q_i), \boldsymbol{q}_{-i}, \boldsymbol{x}) - p_i g(q_i) - \boldsymbol{p}_{-i}\boldsymbol{q}_{-i} - \boldsymbol{w}\boldsymbol{x}$$

商品市場及要素市場可以透過瓦拉斯法則(Walras Law)連結。瓦拉斯法則表示各個市場的超額需求價值總和為零。設商品市場的超額需求為：

$$\mathbf{z_y(p) = q^d - q^s}$$

商品市場的超額需求為：

$$\mathbf{z_x(w) = x^d - x^s}$$

由瓦拉斯法則：

$$\mathbf{p z_y(p) + w\, z_x(w) = 0}$$

若以函數表示：

$$\sum_{i}^{n} p_i\left(q_i^d - q_i^s\right) + \sum_{k}^{m} w_k\left(x_k^d - x_k^s\right) = 0$$

商品 n 個市場，及要素 m 個市場，總共 n + m 個市場，因為需要滿足上式瓦拉斯法則，所以只會有 n+ m -1 個市場獨立，然而，共有 n + m 個商品與要素價格的變數，所以導出的矩陣不是非降秩的。對於內生變數無法確定求解，解決的方法是任意選定其中一個商品 i，令 p_i =1 ，pi 成為價格基準(numeraire)，其他商品的價格是與 p_i 的比值。

CGE 模型是一般均衡模型的應用，透過將一般均衡模型的簡化，以適合實務的應用。組成 CGE 模型的等式如下，式 (3.3.1) ~ (3.3.2) 是企業利潤最大化行為下導出的商品 i 供給函數及要素 k 需求函數；式 (3.3.3)為全體居民所得，其中 e 為要素稟賦；式 (3.3.4)為消費者效用最大化時，商品需求函數；式 (3.3.5)為假設充分就業下，要素供應等於要素稟賦；式(3.3.6)~(3.3.7)為商品市場及要素市場出清。

與投入產出模型比較，CGE 模型中，消費者提供要素得到所得，再以所得購買商品，形成如圖 8 的閉合(closure)。

$$q_i^s = q_i^s(p_1, \dots . p_n, w_1, w_m) \qquad i = 1, \dots, n \qquad (3.3.1)$$

$$x_k^d = x_k^d(p_1, \dots . p_n, w_1, w_m) \qquad k = 1, \dots, m \qquad (3.3.2)$$

$$\mathrm{Y} = \sum_{k}^{m} w_k e_k \qquad (3.3.1)$$

$$q_i^d = q_i^d(p_1, \dots . p_n, Y) \qquad i = 1, \dots, n \qquad (3.3.4)$$

$$x_k^s = e_k^s \qquad k = 1, \dots, m \qquad (3.3.5)$$

$$q_i^s(p_1, \dots . p_n, w_1, w_m) = q_i^d(p_1, \dots . p_n, Y) \qquad i = 1, \dots, n \qquad (3.3.6)$$

$$x_k^d(p_1, \dots . p_n, w_1, w_m) = x_k^s \qquad k = 1, \dots, m \qquad (3.3.7)$$

實際應用時，需要將需求、供給、效用等寫成方程式，以個體經濟學的理論求解最佳化之後，才能以 GAMS 程式求解。實務上生產函數設定為 Leontief 或是 CES 生產函數、生產函數的中間產出部分設為 Leontief 的固定投入產出係數、效用函數則可以設定為 Cobb-Douglas、CES 或是 Stony-Geary 函數。

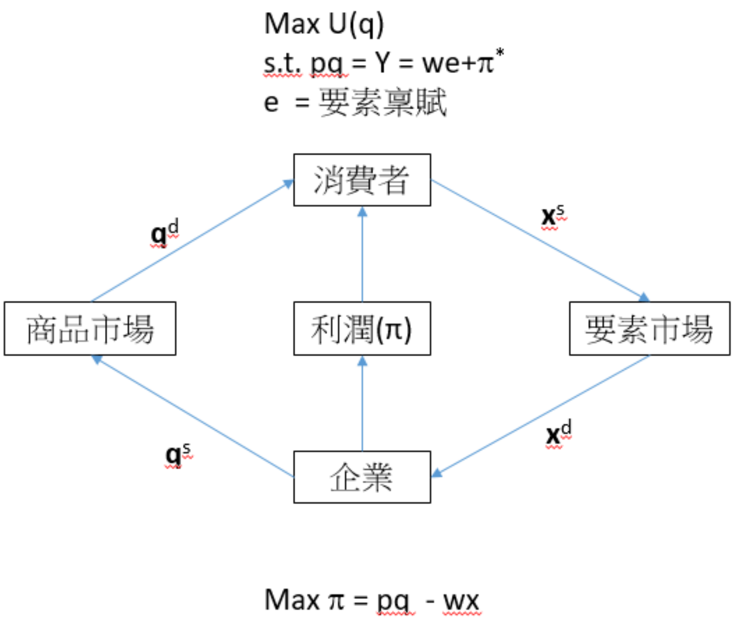

圖 8　　CGE 模型閉合循環周流圖

圖 8 是一個簡單的 CGE 模型。在此一模型中，只有一個消費者，消費者是勞動及資本的提供者，同時也是商品的需求者，消費者追求的是效用最大；只有一個企業，企業是勞動及資本的需求者，企業提供產品，追求利潤最大。這個體是沒有考慮政府部門及國外部門。我們可以把圖 8 的經濟活動表示為表 10。

表 10　投入產出表

	中間使用 1	中間使用 2	最終使用	總產出
中間使用 1	Q_{11}	Q_{12}	H_1	Q_1
中間使用 2	Q_{21}	Q_{22}	H_2	Q_2
附加價值	L_1	L_2	=國民生產總值	
總投入	Q_1	Q_2		=社會總產出

將表 10 改製成 SAM 表，並以實際變量顯示，如表 11。其中，實質變量為產出 q、消費 h、勞動 x、稟賦 e 等，名義變量為所得 Y。

表 11　描述性 SAM 表

	商品/活動 1	商品/活動 2	要素(勞動)	居民	彙總
商品/ 活動 1	p_1q_{11}	p_1q_{12}		p_1h_1	p_1q_1
商品/ 活動 2	p_2q_{21}	p_2q_{22}		p_2h_2	p_2q_2
要素(勞動)	wx_1	wx_2			we
居民			we		Y
彙總	p_1q_1	p_2q_2	we	Y	

在表 11 中，CGE 模型的生產函數為 Leontief 生產函數，中間投入部分的投入產出係數 a_{11}、a_{12}、a_{21}、a_{22}，附加價值部分的要素投入產出係數 a_{n1}、a_{nn}。消費者收入是由提供要素得到收入，加上作為企業股東取得的利潤，消費者的效用函數以 Cobb-Douglas 函數表示。CGE 模型可以由下列方程式構成，式(3.3.12)是消費者的收入，與式(3.3.13)及(3.3.14)形成商品需求的閉合，而式(3.3.15)~(3.3.17)則形成商品與要素同時出清。

$$p_1 = p_1 a_{11} + p_2 a_{21} + w a_{n1} \tag{3.3.8}$$

$$p_2 = p_1 a_{12} + p_2 a_{22} + w a_{n2} \tag{3.3.9}$$

$$a_{n1} q_1 = x_1 \tag{3.3.10}$$

$$a_{n2} q_2 = x_2 \tag{3.3.11}$$

$$\mathrm{Y} = \mathrm{w} \cdot \mathrm{e} \tag{3.3.12}$$

$$p_1 h_1 = \alpha Y \tag{3.3.13}$$

$$p_2 h_2 = (1-\alpha) Y \tag{3.3.14}$$

$$a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + h_1 = q_1 \tag{3.3.15}$$

$$a_{21} q_1 + a_{22} q_2 + h_2 = q_2 \tag{3.3.16}$$

$$x_1 + x_2 = e \tag{3.3.17}$$

在導出上式(3.3.8) ~ (3.3.17)之後，需要編寫 GAMS 的程式，以模擬經濟體系受衝擊後的反應。以下逐行簡要說明 GAMS 程式與 CGE 模型如何對應。

```
*在本文曾經敘及多次，在第一行用星號*開頭，是程式的解釋，GAMS
*不會執行

$title    one sample of CGE model
```

```
*上述的 $title 為此一程式命名，這一行程式只是作為辨識，可有可無


*定義集合 ac，ac 包括有 sec1,sec2,lab,hh,total 共四個要素
* i 為 ac 的子集合，包括 sec1,sec2 兩個要素
set    ac       /sec1,sec2,lab,hh,total/
       i(ac)    /sec1,sec2/
       x(ac)    /lab/
;
*集合 ac 別名 acp，即 ac 與 acp 相同
*集合 i 別名 j，即 i 與 j 相同
alias (ac, acp), (i,j);


*讀取 SAM 表的數值
*sam(ac, acp) 表示行、列
*代表 sam(sec1, sec1) = 4, sam(sec1, sec2)=3 等，共 25 個
*儲存格數據
table sam(ac, acp)
              sec1     sec2     lab     hh      total
sec1            4        3                3       10
sec2            2        5                6       13
lab             4        5                         9
hh                                9                9
total          10       13        9       9
;

*定義參數
parameters
   a(i,j)        中間投入的投入產出係數（直接消耗係數）
   ax(i)         要素投入產出係數
```

q0(i)　　　商品 i 的初始數量

p0(i)　　　商品 i 的初始價格

x0(i)　　　勞動初始需求

xe0　　　勞動要素稟賦和供應

w0　　　勞動初始價格

Y0　　　居民初始收入金額

h0(i)　　　居民對商品 i 的初始數量需求

alpha(i)　　　居民收入中使用在商品 i 的份額，即式(3.3.13)的 α

;

*下面為參數（包括外生變數）賦值或校調估值 calibrate。

*因為 SAM 表中的數值為數量成以價格，因此從 SAM 表數值獲取實際數量時，要除以價格

```
p0(i) =1;
w0=1;
q0(i) = sam('total',i)/p0(i);
x0(i)=sam('lab',i)/w0;
xe0=sam('lab','total')/w0;
Y0=w0*xe0;
h0(i)=SAM(i,'hh')/p0(i);
```

*校調估算投入產出係數

```
a(i,j)=(sam(i,j)/p0(i))/(sam('total',j)/p0(j));
ax(j)=(sam('lab',j)/w0)/(sam('total',j)/p0(j));
```

*校調 Cobb-Douglas 效用函數在商品 i 上的消費需求份額

```
alpha(i)=p0(i)*h0(i)/Y0;
```

*展現參數的值和校調值,檢驗是否正確

```
display    a,ax,q0,x0,xe0,Y0,h0;
```

*定義變數

```
variable
p(i),q(i),x(i),h(i),Y,w;

*定義等式
equation
Priceeq(i), factoreq(i), IncomeYeq, Hdemand(i), Qmarket(i),
Xmarket;

*下面等式裡 sum 的功能，等於數學上 sigma 的相加。
Priceeq(i)..
p(i)=e=sum(j, p(j)*a(j,i))+w*ax(i);

Factoreq(i)..
ax(i)*q(i)=e=x(i);

IncomeYeq..
Y=e=w*xe0;

Hdemand(i)..
p(i)*h(i)=e=alpha(i)*Y;

Qmarket(i)..
sum(j,a(i,j)*q(j))+h(i)=e=q(i);

Xmarket..
sum(i,x(i))=e=xe0;

*賦予變數的初始值
p.l(i)=p0(i);
q.l(i)=q0(i);
x.l(i)=x0(i);
h.l(i)=h0(i);
Y.l=Y0;
w.l=w0;
```

*執行優化程式

```
model cge    /all/;
solve cge using mcp;
```

*若勞動稟賦增加 10%的程式，模擬其結果。

*給 xe0 重新賦值。如果一個參數在後面被重新賦值後，GAMS 程式會自動將前面 xe0 的數值覆蓋，而用新的賦值來替代。

```
xe0=1.1*sam('lab','total')/w0;
```

*執行優化程式

```
model simulation    /all/;
solve simulation using mcp;
```

*end 程式結束

程式執行之後的結果如下：

```
---- VAR p

            LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

sec1         -INF     1.000     +INF       .
sec2         -INF     1.000     +INF       .

---- VAR q

            LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

sec1         -INF    11.000     +INF       .
sec2         -INF    14.300     +INF       .

---- VAR x

            LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

sec1         -INF     4.400     +INF       .
sec2         -INF     5.500     +INF       .

---- VAR h

            LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

sec1         -INF     3.300     +INF       .
sec2         -INF     6.600     +INF       .
```

(4) 巢式(nested)結構的 CES 函數

CES 的標準形式為：

$$q = f(x_1, x_2) = A\ [\delta_1 x_1^{\rho} + \delta_2 x_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$$

上式中，q 為產出 x_1、x_2 為投入，A 為總要素生產力，δ_1、δ_2為要素份額，替代彈性為 ε =1/(1- ρ)，ρ 為其中的係數。因為假設貢獻剛好分完，所以 $\delta_1 + \delta_2 = 1$，因此上式可以改寫為：

$$q = f(x_1, x_2) = A\ [\delta_1 x_1^{\rho} + (1-\delta_1) x_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$$

經濟學求解的問題時常是求成本最小、效用最大、產量最大、利潤最大等成本問題。換言之，是在求極值。求極值最常用的是 Lagrange 乘數的方法。以求成本最小為例：

$$\min c = w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{s.t.}\quad f(x_1, x_2) = A\left[\delta_1 x_1^{\rho} + (1-\delta_1) x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} = q$$

改寫為 Lagrange 乘數方程式

$$\min_{x_1, x_2, \lambda} L = w_1 x_1 + w_2 x_2 - \lambda\left\{A\left[\delta_1 x_1^{\rho} + (1-\delta_1) x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} - q\right\}$$

求解 $\partial L/\partial x_1=0$、$\partial L/\partial x_1=0$、$\partial L/\partial \lambda=0$，可得：

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\delta_1}{(1-\delta_1)}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho}$$

令替代彈性為 $\varepsilon=1/(1-\rho)$，$q=1$ (單位產量)，可以求得單位成本為：

$$c(w_1, w_2, 1) = \frac{1}{A}\left[w_1^{1-\varepsilon}\delta_1^{1-\varepsilon} + w_2^{1-\varepsilon}\delta_2^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

如果 CES 的投入要素超過 3 個，則生產函數為：

$$q = f(x_1, x_2, x_3) = A\left[\delta_1 x_1^{\rho} + \delta_2 x_2^{\rho} + \delta_3 x_3^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

其中，$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$，且共用一個 ρ，如果三個投入要素是中間投入 M、勞動 L、資本 K，則這三者之間的替代彈性都會相同。為了避免這種情況，可以用巢氏(nested)結構的方法，如圖 9。

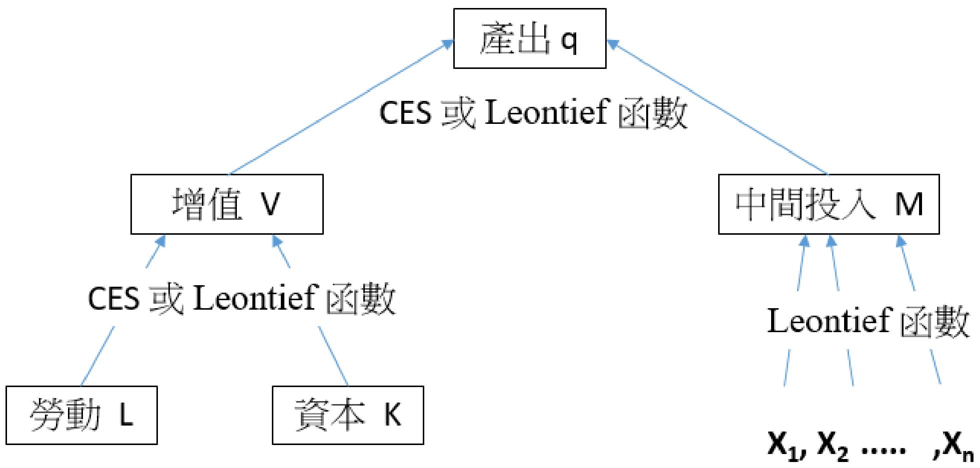

圖 9 生產函數的巢氏結構

因此可以得到：

$$q = A_q \ [\delta_q V^{\rho} + (1-\delta_q)M^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$$

其中，

$$V = A_v \ [\delta_v L^{\rho_v} + (1-\delta_v)K^{\rho_v}]^{\frac{1}{\rho_v}}$$

將兩式合併，可以得到：

$$q = A_q \ \left[\delta_q \left(V = A_v \ [\delta_v L^{\rho_v} + (1-\delta_v)K^{\rho_v}]^{\frac{1}{\rho_v}}\right)^{\rho} + (1-\delta_q)M^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

在 EPPA 之中，也有相同的應用，如圖 10 中，第一層的 S=0.5，第二層的 VA=1，假設 SAM 表如下：

	X	Y	W	CONS
PX	120	-20	-100	
PY	-20	120	-100	
PW			200	
PL	-40	-60		
PK	-60	-40		

則，部門 X 的生產函數為：

PRF_X..   120* [1/6 * PY **(1-0.5)+5/6 * (PL**0.4* PK**0.6*(1+TX))**

**(1-0.5))] ** (1/(1-0.5)) =E= 120 * PX

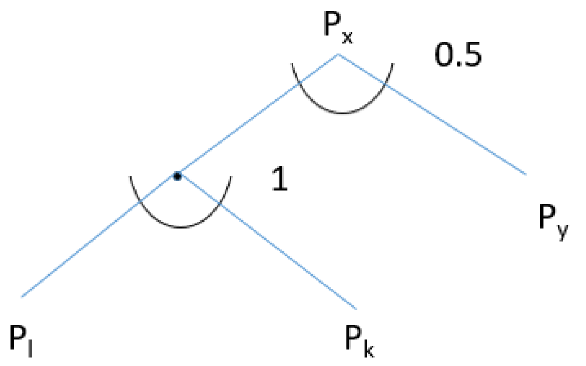

圖 10 EPPA 生產函數的巢氏結構

四、 建議事項

(一) 派員至 MIT 實習或參加 MIT 的 workshop

核能研究所與 MIT 的合作開發 EPPA-Taiwan 已經三年多的時間，之前共有三位同仁派赴 MIT 移地訓練，三位同仁到 MIT 都有大約一年的時間，經由同仁的努力，EPPA-Taiwan 已經成為一個架構完整，可以用來作為政策模擬的工具，今年也已經開始在國際期刊發表，建議持續派員前往 MIT 實習，除了增加研發的能量之外，也能夠維持與 MIT JP 的關係，將來可以有機會在亞洲共同進行合作案。

(二) 現有模型的整合及求解能力

本所除了 EPPA-Taiwan 模型之外，GEMEET 模型及 TIMES 模型的開發也有多年的經驗，也已經有許多優秀的論著，且三大模型各有所長，EPPA-Taiwan 擅長處理國際能源及減碳問題、GEMEET 擅長處理台灣產業結構的問題、TIMES 對台灣電力配比有精準的刻畫，建議可以考慮整合三大模型，以增加問題求解能力。

(三) 積極參加國內學術研討會

建議積極參加國內學術界，以增進國內學界及政府對於 EPPA-Taiwan 模型的了解，透過學術研討會的發表，可以增加外界對於 EPPA-Taiwan 的熟悉與信賴，對於 EPPA-Taiwan 的推廣或是與產官學研的合作也會有相當大的幫助。