行政院所屬各機關因公出國人員出國報告書
（出國類別：其他）

JP Morgan 資產管理公司

「2015 計量模型投資訓練課程」

Risk Parity 投資組合配置分析

服務機關：中央銀行

姓名職稱：賀蘭芝襄理

派赴國家：香港

出國期間：104 年 7 月 19 日至 7 月 24 日

報告日期：104 年 10 月 16 日

摘 要

2008年爆發全球金融危機,許多金融資產同時出現極端負報酬率，相關係數驟升至接近＋1，致投資組合原本預期的風險分散效果消失，損失慘重。此後業界在建構投資組合時，開始重視個別資產的風險配置（Risk Allocation），期能贏過大盤但不承擔超過大盤的風險。

風險平價（Risk Parity）配置過去十年表現優異，在業界逐漸流行，原理為要求每項資產對整體投資組合保持相同的風險貢獻（Equal Risk Contribution），本報告從投資組合建構（前檯）、績效表現檢視（中檯）、績效貢獻分析（後檯）三個面向深入剖析風險平價法之應用時機與注意事項。

心得與建議：（一）風險平價法是眾多企圖藉由偏離指標配置權重，以贏過指標的策略之一，雖主張配置前只需注重資產波動度與相關性，但策略之勝出仍有賴事前對報酬率的看法；（二）其績效高度依賴資產間維持負相關，且低風險性資產波動度低的環境；（三）槓桿比率不宜過高，以免資產相關性突然轉正時損失慘重；（四）在Fed利率政策欲緊還鬆、公債市場深度大減、股市草木皆兵的敏感時刻，任何升息訊息恐再度引發債市波動度提高，與股債市賣壓，相關性驟升的情況，另利率走升亦不利於槓桿操作，諸如市場與融資流動性緊縮、融資與交易成本上升等，未來似乎不是有利於槓桿風險平價策略的環境。

目　錄

圖 表 目 錄

Risk Parity 投資組合配置分析

前言

本次由 JP Morgan 資產管理公司舉辦之「2015 計量模型投資訓練課程」為期五天，內容著重於數量技術，每人一台電腦實機練習撰寫 Excel VBA（Visual Basic Application）程式，學習建構投資組合資產配置，相當切合實際需要。

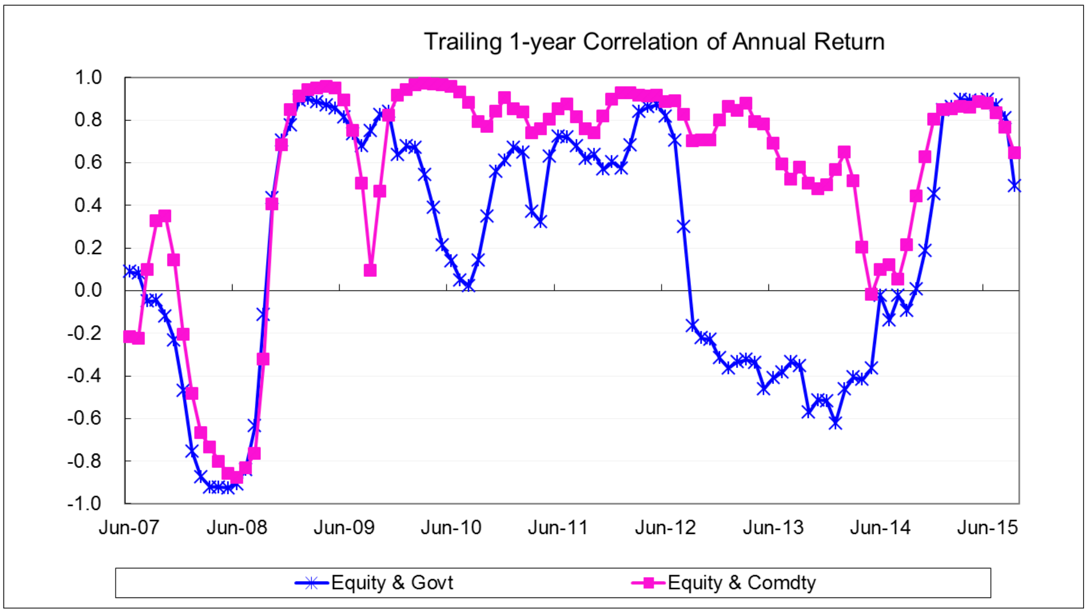
2008 年全球金融危機爆發，市場恐慌性賣壓使許多資產同時出現極端負報酬率，相關係數瞬間提高，原本負相關的資產，相關係數急速攀升至接近＋1（見圖 1），導致許多基金原先預期的風險分散效果消失，投資組合損失慘重。此後，業界在建構投資組合時，開始重視風險配置（Risk Allocation）觀點。

風險配置與資產配置有何不同？自 Markowitz（1952）之 Mean-Variance Optimization（MVO）模型問世以來，基金經理人在建構投資組合時重視資產之預期報酬率，認知高報酬伴隨著高風險的道理，藉由適度分散風險來達到最適「資產配置」，極大化投資組合預期報酬率。1990 年代晚期亞洲金融風暴後，因應風險衡量方法，諸如風險值（Value-at-Risk，VaR）、條件風險值（Conditional VaR，CVaR）（又稱期望損失值（Expected Shortfall，ES））之發展，經理人開始重視整體投資組合風險，將下方風險限制式（downside risk tolerance）放入資產配置模型，形成 Mean-VaR 或 Mean-CVaR 最適「資產配置」。2008 年全球金融風暴發生後，鑒於資產間相關係數乃至風險分散效果可能瞬間改變，經理人轉而開始重視個別資產之「風險配置」，以期投資組合贏過大盤但不承擔超過大盤的風險。表 1 摘要風險配置與資產配置之主要差異。

近幾年來，兩種風險配置概念在業界逐漸風行，一為 Risk Parity Allocation，二為 Risk Factor-Based Allocation。前者要求個別資產對於整體投資組合的「風險貢獻（Risk Contribution）」保持相同；後者則將影響個別資產報酬率的主要「風險因子（Risk Factor）」拆解出來，再決定投資組合要承擔多少該風險因子，賺取風險溢酬（Risk Premium 或稱 Smart Beta）。本報告將深入探討前者，後者則留待後續研究。

章節安排如下，第一章 Risk Parity 配置簡介，說明立論根據與運算原理；第二章績效表現，檢視歷史模擬與實際基金績效；第三章績效貢獻分析，拆解績效貢獻來源，以便深入了解 Risk Parity 法之應用時機與注意事項；第四章為心得與建議。

圖 1、資產報酬率相關係數之變化



全球股票：MSCI MXWD Index，USD unhedged Return (YoY%)

全球債券：Citi SBWGU Index，USD unhedged Return (YoY%)

商品：S&P SPGSCITR Index，USD unhedged Return (YoY%)

表 1、風險配置與資產配置之差異

	風險配置（Risk Allocation）	資產配置（Asset Allocation）
投入變數	波動度與相關性 （重視近期波動度群聚現象）	預期報酬率 （常以歷史均值作替代變數）
目標	使投資組合預期風險達到某一目標水準（risk target）	在某一風險水準下，極大化投資組合預期報酬率

資料來源：Bodnar and Smithson (2001)

第一章、 Risk Parity 配置簡介

第一節、 立論基礎

Markowitz（1952）之效率前緣（Efficient Frontier）開啟了現代投資組合理論基礎，認為投資人會在預期報酬與風險間做出平衡選擇，任何在效率前緣上的組合才是報酬與風險的最適組合（參見圖 1-1）；資本資產訂價模型（Capital Asset Pricing Model，CAPM）進一步假設，將無風險資產利率（Risk-Free Rate）與效率前緣的切點連成一線，則資本市場線（Capital Market Line，CML）上的投資組合更佳，切點投資組合（Tangency Portfolio）即為市場組合，不能舉債操作（Leverage）者的最適投資組合會落在 Risk-Free Rate 與 Tangency Portfolio 間；可以舉債的投資人會選擇向右上方延伸，亦即舉借現金以使投資於 Tangency Portfolio 的權重超過 100%。

2008 年全球金融危機爆發，融資流動性（Funding Liquidity）緊縮，風險性資產受到恐慌式急售變現，導致許多資產種類間之相關係數瞬間升高，投資組合原本預期的風險分散效果消失，損失慘重，業界[1]遂開始研究，如何讓投資組合在不同金融環境下皆能保持風險分散效果，因而提出「均等風險貢獻（Equal Risk Contribution，ERC）」概念，簡言之，除了控制整體投資組合的風險外，更進一步要求每項資產對投資組合的風險貢獻要保持

[1] 如 AQR Capital Management、Bridgewater Associates、Callan Associates、J.P. Morgan Asset Management、Lyxor Asset Management、State Street Global Advisors 等。

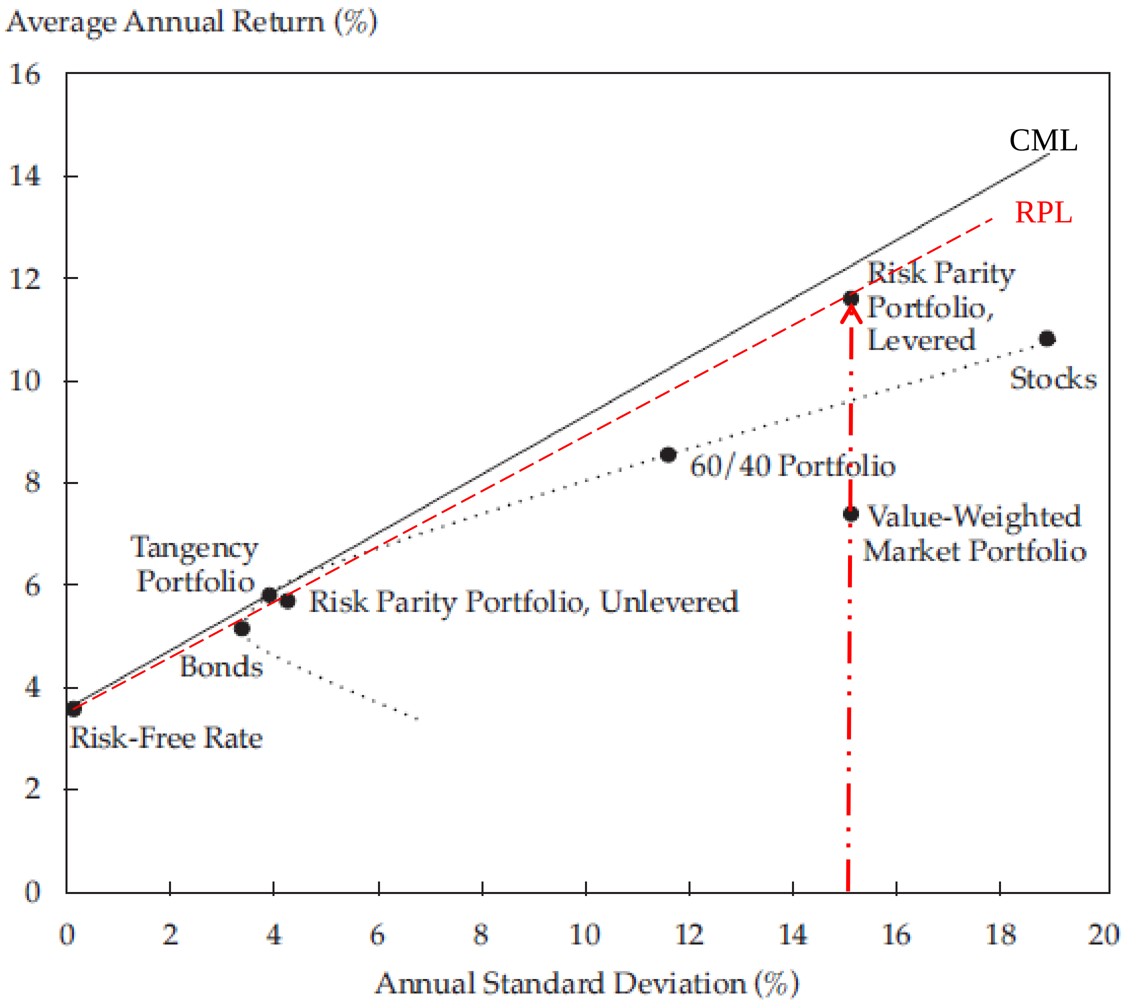
相同，故又稱「風險平價（Risk Parity，RP）」。

Asness *et al.*（2012）對 Risk Parity 配置法提供了立論根據，指出（1）傳統股債平衡型基金中，股、債的配置權重多為 60%、40%，以為達到風險分散效果，但其實 88%的風險都來自於股票；（2）市值權重投資組合（Market Value-Weighted Portfolio）之事後績效表現通常不佳，原因為配置於股票的比例過高，自 1926 年至 2010 年，股、債之平均權重分別為 68%、32%，而股票所提供的事後風險溢酬不足，圖 1-1 下表顯示股票實現之 Sharpe Ratio 比債券還低。

至於為何股票的事後風險溢酬不足？Asness *et al.*（2012）提出槓桿逃避理論（Leverage Aversion Theory，LAT）來解釋：市場存在著一批不能或不想舉債，卻又想要較高報酬的投資人，他們只好重押股票，朝向市值權重投資組合之配置，此舉追高了股價，降低了股票報酬率。

由於無法事前得知市場上有多少比例的投資人是槓桿逃避者，不如簡單採用均等風險貢獻法配置，作者實證發現 Unlevered Risk Parity Portfolio 相當接近於 Tangency Portfolio，若能再搭配槓桿操作，將風險水準拉高至如同市值權重投資組合之程度，如圖 1-1 風險平價線（Risk Parity Line，RPL）上的 Levered Risk Parity Portfolio，則事後實現之報酬率會相當接近於資本市場線，風險溢酬遠優於市值權重投資組合。

圖 1-1、Risk Parity 立論基礎



	Tangency Portfolio	Market Portfolio	股	債	T-bill
Return (%)	6	7	10.8	5.2	3.6
Volatility (%)	4	15	18.9	3.4	
Sharpe Ratio	1.50	0.47	0.57	1.53	

資料來源：Asness *et al.* (2012), Figure 2. Efficient Frontier, 1926-2010

第二節、　建構 Risk Parity 投資組合

本節介紹風險平價法，並補充最小變異數法（Minimum Variance，MinV）與回顧 Markowitz 平均數變異數法之配置原理。

令 $w_{i,\ i=1\ldots n}$ 代表第 i 項資產的權重，$W=[w_1,\ \ldots,\ w_n]$ 代表權重向量，$\bar{r}_{i,\ i=1\ldots n}$ 代表第 i 項資產的預期報酬率，$\bar{R}=[\bar{r}_1,\ \ldots,\ \bar{r}_n]$ 代表報酬率向量，$Q=\begin{bmatrix}\sigma_{1,1} & & \sigma_{1,n}\\ \vdots & \ddots & \\ \sigma_{n,1} & \cdots & \sigma_{n,n}\end{bmatrix}$ 代表 n 項資產報酬率的共變異數矩陣，則投資組合之預期報酬率、變異數可用矩陣型式分別表示為 $W\bar{R}'$、WQW'。

一、　風險平價法（RP）或稱均等風險貢獻法（ERC）

此法目標為：在確保每項資產對投資組合之風險貢獻相同下，追求投資組合風險極小化。令 $\sigma_P=\sqrt{WQW'}$ 代表投資組合風險，定義：

1、邊際風險貢獻度（Marginal Risk Contribution，MRC）為個別資產投資權重變動一單位，對投資組合風險之影響程度：

$$MRC_i \equiv \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_i}=\frac{Q_i W'}{\sqrt{WQW'}},$$

2、風險貢獻（Risk Contribution，RC）為個別資產投資權重變動某一幅度，對投資組合風險之影響程度：

$$RC_i \equiv w_i \times \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_i}=w_i \times MRC_i,$$

整體投資組合風險即等於所有資產之風險貢獻加總：

$\sigma_P = \sum_{i=1}^{n} RC_i$ 。

風險平價法係求解下列非線性規劃問題：

$$\begin{aligned} &\underset{W}{Minimize}\ \sqrt{WQW^{'}} \\ &subject\ to\ \ RC_{i=1,\dots n-1} = RC_n \\ &\qquad\qquad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad 0 \le w_i \le 1 \end{aligned} \tag{1-1}$$

其中，$0 \le w_i \le 1$ 代表只能買進，不得賣空之限制。

二、 最小變異數法（MinV）

此法目標為追求投資組合風險極小化，相當於追求每項資產之邊際風險貢獻度相同：

$$\begin{aligned} &\underset{W}{Minimize}\ \sqrt{WQW^{'}} \\ &subject\ to\ \ MRC_{i=1,\dots n-1} = MRC_n \\ &\qquad\qquad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad 0 \le w_i \le 1 \end{aligned} \tag{1-2}$$

三、 平均數變異數最適資產配置法（MVO）

此法目標在於：將投資組合變異數控制在可容忍的某一水準下，追求投資組合預期報酬率極大化，亦即求解下列非線性規劃問題：

$$\underset{W}{Maximize}\ \ W\overline{R}^{'}$$
$$subject\ to\ \ WQW^{'} \le \sigma^2 \qquad (1\text{-}3)$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad 0 \le w_i \le 1$$

其中，σ^2 為可容忍的變異數水準。

Maillard *et al.*（2010）模擬風險平價法、最小變異數法、均等法（Equal Weight，1/N）配置結果，證明風險平價法之投資組合風險小於均等法，且可確實達到風險分散效果，三者風險大小關係如下：

$\sigma_{MinV} \le \sigma_{RP} \le \sigma_{1/N}$ 。

第三節、 Excel 範例

以 Excel 示範比較風險平價法與其他配置法投資組合之差異，表 1-1 顯示 A、B、C 三資產報酬率在 1997/12/31 ~ 2010/10/31 期間之敘述統計。資產 C 之波動度最低，致 Sharpe Ratio 最大，且與其他兩資產之共變異性低，若用 MVO 法求解，求出之投資權重一定最高（見表 1-3）。表 1-2 以 Excel 示範風險平價法計算原理。

表 1-1、資產報酬率敘述統計（1997/12/31 ~ 2010/10/31）

	A	B	C
Return (p.a%)	6.29	7.97	6.24
Volatility (p.a%)	6.47	7.49	2.84
Sharpe Ratio	0.97	1.06	2.20
Covariance (%)			
A	0.42	0.38	0.04
B	0.38	0.56	0.01
C	0.04	0.01	0.08

表 1-2、Excel 示例風險平價配置法

	Volatility σi	投資權重 wi	邊際風險貢獻度 MRCi	風險貢獻 RCi	風險權重 RWi
A	6.5%	20.0%	0.054	1.1%	33.3%
B	7.5%	18.9%	0.058	1.1%	33.3%
C	2.8%	61.1%	0.018	1.1%	33.3%
Portfolio	3.3%	100.0%		3.3%	100.0%

$$MRC_A = \frac{0.42\% \times 20.0\% + 0.38\% \times 18.9\% + 0.04\% \times 61.1\%}{3.3\%} = 0.054$$

$$MRC_B = \frac{0.38\% \times 20.0\% + 0.56\% \times 18.9\% + 0.01\% \times 61.1\%}{3.3\%} = 0.058$$

$$MRC_C = \frac{0.04\% \times 20.0\% + 0.01\% \times 18.9\% + 0.08\% \times 61.1\%}{3.3\%} = 0.018$$

$$RC_A = w_A * MRC_A = 20.0\% * 0.054 = 1.1\%$$

$$RW_A = \frac{RC_A}{\sigma_P} = \frac{1.1\%}{3.3\%} = 33.3\%$$

表 1-3、資產投資權重、風險貢獻與風險權重（1997/12/31 ~ 2010/10/31）

%	MinV			**RP**			1/N			MVO		
	投資權重	風險貢獻	風險權重	投資權重	風險貢獻	風險權重	投資權重	風險貢獻	風險權重	投資權重	風險貢獻	風險權重
A	0.0	0.0	0.0	**20.0**	**1.1**	**33.3**	33.3	2.0	43.7	0.0	0.0	0.0
B	11.4	0.3	11.4	**18.9**	**1.1**	**33.3**	33.3	2.3	49.8	14.5	0.5	17.8
C	88.6	2.4	88.6	**61.1**	**1.1**	**33.3**	33.3	0.3	6.6	85.5	2.2	82.2
Sum	100	2.7	100	100	**3.3**	100	100	4.6	100	100	2.7	100
Portfolio	MinV			**RP**			1/N			MVO		
Return %	6.4			**6.6**			6.8			6.5		
Vol %	2.7			**3.3**			4.6			2.7		
Sharpe R	2.4			**2.0**			1.5			2.4		

表 1-3 比較不同配置法之投資權重、風險貢獻與風險權重。風險平價法（RP）所解出之投資權重使三類資產之風險權重相同，亦即確保平均分散投資組合之風險來源。均等法（1/N）雖然投資金額均分於三類資產，但投資組合之風險主要來自資產 A 與 B，波動度最低之資產 C 未發揮降低風險功能，故投資組合風險（4.6%）居各配置法之冠。此例中，最小變異數法（MinV）與平均數變異數法（MVO）結果類似，資產 A 因 Sharpe Ratio 最小且與資產 B 之相關性高，故投資權重為 0%，投資組合風險過度集中，超過 80%來自資產 C。

第二章、 績效表現

本章第一節回顧以歷史資料模擬風險平價績效的研究論文，第二節摘要業界風險平價基金實際操作表現。

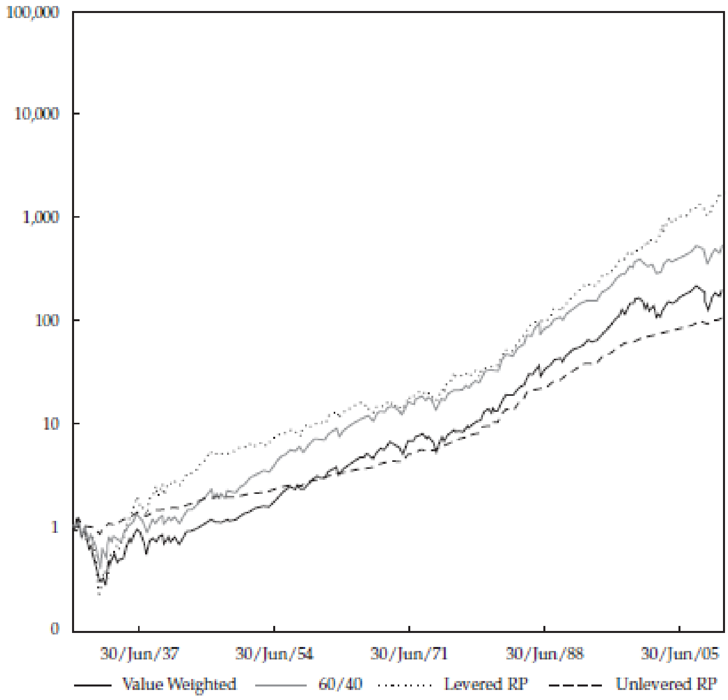
第一節、 歷史資料模擬

Asness *et al*.（2012）不僅提出風險平價法之立論根據，並使用長期（1926~2010）、多（11）國歷史資料，廣泛地模擬比較風險平價法、60/40 股債配置法與市值權重配置法之績效表現，結論支持風險平價法較優。

Anderson *et al*.（2012）則認為風險平價法需藉槓桿操作將投資組合風險水準拉高以提高報酬率，每次重新調整（rebalance）槓桿比率時融資成本與交易成本不容忽視，故模擬時宜納入考慮才貼近實況。圖 2-1 以累積報酬率檢視績效，Panel A 顯示未考慮融資與交易成本時，槓桿風險平價組合（Levered RP）累積報酬率最高；Panel B 顯示考慮融資與交易成本後，Levered RP 累積報酬率反而大幅降低，甚至曾經低於 Unlevered RP；Panel C 細分樣本期間發現，1946~1982 年美國利率逐漸走升，尤其 1976~1982 年間因石油危機通膨高漲，利率大幅攀升，融資成本隨之提高，為 Levered RP 績效最差的時期。

圖 2-1、歷史模擬績效－累積報酬率

Panel A. Risk Parity vs. Market vs. 60/40 (1929-2010)－未考慮融資與交易成本



Notes: This figure shows monthly compounded returns to four strategies based on U.S. equity and U.S. Treasury bonds. The levered risk parity strategy was financed at the 90-day T-bill rate. RP indicates risk parity strategies.

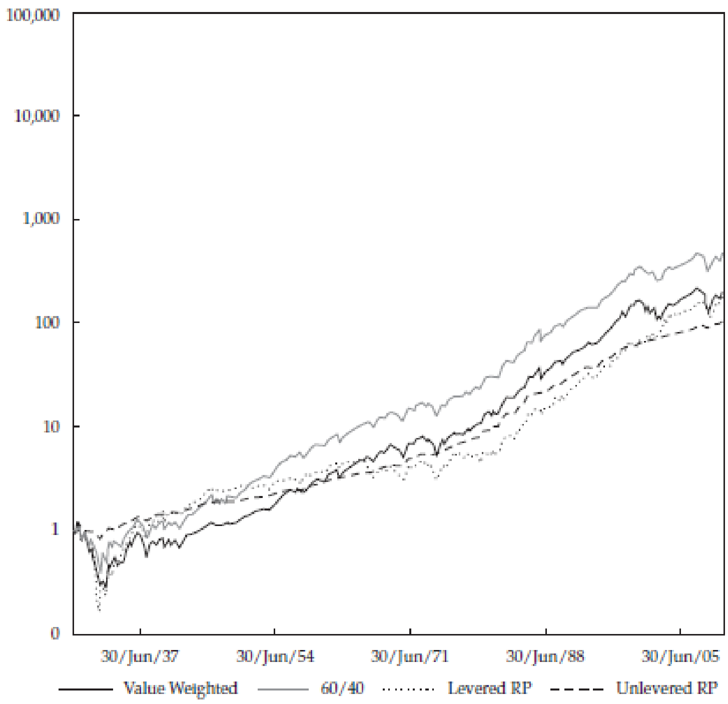
未考慮融資與交易成本時，Levered RP 累積報酬率最高。

縱軸：Total Return (log scale)

融資利率：90-day T-bill rate

Source: Anderson *et al*. (2012) Figure 1.

Panel B. Risk Parity vs. Market vs. 60/40 (1929-2010)－考慮融資與交易成本



Notes: This figure shows monthly compounded returns to four strategies based on U.S. equity and U.S. Treasury bonds. The levered risk parity strategy was financed at the three-month Eurodollar deposit rate, and adjustments were made for turnover. A comparison with Figure 3 shows the magnitude of the performance drag.

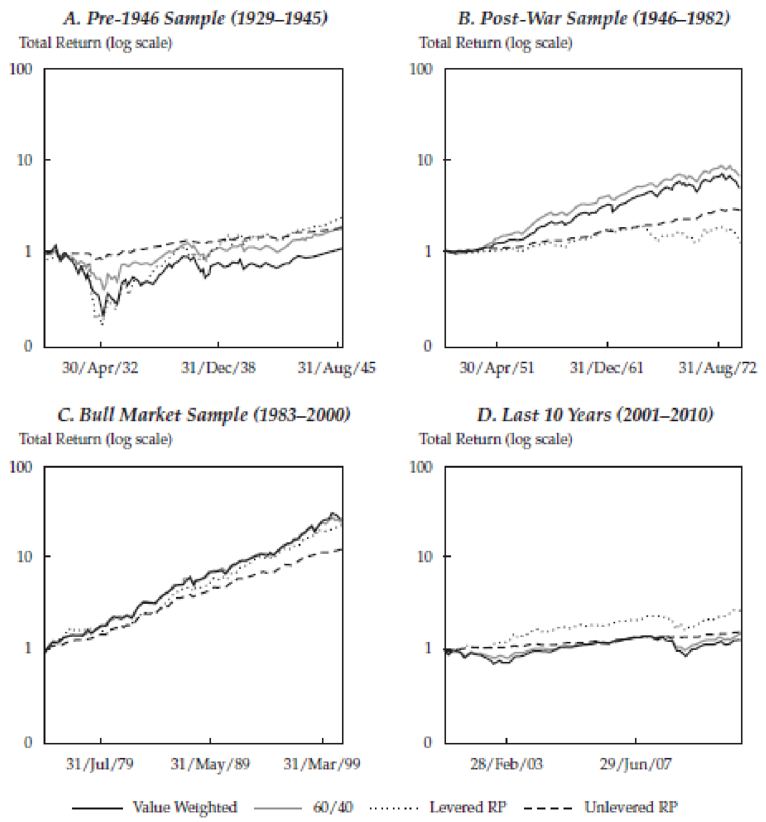
考慮融資與交易成本後，Levered RP 累積報酬率大幅降低，甚至曾低於 Unlevered RP。

縱軸：Total Return (log scale)

融資利率：3-month Eurodollar deposit rate

Source: Anderson *et al*. (2012) Figure 6.

Panel C. Risk Parity vs. Market vs. 60/40 (Sub-Periods)－考慮融資與交易成本



1946~1982 美國利率逐漸走升，尤其 1976~1982 通膨高漲，利率大幅攀升，融資成本提高，為 Levered RP 績效最差的時期。

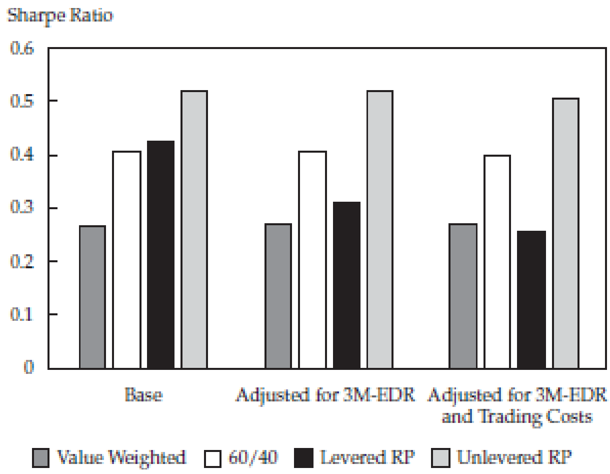
融資利率：3-month Eurodollar deposit rate

Source: Anderson *et al.* (2012) Figure 7.

圖 2-2 以 Sharpe Ratio 檢視績效，Panel A 顯示不論是否考慮融資與交易成本，Unlevered RP 受惠於報酬率波動度小，故 Sharpe Ratio 皆最高；反之，隨著融資成本、交易成本納入計算，Levered RP 之 Sharpe Ratio 逐步降低，甚至低於 60/40 與市值權重組合。Panel B 細分樣本期間更可清楚看到，1946~1982 為 Levered RP 績效最差的時期；然而近十年（2001~2010），Levered RP 績效遠優於 60/40 與市值權重組合，Sharpe Ratio 幾乎達 2 倍以上。

圖 2-2、歷史模擬績效－Sharpe Ratio

Panel A. Risk Parity vs. Market vs. 60/40 (1929-2010)



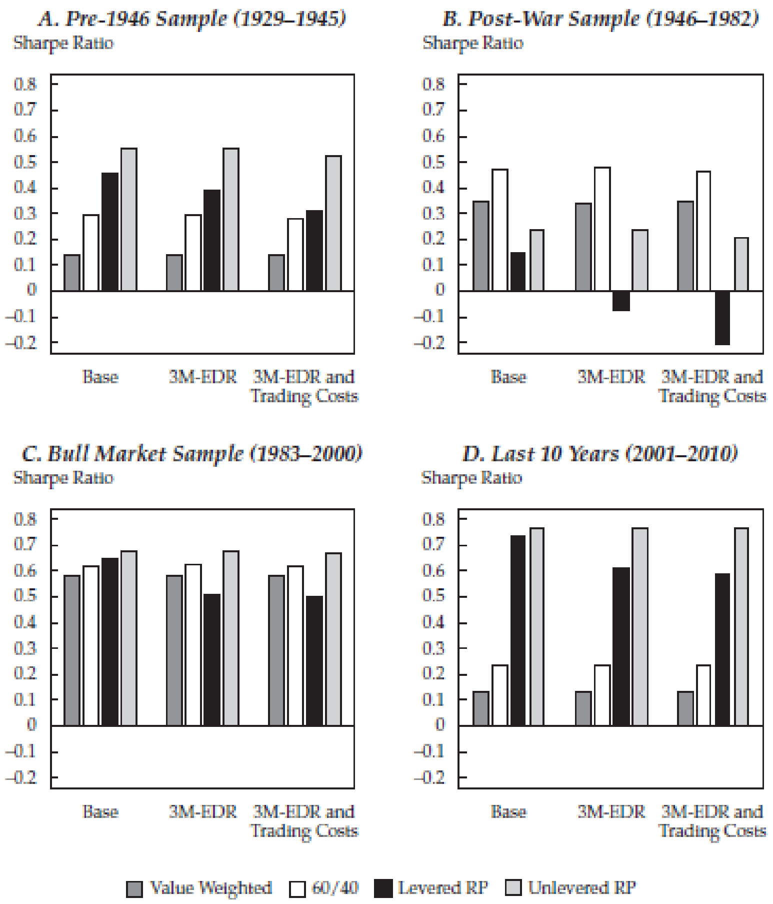
左邊－未考慮融資與交易成本 (Base)

中間－考慮融資成本 3-month Eurodollar deposit rate (3M-EDR)

右邊－考慮融資成本與交易成本

Source: Anderson *et al*. (2012) Figure 8.

Panel B. Risk Parity vs. Market vs. 60/40 (Sub-Periods)



1946~1982 美國利率逐漸走升，尤其 1976~1982 通膨高漲，利率大幅攀升，融資成本提高，為 Levered RP 績效最差的時期。

2001~2010 Levered RP 績效遠優於 60/40 與市值權重組合，Sharpe Ratio 幾乎為 2 倍以上。

Source: Anderson *et al*. (2012) Figure 9.

第二節、　實際基金績效

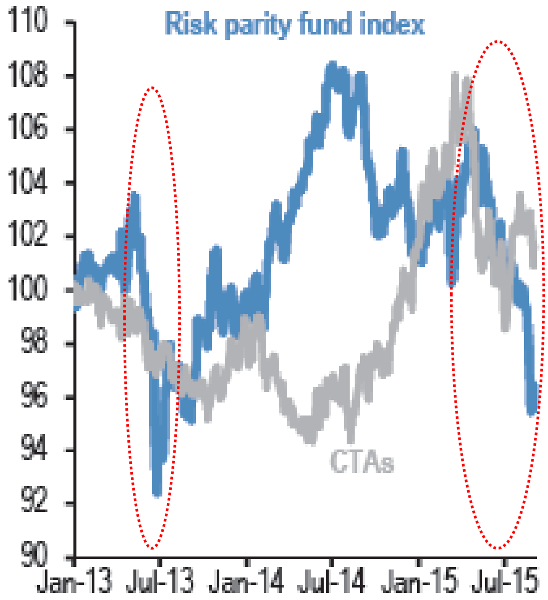
風險平價基金績效高度依賴股、債維持負相關且債券波動度低的環境，2013 年 5 月 Fed taper tantrum 當時股、債相關係數急速由-50%升高到+30%（圖 2-3 Panel B），風險平價基金曾經損失慘重，報酬率約-12%（= 92/104-1）（圖 2-3 Panel A）。

2015 年第二季至第三季風險平價基金表現欠佳，尤其 8 月 11 日中國實施人民幣中間匯價報價機制改革，連續引發大陸、歐美、新興股市下跌，全球股、債相關係數再度由-50%急速升高到+30%，風險平價基金報酬率約-9%（= 96/106-1）；系統風險分散型避險基金（CTAs）損失也不遑多讓，最大損失報酬率亦約-9%（= 98/108-1）。

惟近日系統風險分散避險基金表現優於風險平價基金，圖 2-3 Panel C 顯示 CTAs 在 8 月 17 日股災前即已出脫股票，對股票曝險之迴歸係數由 0 降至-0.4，股災後逢低買回，股票曝險係數由-0.4 增至+0.3，故績效表現有所回升；反之，風險平價基金在股災前還加碼投資，股票曝險係數由+0.2 增至+0.3，股災後才減碼，故績效表現差。

圖 2-3、風險平價基金實際績效

Panel A. CTAs vs. Risk Parity Fund Performance (2013~2015 YTD)



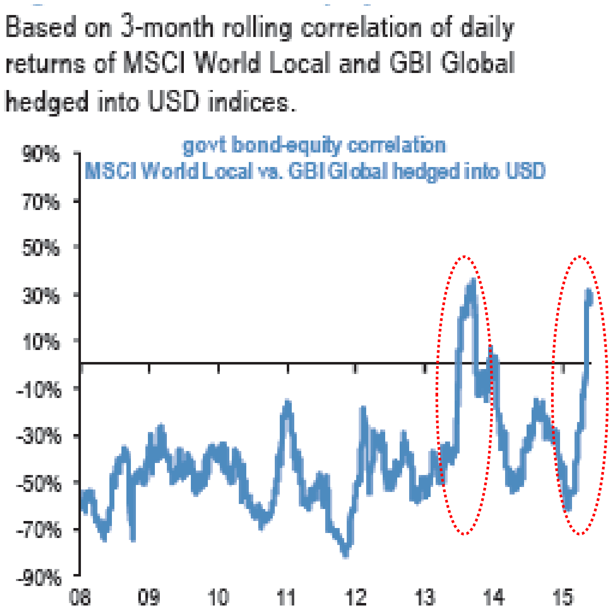
縱軸：Total Return Index

Risk Parity Fund Index：J.P. Morgan 用 17 支風險平價基金編製而成，每支基金權重最高不超過 25%，樣本指數之總管理資產規模（Asset Under Management，AUM）僅 120 億美元，不含 AUM 超過 1,000 億美元之大型基金。<JPZMBXRP Index>

CTAs：用 HFRX Systematic Diversified CTA Index 代替全體避險基金指數，全體避險基金之 AUM 約 2,000 億美元。<HFRXSDV Index>

Source: J.P. Morgan (04 Sep 2015), "Who has de-risk?" *Flows & Liquidity*

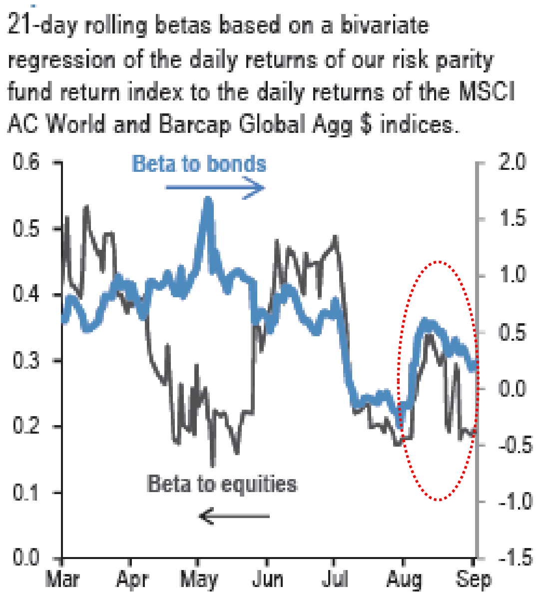
Panel B. Global Bond/Equity Correlation



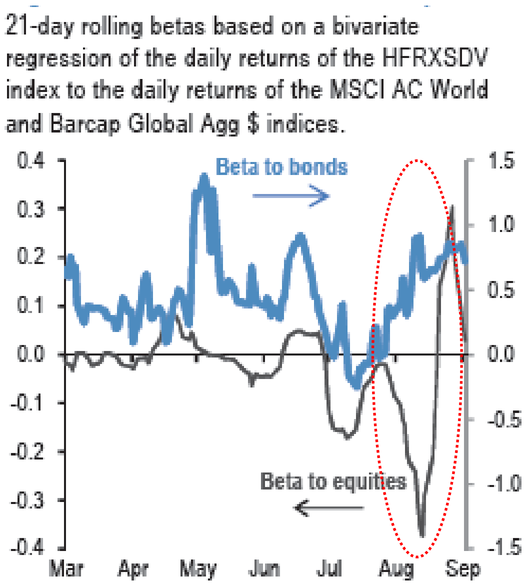
Source: J.P. Morgan (05 Jun 2015), "Are risk rarity funds more immune This time?"

Panel C. Funds' Beta to Bonds and Equities (2015 YTD)

Risk Parity Funds



CTAs



Source: J.P. Morgan (04 Sep 2015), "Who has de-risk?" *Flows & Liquidity*

第三章、 績效貢獻分析

事後分析績效貢獻來源（Performance Attribution），目的在於瞭解該策略獲利或損失的原因，有助於判斷未來應用時機以及注意事項。特別是槓桿投資組合，每期重新調整槓桿比率與配置權重的行為，背後所隱含的投資策略與未經槓桿者截然不同，不可不知。對無槓桿且只能買進（Unlevered long-only）的投資組合而言，重新調整權重隱含逆勢操作（contrarian）策略；反之，槓桿多空操作（Levered long-short）的投資組合，重新調整槓桿比率隱含順勢操作（trend-following）策略，舉例說明如下：

表 3-1、Unlevered Long-Only 投資組合隱含逆勢操作

	資產	A	B	合計
第一期	期初金額	$50	$50	$100
	期初權重	50%	50%	100%
	報酬率	**50%**	**0%**	
	期末金額	$75 [=50*(1+50%)]	$50 [=50*(1+0%)]	$125
	期末權重	60% [=75/125]	40% [=50/125]	100%
	調整金額	**-$12.5**	**+$12.5**	
	調整權重	**-10%** [=-12.5/125]	**+10%** [=+12.5/125]	
第二期	期初金額	$62.5	$62.5	$125
	期初權重	50%	50%	100%

亦即，賣出獲利的資產 A、買進損失的資產 B（sell winners、buy losers），以回復目標權重（50%：50%）。

表 3-2、Levered Long-Short 投資組合隱含順勢操作

Case 1	資產	A (risky)	B (riskless)	合計	槓桿比率
第一期	期初金額	$200	-$100	$100	
	期初權重	200%	-100%	100%	2
	報酬率	**50%**	**0%**		
	期末金額	$300 [=200*(1+50%)]	-$100 [=-100*(1+0%)]	$200	
	期末權重	150% [=300/200]	-50% [=-100/200]	100%	1.5
	調整金額	**+$100**	**-$100**		
	調整權重	**+50%** [=100/200]	**-50%** [=-100/200]		
第二期	期初金額	$400	-$200	$200	
	期初權重	200%	-100%	100%	2

Case 2	資產	A (risky)	B (riskless)	合計	槓桿比率
第一期	期初金額	$200	-$100	$100	
	期初權重	200%	-100%	100%	2
	報酬率	**-25%**	**0%**		
	期末金額	$150 [=200*(1-25%)]	-$100 [=-100*(1+0%)]	$50	
	期末權重	300% [=150/50]	-200% [=-100/50]	100%	3
	調整金額	**-$50**	**+$50**		
	調整權重	**-100%** [=-50/50]	**+100%** [=+50/50]		
第二期	期初金額	$100	-$50	$50	
	期初權重	200%	-100%	100%	2

買進獲利的資產、賣出損失的資產（buy winners、sell losers），以回復目標槓桿比率（2）。簡言之，當槓桿投資組合有：

（1）正報酬時，槓桿比率下降，需擴張槓桿，以回復目標槓桿比率；

（2）負報酬時，槓桿比率上升，需減少槓桿，以回復目標槓桿比率。

第一節、 績效貢獻拆解

一、 單期績效貢獻來源

投資組合風險會小於個別資產風險之加總，係因有風險分散效果，重新調整權重即在獲取風險分散報酬（diversification return），Willenbrock（2011）推導風險分散報酬如下：

$$
\begin{aligned}
r_d &= g_P - \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot g_i \\
&\approx \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N} w_i \cdot \sigma_i^2 - \sigma_P^2\right) \\
&\approx \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N} w_i \sigma_i^2 - \sum_{i,j=1}^{N} w_i \cdot w_j \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j\right) \qquad (3\text{-}1)
\end{aligned}
$$

其中，g_P 與 g_i 分別代表投資組合與個別資產的幾何平均報酬率，$\rho_{i,j}$ 為資產間的相關係數，其餘符號定義同前。為簡化起見，Qian（2012）假設投資組合只包含兩項資產，利用公式（3-1）延伸出下列情境分析：

（一）Long-Only 投資組合：第一項為風險性資產、另一項為現金

$$r_d = \frac{1}{2}(w_1 - w_1^2)\sigma_1^2 \qquad (3\text{-}2)$$

意涵：

1、若 $w_1 = 0$ 或 $w_1 = 1$，全為風險性資產或全為現金，則 $r_d = 0$。

2、若 $0 < w_1 < 1$，代表 Unlevered Long-Only 投資組合，則 $r_d > 0$。

3、若 $w_1 < 0$ 或 $w_1 > 1$，代表 Levered 投資組合，則 $r_d < 0$。

（二）Unlevered Long-Only 投資組合：含二項風險性資產

$$r_d = \frac{1}{2}\left(w_1\sigma_1^2 + w_2\sigma_2^2 - w_1^2\sigma_1^2 - w_2^2\sigma_2^2 - 2w_1w_2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\underbrace{(w_1 - w_1^2)\sigma_1^2 + (w_2 - w_2^2)\sigma_2^2}_{\text{Diversification returns for the 2 assets individually}} \underbrace{- 2w_1w_2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2}_{\text{Diversification return between the 2 assets}}\right] \tag{3-3}$$

r_d 必定 ＞0，證明詳見 Box 1。

意涵：當 $\rho_{1,2}$ = -1 時，r_d 最大；當 $\rho_{1,2}$ = +1 時，r_d 最小。

換言之，<u>若兩風險性資產越負相關，投資組合風險分散報酬越大</u>。

Box 1. Unlevered Long-Only 投資組合之風險分散報酬 $r_d > 0$

根據公式(3-3)，當 $\rho_{1,2} = +1$ 時，r_d 為最小值，故

$$r_d \geq \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N} w_i\sigma_i^2 - \sum_{i,j=1}^{N} w_iw_j\sigma_i\sigma_j\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\sum_{i=1}^{N} w_i\sigma_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} w_i\sigma_i\right)^2\right] \tag{B1.1}$$

利用 Cauchy-Schwarz 不等式：

$$\sum_{i=1}^{N} a_ib_i \leq \left(\sum_{i=1}^{N} a_i^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{i=1}^{N} b_i^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{B1.2}$$

令$a_i = \sqrt{w_i}$，$b_i = \sqrt{w_i}\sigma_i$，故(B1.2)變成

$$\sum_{i=1}^{N} w_i\sigma_i \leq \left(\sum_{i=1}^{N} w_i\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum_{i=1}^{N} w_i\sigma_i^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{B1.3}$$

將(B1.3)不等式兩邊平方，又權重和 $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$，故

$$\left(\sum_{i=1}^{N} w_i\sigma_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{N} w_i\sigma_i^2\right)$$

代入(B1.1)，得證 $r_d > 0$。

資料來源：Qian（2012）

（三）Levered Long-Only 投資組合：含二項風險性資產

設風險性資產權重和為 $\sum_{i=1}^{N} w_i = L$，L > 1 代表借入現金（L–1）來放大風險性資產投資金額。

將風險性資產權重和調校（rescale）為 $\sum_{i=1}^{N} w_i^s = \sum_{i=1}^{N} w_i / L = 1$，則$\sum_{i=1}^{N} w_i = L \cdot \sum_{i=1}^{N} w_i^s$，再利用公式(3-1)類比得出風險分散報酬：

$$r_d = \frac{1}{2}\left(L \cdot \sum_{i=1}^{N} w_i^s \sigma_i^2 - L^2 \cdot \sum_{i,j=1}^{N} w_i^s \cdot w_j^s \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j\right) \tag{3-4}$$

$$= L \cdot \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N} w_i^s \sigma_i^2 - \sum_{i,j=1}^{N} w_i^s \cdot w_j^s \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j\right)$$

$$+ \frac{1}{2}(L - L^2) \sum_{i,j=1}^{N} w_i^s \cdot w_j^s \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \tag{3-5}$$

$$= L \cdot r_d^s + \frac{1}{2}(L - L^2) \cdot \sigma_{i,j}^s \tag{3-6}$$

（3-6）式中，r_d^s為調校後 Unlevered Long-Only 投資組合的風險分散報酬，其值必 > 0； $\sigma_{i,j}^s$為調校後投資組合的共變異數。

意涵：

1、當 $L = 1$ 現金全部投資於風險性資產時，$r_d = r_d^s$。

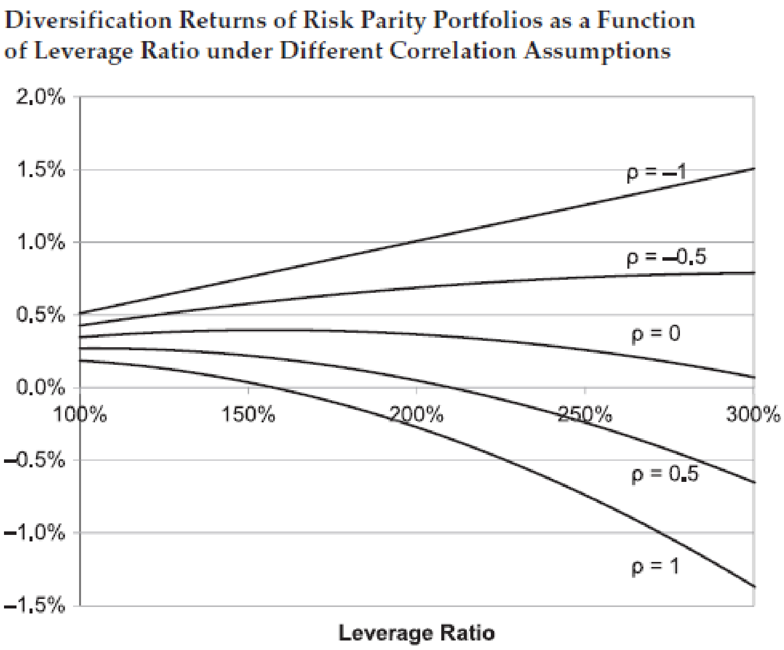
2、當 $L < 1$ 未充分投資時，$r_d = (+) + (+) > 0$，此時投資組合包含 N 項風險性資產與一項無風險性資產。

3、當 $L > 1$ 槓桿投資時，$r_d = (+) + (–)$，可能大於、等於或小於 0，視 L 與$\sigma_{i,j}^s$之大小而定；應用於 Levered Risk Parity 投資組合時，意涵如下：

(1) 當兩風險性資產越負相關，風險分散報酬越大。

(2) 當兩資產相關性 $\rho_{1,2} > 0$ 時，若 L 太大，則 r_d 很可能 < 0，故應用時須確保槓桿程度不致大到使風險分散報酬變成負值。圖 3-1 顯示風險分散報酬與資產相關性、槓桿程度之關係，一般來說，在槓桿比率不超過 150%水準下，即使兩風險性資產相關係數高達+1，風險分散報酬也不致變成負值。

圖 3-1、風險分散報酬與資產相關性、槓桿程度之關係



資料來源：Qian（2012）

小結：若以風險分散報酬來衡量績效，則績效貢獻受資產相關性與槓桿程度影響。資產間越負相關，績效越佳，且拉高槓桿比率可放大績效；反之，資產間越正相關，績效越差，且高槓桿比率可能使績效為負。

二、 多期績效貢獻來源

表 3-3 整理 Anderson *et. al*（2014）之槓桿投資組合績效貢獻拆解（詳細推導見 Box 2）：

槓桿投資組合報酬率＝原始投資組合報酬率＋槓桿超額報酬率

＋共變數修正項－交易與融資成本－複利與變異數修正項

表 3-4 列示槓桿風險平價組合之模擬績效表現，60/40 為股債平衡組合，Risk Parity 為原始投資組合；$UVT_{60/40}$（Unconditional Volatility Targeting）為將原始投資組合風險（4.20%）拉高到與 60/40 投資組合風險（11.58%）約當水準的槓桿組合；$FLT_{60/40,\lambda}$（Fixed Leverage Target）為將原始投資組合槓桿比率固定等於 $UVT_{60/40}$ 平均槓桿水準（3.66）的槓桿組合。至於 $UVT_{60/40}$ 幾何平均年化報酬率（6.37%）與原始投資組合報酬率（5.75%）之差異來源，參見表 3-3。

績效貢獻中最值得注意的成分是共變數修正項，令槓桿比率 $\lambda = Volatility\,Target/Volatility\ of\ source\,portfolio$，槓桿操作有數種變化，例如：（1）$UVT_{60/40}$ 策略，因每個月 60/40 組合之波動度會改變，亦即波動率目標值會改變$\widetilde{VT}$，為了使原始投資組合波動率達到目標值，每個月槓桿比率亦會變化，隱含動態槓桿比率$\tilde{\lambda}$；（2）即使採用固定波動率目標值 $\overline{VT}$，由於每個月原始投資組合波動率會改變，仍然隱含動態槓桿比率$\tilde{\lambda}$；或者（3）採固定槓桿比率$\bar{\lambda}$，則槓桿組合之風險水準與原始投資組合波動率

成固定倍數。Anderson *et al.*（2014）模擬數種槓桿操作，結果發現不論採何種動態槓桿比率策略，在長達 84 年（1929~2012）的歷史期間，共變數修正項為負值，約-0.64% ~ -4.23%（p.a），績效貢獻為負；另一方面，若採固定槓桿比率，則根據其定義共變數修正項為零，無績效貢獻。

表 3-3、槓桿投資組合績效貢獻拆解

貢獻來源	公式	p.a%
原始報酬率 (source return)	$E(r^S)$	**5.75**
＋槓桿超額報酬率 (levered excess return)	$E(\lambda-1)E(r^S-r^b)$	3.97
＝放大報酬率 (magnified source return)	$E(r^S)+E(\lambda-1)E(r^S-r^b)$	**9.72**
＋共變數修正項 (covariance correction)	$cov(\lambda,r^S-r^b)$	-1.84
－交易與融資成本 (total costs)	$[E(r^{TCS})+E(r^{TCL})]$	-1.03
＝算術槓桿報酬率 (arithmetic return)	$E(r^L)$	**6.85**
－複利與變異數修正項 (variance drag)	$[1+E(r^L)]e^{-var(r^L)/2}$	-0.48
＝幾何槓桿報酬率 (geometric return)	$G(r^L)\sim[1+E(r^L)]e^{-var(r^L)/2}-1$	**6.37**

資料來源：Anderson *et al.* (2014), Exhibit 1 and Table 3

表 3-4、槓桿風險平價組合模擬績效表現（1929~2012）

投資組合	幾何平均報酬率(p.a)	算術平均報酬率(p.a)	平均槓桿比率	算術超額報酬率(p.a)	波動率(p.a)	Sharpe Ratio
60/40	7.77%	8.18%	1.00	4.69%	11.58%	0.40
Risk Parity	**5.75%**	5.68%	1.00	2.20%	4.20%	0.52
$UVT_{60/40}$	**6.37%**	6.85%	3.66	3.37%	11.54%	0.29
$FLT_{60/40,\lambda}$	8.29%	9.19%	3.69	5.70%	15.53%	0.37

資料來源：Anderson *et al.* (2014), Table 2 and Table 7

Box 2. 槓桿投資組合年化報酬率推導

自有資金＝槓桿投資－借入資金

$$L = \lambda \cdot L - (\lambda - 1) \cdot L$$

槓桿組合報酬率＝原始組合報酬率－借入成本

$$r^L = \lambda \cdot r^S - (\lambda - 1) \cdot r^b \tag{B2.1}$$

$$r^L = r^S + (\lambda - 1)(r^S - r^b) \tag{B2.2}$$

槓桿投資組合（算術平均年化）報酬率：

$$E(r^L) = E(r^S) + E[(\lambda - 1)(r^S - r^b)] \tag{B2.3}$$

$$= \underbrace{E(r^S) + E(\lambda - 1)E(r^S - r^b)}_{\text{Magnified source return}} + \underbrace{cov(\lambda, r^S - r^b)}_{\text{Covariance correction}} - \underbrace{[E(r^{TCS}) + E(r^{TCL})]}_{\text{Costs from source and leverage turnover}}$$

槓桿投資組合（幾何平均年化）報酬率：

$$\mathrm{G}(r^L) = \left[\prod_{t=0}^{T-1}(1 + r_t^L)\right]^{1/T} - 1$$

$$\sim \underbrace{[1 + E(r^L)]}_{\text{複利效果}} \cdot \underbrace{e^{-\frac{var(r^L)}{2}}}_{\text{Variance correction}} - 1 \tag{B2.4}$$

槓桿投資組合超額報酬率：

$$r^L - r^b = \lambda(r^S - r^b) \tag{B2.5}$$

槓桿投資組合之 Sharpe Ratio（設融資利率 r^b =無風險利率 r^f，固定波動率目標值$\bar{V}$）：

$$\frac{E(r^L - r^f)}{\bar{V}} = \frac{E[\lambda(r^S - r^f)]}{\bar{V}}$$

$$= \frac{E\left[\left(\frac{\bar{V}}{Volatility\ of\ source}\right)(r^S - r^f)\right]}{\bar{V}} = E\left(\frac{r^S - r^f}{Volatility\ of\ source}\right)$$

$$= E(r^S - r^f)E\left(\frac{1}{Volatility\ of\ source}\right) + cov\left(r^S - r^f,\ \frac{1}{Volatility\ of\ source}\right) \tag{B2.6}$$

另可透過共變數修正項在 Sharpe Ratio 關係式中的角色（詳見 Box 2），來事前判斷槓桿使用時機以及注意事項：

$$\text{Sharpe Ratio} = E(r^S - r^f)E\left(\frac{1}{Volatility\ of\ source}\right) + cov\left(r^S - r^f,\ \ \frac{1}{Volatility\ of\ source}\right)$$

<u>若預期未來投資情境如下，皆不宜採用</u>：

1、<u>無風險利率或融資利率走高、原始投資組合報酬率下降</u>，

2、<u>原始投資組合報酬率波動度提高</u>，

3、<u>上述兩情境同時發生</u>。

第二節、 應用注意事項

綜合前述績效貢獻分析，可歸納風險平價策略遜於其他策略之情境如下（參見圖 3-2）：

一、 利率與資產報酬率走勢

無風險利率上升，使債券報酬率跌幅大於股票報酬率跌幅；反之，無風險利率下降，但債券報酬率漲幅小於股票報酬率漲幅，則風險平價策略不如 60/40 策略。

二、 資產波動度變化

債券波動度變化幅度小於股票波動度變化幅度，使得債券配置比重未及時下降，但股票配置比重下降，此時若逢債券價格下跌與股價走升，則風險平價策略未能受惠，表現不如 60/40 策略。

三、 資產相關性變化

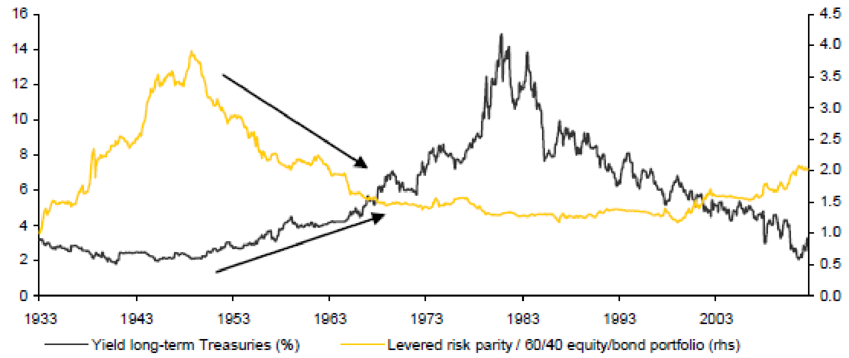
無風險利率上升，使股、債報酬率同時下降甚或低於無風險利率，則相關性上升與高槓桿比率會加重風險平價策略損失，此時現金為王。

四、 槓桿操作帶來其他風險

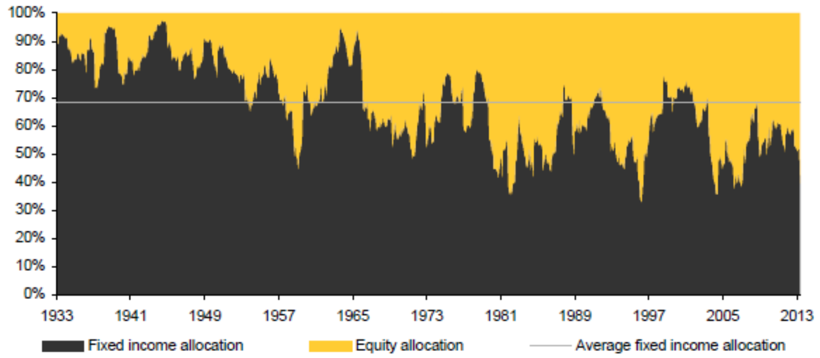
雖然管理了市場風險，卻衍生出其他風險，諸如：融資對手信用風險、融資流動性枯竭風險、資產市場流動性凍結致無法及時變現等風險，使得槓桿操作不如 Long-only 策略。

圖 3-2、不利風險平價策略之歷史情境

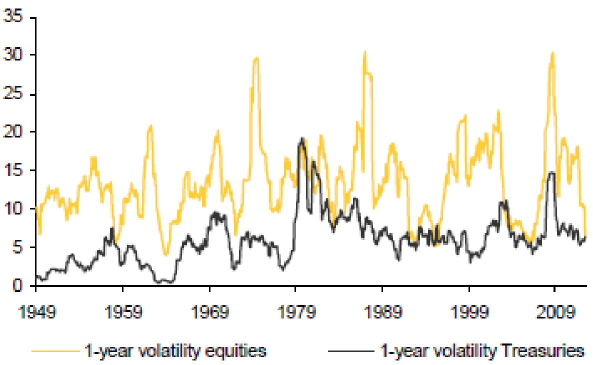
利率走勢及 Levered RP v.s 60/40 策略績效表現

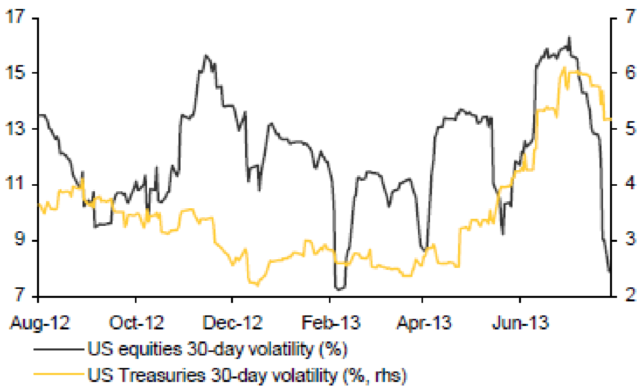


股、債配置權重



股、債波動度





一、利率走勢

1949~1982 殖利率上升，債券報酬率下降，但債券配置權重相對較高，故 RP 不如 60/40 策略。

1989~2013/06 殖利率下降，債券報酬率上升，但債券配置權重相對較低，RP 不如 60/40 策略。

二、資產波動度

1981~1988 債券波動度處於歷史高點，債券配置權重相對較低，但債券殖利率大幅下降，RP 未享受到債券報酬率上升的甜果。

三、資產相關性

2013/06 以來股、債波動度同時加大，相關性上升，高槓桿比率加重 RP 損失。

資料來源：
Commerzbank
(28/Aug/2013)

第四章、 心得與建議

不論是資產配置或風險配置，業界提出的眾多策略，如 MVO、Mean-VaR、Mean-CVaR、Equal Weight、60/40、Risk Parity、Risk Factor Allocation 等，目的皆是企圖藉由偏離市值權重指標（benchmark）來打敗指標。

風險配置法雖強調配置前不需預期資產報酬率，只需注重資產的波動度與相關性，但回顧歷史資料模擬與實際基金表現，並拆解績效貢獻分析顯示，任何策略之勝出仍需依賴經理人事前對未來投資環境的判斷，即使 Black-Litterman（1992）所謂的「no view」本身也是一種 view。

過去十年風險平價策略受惠於利率走低，尤其在全球金融風暴後，猶能保持風險分散，配置較高的權重於債券，故績效表現優於 60/40 Long-only 策略。惟在 Fed 低利率政策已 7 年之久，三輪資產購買計畫造成美國公債市場深度大幅減少，股市又深受國內外經濟金融情勢牽動的高度敏感時刻，任何有關升息的訊息恐再度引發債市波動度提高，與股債恐慌性賣壓、相關性驟升的情況，另利率走高不利於槓桿操作，如市場與融資流動性枯竭、融資與交易成本上升等。種種跡象判斷，未來似乎不是一個有利於槓桿風險平價策略的環境。

最後附帶一提，目前的風險平價技術仍是「parity among asset classes」，而非「parity among risk factors」，後者實務應用尚有難度，值得後續觀察。

参考文獻

Ardia, D. and Boudt, K. (Summer 2015). "Implied expected returns and the choice of a mean-variance efficient portfolio proxy." *The Journal of Portfolio Management* 41 (4), 68-81.

Anderson, R. M., Bianchi, S. W. and Goldberg, L. R. (Nov/Dec 2012). "Will my risk parity strategy outperform?" *Financial Analysts Journal* 68 (6), 75-93.

Anderson, R. M., Bianchi, S. W. and Goldberg, L. R. (Sep/Oct 2014). "Determinants of levered portfolio performance" *Financial Analysts Journal* 70 (5), 53-72.

Asness, C. S., Frazzini, A. and Pedersen, L. H. (Jan/Feb 2012). "Leverage aversion and risk parity." *Financial Analysts Journal* 68 (1), 47-59.

Black, F. and Litterman, R. (Sep/Oct 1992). "Global portfolio optimization." *Financial Analysts Journal* 48 (5), 28-43.

Bodnar G. M. and Smithson, C. (Feb 2001). "Risk Allocation." *Risk*.

Bridgewater (3Q 2012). "All weather strategy." Bridgewater Associates.

Bruder, B. and Roncalli, T. (Mar 2012). "Managing risk exposures using the risk budgeting approach." Lyxor Asset Management, Paris.

Callan Investments Institute (Feb 2010). "The risk parity approach to asset allocation." Callan Associates.

Chaves, D., Hsu, J., Li, F. and Shakernia, O. (Spring 2011). "Risk parity portfolio vs. other asset allocation heuristic portfolios." *The Journal of Investing* 20 (1), 108-118.

Commerzbank (28/Aug/2013). "Risk parity - A decaying fad, not the new Holy Grail of asset allocation." *Cross Asset Feature*, Cross Asset Strategy.

DeMiguel, V., Garlappi, L. and Uppal, R. (2009). "Optimal versus naïve diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?" *The Review of Financial Studies* 22 (5), 1915-1953.

Farley, D. (Apr 2009). "Risk parity: A new way of viewing asset allocation." *SSgA Capital Insights*, State Street Global Advisors, Boston.

Frazzini, A. and Pedersen, L. H. (Oct 2011). "Betting against beta." AQR Capital Management.

Goldman Sachs Asset Management (Spring 2012). “Hedge funds and liquidity risk.” *AIMS Perspectives* 2 (2), 60-63.

Goldman Sachs Asset Management (Autumn 2012). “Hedge funds and leverage risk.” *AIMS Perspectives* 2 (3), 58-61.

J.P. Morgan (05/Jun/2015). “Are risk parity funds more immune this time?” *Flows & Liquidity*, Global Asset Allocation.

J.P. Morgan (04/Sep/2015). “Who has de-risked?” *Flows & Liquidity*, Global Asset Allocation.

Maillard, S., Roncalli, T. and Teiletche, J. (Summer 2010). “The properties of equally weighted risk contribution portfolios.” *The Journal of Portfolio Management*, 60-70.

Rappoport, P. (2012). “Improving on risk parity: Hedging forecast uncertainty.” J.P. Morgan Asset Management.

Qian, E. (Summer 2012). “Diversification return and leveraged portfolios.” *The Journal of Portfolio Management* 38 (4), 14-25.

Qian, E. (Fall 2013). “Are risk-parity managers at risk parity?” *The Journal of Portfolio Management* 40 (1), 20-26.

Willenbrock, S. (2011). “Diversification return, portfolio rebalancing, and the commodity return puzzle.” *Financial Analysts Journal* 67 (4), 42-49.