

出國報告（出國類別：國際會議）

出席伽洛瓦群及布勞爾群會議
Galois Groups and Brauer Groups
Conference

服務機關：中興大學應用數學系

姓名職稱：郭容妙 助理教授

派赴國家：以色列

出國期間：102 年 1 月 5 日至 13 日

報告日期：102 年 1 月 21 日

摘要

Galois 群 (groups) 及 Brauer 群 (groups) 會議是由以色列理工學院 (Technion-Israel Institute of Technology) 數學系所主辦的會議，時間為 2013 年 1 月 6-11 日，地點即在以色列海法市(Haifa)以色列理工學院的校園內。此會議亦特別對 Jack Sonn 教授的退休給予榮譽，因此會議主題著重在 Jack Sonn 教授的研究興趣，即代數數論(Algebraic number theory)，Galois theory 與體之布勞爾群(Brauer groups of fields)。本人此次為受邀講者，演講標題為「橢圓曲線之循環撓曲(On cyclic twists of elliptic curves)」。會議期間除了聆聽演講，了解各個演講者在研究上的最新突破，亦與與會者進行交流，討論彼此的研究發展，獲益良多。

目 次

一、 目的	-----	4
二、 過程	-----	5
三、 心得及建議	-----	10
四、 附錄	-----	11

一、目的：

Galois 群(groups)及Brauer 群(groups)會議是由以色列理工學院(Technion-Israel Institute of Technology)數學系所主辦的會議，特別對 Jack Sonn教授的退休給予榮譽。時間為2013年1月6-11日，地點即在以色列海法市(Haifa)以色列理工學院(Technion)的校園內。會議主題圍繞著Jack Sonn 教授的研究興趣，即代數數論(Algebraic number theory)，Galois theory與體之布勞爾群(Brauer groups of fields)，主要是聚焦於Galois擴張(extensions)以及局部和大域體(local and global fields)上的Galois群(groups)，通用擴張(generic extensions)以及通用多項式(generic polynomials)，體的算數(arithmetic of fields)，profinite 群(groups)，布勞爾群(Brauer groups)，Galois 餘調(cohomology)，可除代數(division algebras)等相關主題。本人此次為受邀講者，演講標題為「橢圓曲線之循環撓曲(On cyclic twists of elliptic curves)」。這次的會議聚集了許多相關領域中的國際著名專家學者，如 Louis Rowen，David Saltman，Murray Schacher，Lance Small 及 Jean-Pierre Tignol 等。藉由參與此會議，能與此領域之學者交流切磋，乃意義重大。

二、過程：

1 月 5 日

桃園國際機場搭乘 8:10pm Thai Airway 635 班機飛往泰國轉機，11:05pm 抵達泰國曼谷國際機場(BKK)，再於次日搭乘 12:20am El Al 82 班機飛往以色列特拉維夫市(Tel Aviv)。

1 月 6 日

以色列當地時間 6:50am 抵達特拉維夫 Ben Gurion 國際機場(TLV)。轉搭巴士 (shuttle) 至以色列理工學院(Technion) 參加會議。會議第一天，參與的演講、活動依序如下。

- 09:30 - 10:15 演講者：David Saltman
 講題：Finite u-invariant and bounds on cohomology symbol length
(因交通因素，錯過此演講)
- 10:30 - 11:15 演講者：Louis Rowen
 講題：Valuations of polynomials in central simple algebras
- 11:45 - 12:30 演講者：Murray Schacher
 講題：Zero divisors in tensor products of division rings
- 14:30 - 15:15 演講者：Lance Small
 講題：Infinite Dimensional Division Algebras
- 15:25 - 16:10 演講者：Adrian Wadsworth
 講題：Value functions and valuation rings for central simple algebras
- 16:40 - 17:25 演講者：Lior Bary-Soroker
 講題：Number theory over a finite field with q elements, in the limit q tends to infinity
- 17:30 - 18:00 演講者：Ehud Meir
 講題：On orders of finite dimensional semisimple Hopf algebras
- 18:00 小酒會

會議第一天令人感到格外興奮！雖然因交通因素導致抵達會場時已錯過第一場演講，但也趁休息時間，趕緊會見籌辦委員之一的 Eli Aljadeff，對能再度拜訪以色列理工學院表示開心。另外，也很高興見到我的合作者 Jean-Pierre Tignol 及 Adam Chapman，老朋友 Eli Matzri，以及良師益友 Daniel Krashen 及 Adrian Wadsworth。

第一天的演講中，我特別喜歡 Murray Schacher 的演講，他討論了由 Rowen 跟 Saltman 所建造的一個可除環(division rings)的張量積(tensor product)裡有零因子(zero divisor)存在的例子，手法是使用了餘調(cohomology)和橢圓曲線的理論(the theory of elliptic curves)。一天的演講過後，主辦單位很貼心地舉辦了小酒會，期間我與 Eli Matzri 及 Daniel Krashen 彼此交流近況，相談甚歡。

1 月 7 日

參與的演講、活動依序如下。

- | | |
|---------------|--|
| 09:30 - 10:15 | 演講者；Moshe Jarden
講題；Model completeness of PAC fields |
| 10:30 - 11:15 | 演講者；Pierre Debes
講題；From geometry to arithmetic in inverse Galois theory |
| 11:45 - 12:30 | 演講者；Timo Hanke
講題；Density calculations in the Brauer group of a global field |
| 14:30 - 15:15 | 演講者；Arne Ledet
講題；Quaternion groups as Galois groups |
| 15:25 - 16:10 | 演講者；Jean-Pierre Tignol
講題；Valuation theory for algebras with involution (Colloquium Talk) |
| 16:40 - 17:25 | 演講者；Daniel Krashen
講題；Bounding the symbol length in Galois cohomology |
| 17:30 - 18:00 | 演講者；Mauricio Ferreira
講題；Value functions and Dubrovin valuation rings on simple algebras |
| 19:00 | 會議宴席 |

第二天的眾多演講中，Jean-Pierre Tignol 的演講沉穩、不急不徐，大師風範令人印象深刻。他的演講主要是呈現他與 Adrian Wadsworth 的最新合作結果，其中特別的是他們證明了在 Henselian 體(fields)上，帶有各向異性對合(anisotropic involution)的中心單純代數(central simple algebras)會帶有一種特別形式的值函數(value function)，突破了一般賦值(valuation)無法定義在帶有零因子(zero divisors)的中心單純代數(central simple algebras)的困境。

會議第二天的晚上，主辦單位特別選在一個展覽館舉辦晚宴，別具巧思。當晚氣氛輕鬆溫馨，幾位長年與 Jack Sonn 的合作者暨朋友紛紛致詞，Jack Sonn 本人也展現幽默風趣的一面。

1 月 8 日

參與的演講依序如下。

- 09:30 - 10:15 演講者；Heinrich Matzat
講題；Frobenius Modules and Field Restriction
- 10:30 - 11:15 演講者；Andy Magid
講題；Some inverse Galois problems in Differential Galois Theory
- 11:45 - 12:30 演講者；Cristian Popescu
講題；The arithmetic of special values
- 14:30 - 15:15 演講者；Leila Schneps
講題；Grothendieck-Teichmüller theory and the inverse Galois problem
- 15:25 - 16:10 演講者；Nuria Vila
講題；On the tame inverse Galois problem
- 16:40 - 17:25 演講者；Dan Haran
講題；Uniform patching via Wiener algebras
- 17:30 - 18:00 演講者；Leonid Stern
講題；On the distribution of norm groups of algebraic number fields

會議第三天很可惜沒有特別令人印象深刻的演講。但是與 Adrian Wadsworth 討論近期的研究問題，得到許多建議，對我的研究發展有很大的幫助。當天晚上與 Daniel Krashen, Cristian Popescu, Mauricio Ferrira, Claudio Quadrelli 和 Adam Chapman 共進晚餐，席間我們討論了一些數學問題，在餐巾紙上寫下了一些計算過程，相當有趣。

1 月 9 日

參與的演講、活動依序如下。

- 09:00 - 09:45 演講者；Jack Sonn
講題；Upper and lower bounds of sequences of the form $\text{GCD}(a^{n-1}, b^{n-1})$ and a generalization
- 10:00 - 10:45 演講者；Juan Cuadra
講題；On the Brauer group of Sweedler Hopf algebra
- 11:05 - 11:50 演講者；Cesar Polcino-Milies
講題；Finite group algebras and coding theory
- 12:30 - 19:00 Excursion to Akko

這一天只有早上的演講，主辦單位準備了簡單的三明治當作午餐，之後我們便出發前往古城 Akko 參觀。

1 月 10 日

參與的演講、活動依序如下。

- 09:30 - 10:15 演講者；Alex Lubotzky
講題；The Galois group of random elements of linear groups
- 10:30 - 11:15 演講者；Hershy Kisilevsky
講題；Chebotarev sets
- 11:45 - 12:15 演講者；Eli Matzri
講題；Symbol length over C_n fields
- 14:30 - 15:15 演講者；Ido Efrat
講題；On the Zassenhaus filtration of a profinite group
- 15:25 - 16:10 演講者；Gunter Malle
講題；Structure constants and applications
(休息時間大合照)
- 16:40 - 17:25 演講者；Avinoam Mann
講題；Adequate field extensions and Frattini subgroups
(因耶路撒冷下大雪，演講者無法前來，故此演講取消)
- 17:30 - 18:00 演講者；Jung-Miao Kuo
講題；On cyclic twists of elliptic curves

我的演講在這一天的最後一場，主要是討論橢圓曲線(elliptic curve)的循環撓曲(cyclic twists)。Lichtenbaum 證明了如果一橢圓曲線(elliptic curve)之主齊性空間(principal homogeneous space)的週期(period)等於其指標(index)，那麼其函數體(function field)對基體(base field)的相對布勞爾群(relative Brauer group)可被此橢圓曲線(elliptic curve)的有理點(rational points)所參數化(parametrization)。然而，他的參數函數很難應用於計算上。近期，Ciperiani 和 Krashen 的研究結果顯示，當主齊性空間(principal homogeneous space)為橢圓曲線(elliptic curve)的循環撓曲(cyclic twists)時，那麼可用杯積(cup product)描繪出此參數化。我的研究成果即是決定了橢圓曲線(elliptic curve)的三循環撓曲(3-cyclic twists)，並應用 Ciperiani和 Krashen的上述結果，具體描繪出某些三次曲線(cubic curves)之函數體(function field)對基體(base field)的相對布勞爾群(relative Brauer group)。幾位國外學者，包括 Murray Schacher，Lance Small，Adrian Wadsworth 及 Hershy Kisilevsky，在聽完我的演講後，提出一些問題及建議，實屬難得。

1 月 11 日

會議最後一天。參與的演講依序如下。

- 09:30 - 10:00 演講者；Claudio Quadrelli
 講題；Rigid fields, small powerful Galois groups and
 Bloch-Kato pro-p groups
- 10:10 - 10:40 演講者；Uriya First
 講題；Non-Classical Bilinear Forms: Two Applications
- 10:50 - 11:20 演講者；Danny Neftin
 講題；Galois groups of tamely ramified subfields of
 division algebras

會議最後一天，只有上午的三場演講，最後一場是由籌辦委員之一的 Danny Neftin 主講，他是 Jack Sonn 之前所指導的博士生，為會議的主要聯絡人。在他的演講結束後，大家以熱烈掌聲感謝他對此會議的付出，為整個會議畫下完美的句點。

1 月 12 日

搭乘下午 9:00pm El Al 75班機飛往香港轉機。於次日 1:55pm 抵達香港國際機場(HKG)。

1 月 13 日

於香港國際機場(HKG)，搭乘 3:15pm Cathay Pacific 510 班機飛回臺灣。晚上 9:50 抵達桃園國際機場。

三、心得及建議：

這次會議中，我的演講是安排在第五天的最後一場，為了充實此演講內容，我特別製作了 beamer talk，去除了因手寫而可能產生的時間緊迫性。不僅如此，與會前我反覆練習多次，當天便順利地完成演講。幾位國外學者，包括 Murray Schacher，Lance Small，Adrian Wadsworth 及 Hershy Kisilevsky，在聽完我的演講後，提出一些問題及建議，實屬難得。

參與會議期間，我聆聽了許多演講，試著了解各個演講者在研究上的最新突破，獲益頗多。此外，我會見了之前在美國及以色列認識的學者，我們彼此交流近況，且討論近期的研究發展，從中我獲取了許多寶貴的建議，對我的研究發展有很大的幫助，乃不虛此行。

由於會議的後半段期間是大部分美國學校的開學第一週，也是美國 AMS & MAA Joint Mathematics Meeting 的會議期間，導致許多專家學者需提早離開或無法與會，著實可惜。對於國內舉辦研討會或國際會議，建議需注意會議日期的選擇，以避免類似情況發生。最後，我由衷地感謝學校能補助我出席此會議。

四、附錄：

部分與會人員大合照：

(會議期間並無拍攝其他照片，故無法提供會議實地活動照片。)

