

行政院及所屬各機關出國報告

(出國類別：其他)

「2012 Nomura 31st Central Bankers Seminar」

心得報告

公債附買回利率

服務機關：中央銀行

姓名：丘至平(外匯局調度科/四專)

出國地區：日本東京、京都

出國期間：民國 101 年 4 月 15 日至 21 日

報告日期：民國 101 年 7 月 16 日

公債附買回利率

目錄	頁次
壹、前言	3
貳、債券遠期價格之決定	4
參、公債期貨隱含附買回利率	9
肆、以 Carry 及 Rolldown 衡量債券持有收益	12
伍、結語	15
陸、參考資料	16

壹、前言

附買回交易 (Repurchase Agreement, 簡稱 Repo 或 RP) 係指賣方於期初將某證券出售予另一方, 並約定於特定期間後以約定價格買回該證券。

買回價格通常高於賣出價格, 其所代表的利差即是附買回利率 (Repo Rate)。附賣回交易 (Reverse Repo) 則與 Repo 相反。附買回/附賣回交易可視為資金的借貸, 其利率除是借貸之價格, 並為遠期/期貨價格的訂價因子。

另一方面, 假設殖利率曲線不變, 以公債之淨收益 (Carry) — 應計利息及再投資收入扣除融資成本 (Repo Rate) — 搭配該債券於相同期間下, 期初與期末的殖利率差異 (Rolldown), 可用於評估公債之持有收益及作為篩選不同期別投資標的的依據。

貳、債券遠期價格之決定

如同其它遠期價格之決定，債券遠期價格亦受持有期間的成本及收益影響，公式如下：

$$P^f = P(1+rt) - C \quad (\text{公式一})$$

其中 P^f ：債券遠期價格

P ：債券現貨價格

r ：債券持有期間 t 之附買回利率 (Repo Rate)

C ：債券持有期間之收益 (包括利息及再投資收益)，即 Running Yield。

該理論價格使得套利機會無法長期存在，否則便可藉由同時的買賣獲取無風險利潤。

假設某息票利率 8% 公債才付完最近一期利息，市價為 100 元，且該債券 3 個月期附買回利率為 2% (per annum)。依上述公式，該公債 3 個月後價格應為 98.5 元 $\{100 \times (1+0.5\%) - 100 \times 2\%$ ，否則便存在套利機會。若目前市

場上該債券 3 個月後的價格為 99 元，投資人可經由下列步驟獲利。

期初：

1. 支付 100 元購買該債券
2. 以 99 元的遠期價格出售之
3. 以 2% 的附買回利率借得 100 元支付購券支出
4. 期初淨現金流量為零

期末(3 個月後)：

1. 以約定價格出售債券之收入：99 元(未含息價)
2. 債券應收利息：2 元(99+2 為含息價)
3. 償還融資之本金及利息：100.5 元

獲利：0.5 元(99+2-100.5)

反之，若該債券 3 個月後的價格為 98 元，投資人採取之步驟如下(假設資金借貸利率相同)。

期初：

1. 出售債券，取得 100 元
2. 以 98 元的遠期價格買進該債券
3. 以 2% 利率出借出售債券取得之資金
4. 期初淨現金流量為零

期末(3 個月後)：

1. 以約定價格買入債券：98 元
2. 購買債券之應計利息：2 元
3. 取回出借之本金及利息收入：100.5 元

獲利：0.5 元(100.5-98-2)

上述二個例子可知，經由套利結果，該債券之遠期價格將維持在 98.5 元。

圖 1 利用 Bloomberg FPA 功能計算債券遠期價格。輸入下列欄位可求得遠期價格(Forward Price)、遠期價格調整金額(Price Drop)及遠期殖利率(Forward Yield)：交割價格

(Settlement Price)、附買回利率(Repo Rate)、附買回交易到期日或遠期交割日(Termination Date)。最下方之殖利率變動數(Yield Drop)欄位亦可視為該債券的 Carry(以殖利率衡量，負值表示持有收益大於融資成本)。

圖 1. Bloomberg-Forward Pricing Analysis

Trade Information		Profit/Loss Analysis		Invoice Payment	
Settlement Date	07/16/12	Spread		Settlement	1,027,479.62
Settlement Price	102-14+	Net Profit/Loss		Termination	1,028,188.58
Settlement Yield	1.481	Forward Price	102.086521 102-02 ³ / ₄	Net Change	708.96
Repo Rate (ACT/360)	0.27%	Price Drop	0.366604 0-11 ³ / ₄		
Face Amount	1000	Forward Yield	Street 1.515		
Termination Date	10/16/12	Yield Drop	-3.4293 bp		
B/E Repo Rate	0.27000	Notes			

又公式一可改寫如下：

$$P^f = P(1+t(r-c)) \quad (\text{公式二})$$

c 為債券持有期間之收益率

因此，債券遠期價格主要係由 $r-c$ 所決定。如果持有期間之收益高於融資成本，即 $r-c > 0$ ，則有 Positive Carry，反

之為 Negative Carry。當 Carry 為正時，遠期價格低於即期價格；若為負，遠期價格會高於即期價格。

Carry 的變化也與殖利率曲線有關。於正斜率曲線下，債券持有期間收益較可能高於短期附買回利率，成為 Positive Carry，也因此遠期價格相對現貨價格折價。反之，若殖利率曲線為負斜率，遠期價格會高於現貨價格。

參、公債期貨隱含附買回利率

延續前述遠期價格之決定方式，公債期貨價格訂價公式如下：

$$P_{fut} = \frac{(P + AI_0) \times (1 + rt) - AI_{del} - \sum_i^N C_i (1 + r \times t_{i,del})}{CF} \quad (\text{公式三})$$

其中 AI_0 ：公債現貨價格的應計利息

AI_{del} ：期貨交割時，標的公債之應計利息

r ：債券持有期間 t 之附買回利率 (Repo Rate)

C_i 、 N ：現在至期貨交割時第 i 個付息與次數

$t_{i,del}$ ：第 i 個付息日至期貨交割日期間

CF ：轉換因子 (Conversion Factor)。因期貨契約與可交割公債之票面利率不同，經由轉換因子調整其差異。

公債期貨交易中，為避免人為操控市場並提供流動性，各有許多債券符合不同契約的交割條件，出售期貨者得自可交割籃 (Delivery Basket) 中擇一交付。而該如何選取最便宜可交割債券 (Cheapest-To-Delivery, CTD)，以獲致最

大利益或最小損失？由公式三可得下列二種方式：

1. 選取 Net Basis 最小者

$$NetBasis = (P + AI_0) \times (1 + rt) - (P_{fut} \times CF + AI_{del} + \sum_i^N C_i(1 + rt_{i,del}))$$

2. 選取隱含附買回利率(Implied Repo Rate, IRR)最大者

$$IRR = \frac{(P_{fut} \times CF + AI_{del} + \sum_i^N C_i) - (P + AI_0)}{(P + AI_0)t - \sum_i^N C_i t_{i,del}}$$

一般情況下，IRR 與 Net Basis 會獲致相同結論，惟附買回利率的選擇(一般擔保品或特殊擔保品利率)將造成以 Net Basis 評估的可交割債券不同排序，故 IRR 為較佳方式。但隨著接近期貨契約到期日，IRR 易受期貨與現貨價格的變動及剩餘到期期間的影響，而與 Net Basis 產生不同結果。

圖 2 以 Bloomberg DLV 功能顯示美國 10 年期公債期貨近月(9 月份)契約之可交割債券。就該契約而言，從交割月份第一天起算，剩餘到期年限 6.5 至 10 年間之美國公債均可用於交割。依前述 2 種選取 CTD 的方式，T 3¹/₈ 05/15/19 為當下之最便宜可交割債券。

圖 2. Chicago Board of Trade 美國 10 年期公債期貨之可交割債券^註

TYU2 Comdty		9) Settings			Cheapest-to-Deliver				
US 10YR NOTE (CBT) Sep12		Price	134-20+	Trade	07/13/12	Delivery	09/28/12		
<input checked="" type="checkbox"/> Enable Sort By					Settle	07/16/12	Cheapest IRP	0.309	
Implied Repo		Decreasing			Prices In Decimals		Days	74	Act / 360
Cash Security	Price	Source	Conven. Yield	Conver. Factor	Gro/Bas (32nds)	Implied Repo%	Actual Repo%	Net/Bas (32nds)	
Adjust value									
1) T 3 ¼ 05/15/19	114-19+	BGN	0.914	0.8471	17.770	0.309	0.270	-0.294	
2) T 3 ½ 08/15/19	118-10	BGN	0.946	0.8697	38.898	-1.980	0.270	17.577	
3) T 1 ½ 03/31/19	103-22½	BGN	0.930	0.7607	40.774	-4.536	0.270	32.919	
4) T 1 ¼ 04/30/19	102-00½	BGN	0.944	0.7474	44.077	-5.357	0.270	37.850	
5) T 1 ½ 05/31/19	101-02½	BGN	0.961	0.7408	43.013	-5.367	0.270	37.532	
6) T 3 ¾ 11/15/19	116-26	BGN	0.992	0.8517	68.451	-6.053	0.270	48.818	
7) T 3 ½ 02/15/20	118-27½	BGN	1.034	0.8620	89.323	-8.398	0.270	68.012	
8) T 1 06/30/19	100-05½	BGN	0.976	0.7258	78.141	-10.879	0.270	73.486	
9) T 3 ½ 05/15/20	118-03	BGN	1.084	0.8508	113.328	-11.632	0.270	92.914	
10) T 2 ¾ 08/15/20	111-13½	BGN	1.142	0.7932	147.748	-17.795	0.270	132.766	
11) T 3 ¾ 02/15/21	119-17½	BGN	1.218	0.8472	175.589	-19.278	0.270	154.290	
12) T 2 ¾ 11/15/20	111-10½	BGN	1.192	0.7880	167.652	-20.505	0.270	152.746	
13) T 3 ¾ 05/15/21	115-12½	BGN	1.277	0.8107	199.349	-23.509	0.270	181.299	
14) T 2 ¾ 08/15/21	106-21½	BGN	1.343	0.7391	228.838	-30.585	0.270	217.002	
15) T 2 11/15/21	105-09½	BGN	1.392	0.7249	246.518	-33.624	0.270	235.525	
16) T 2 02/15/22	105-01½	BGN	1.435	0.7191	263.008	-36.112	0.270	251.951	

回顧前言中，特定期間證券的一買一賣為附買回或附賣回交易，也相當於資金的借或貸。因此，結合債券現貨與期貨的交易亦是如此，而 IRR 即是該交易的借款或貸款利率。就買現貨/賣期貨的交易而言，投資人相當於貸出資金，出借利率為 IRR，若融資成本低於 IRR 則有利可圖；相反地，賣現貨/買期貨時，IRR 實則是借款利率，但要注意的是，因買入期貨只能被動接受賣方交付債券，若 CTD 改變，IRR 也會受到影響。

註：Bloomberg 隱含附買回利率與 Net Basis 的計算，均未考慮期間中付息的再投資收益，即公式中之 C_i 。

肆、以 Carry 及 Rolldown 衡量債券持有收益

所謂 Carry 係指持有債券一段期間之收益(包括應計利息及再投資收入)減去融資成本(Repo Rate)。Rolldown 為在殖利率曲線不變下，持有債券一段期間的殖利率差異，例如假設目前剩餘年限 10 年之公債殖利率為 1.5%，若投資人預計持有該券 1 年，而同時間剩餘年限 9 年之公債殖利率為 1.4%，於殖利率曲線不變下，持有 1 年之 Rolldown 收益為 0.1%。加總同一持有期間之 Carry 及 Rolldown，可用於評估債券之持有收益及作為篩選不同期別投資標的依據。

圖 3 以美國公債 T 1.75% 05/15/2022 為例，利用 Bloomberg FISA 功能得到單一債券之 Carry 及 Rolldown。給定 3 個月期附買回利率(0.27)及持有期間(Horizon)至 10/16/2012，可得 Carry、Rolldown 及二者加總之收益率分別為 3.4bp、4.4bp 與 7.9bp。於殖利率曲線不變下(Zero Shift)，持有該券的獲利金額為 7,084 元，持有期間報酬率(Holding Period Return, HPR)0.689%，年化報酬率(Total Return)則為 2.767%。

圖 3.Bloomberg-Fixed Income Scenario Analysis

Security	B/S	Amt (M)	Date	Price	Yield/workout	Risk	Rate
T 1 ¾ 05/15/22 Govt	B	1,000	07/16/12	102-14+	1.480879	9.24	0.270
<Add Security #2>							
<Add Security #3>							

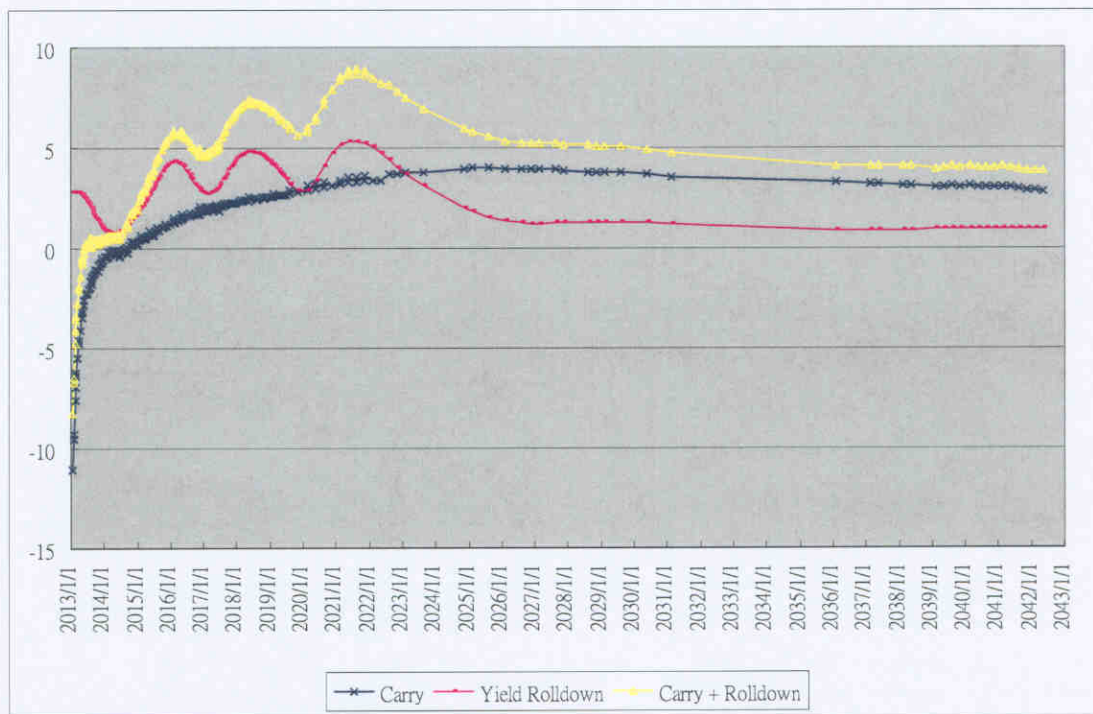
Scenario Name	Total Return %	HPR %	Horizon Yield	Net P & L (USD)	B/E Yield
Target Horizon Yields	10				1.515
Historical Yield					
Curve Shifts(125)					
-Implied Fwd Curve	-0.352	-0.088	1.525	-906	
Zero Shift	2.767	0.689	1.437	7,084	
+10 bps Shift	-0.751	-0.188	1.537	-1,930	
Steepener	-0.041	-0.010	1.516	-105	

可進一步得到有關數值之運算內容如下圖。

Cashflows	
	T 1 ¾ 05/15/22 (B)
Settlement Date	07/16/12
Price/Yield	102.453125 / 1.480879
Principal	-1,024,531
Accrued Interest	-2,948
NPV at Settlement	-1,027,480
At Horizon Date 10/16/12	
Price/Yield	102.794943 / 1.436668
Principal	1,027,949
Accrued Interest	7,323
Coupon Payments	
Reinvestment Income	
Financing Cost	-709
Net Future Value	1,034,564
Net Profit & Loss	7,084
HPR %	0.689
Total Return %	2.767

接著，將到期日晚於 2013 年 1 月 1 日的美國公債 Carry、Rolldown 及二者加總繪置於同張圖上，利於我們作比較及選取。由圖 4 可知，到期日介於 2021 至 2022 年間的債券，目前以 Carry+Rolldown 衡量的持有收益最高(不一定是報酬率最高，尚需配合 Duration)，約 8~9bp。另外，配合殖利率曲線變化(如預期某段殖利率曲線將變的平緩)或本身需求(如偏好之投資年限)，投資人亦可於對應區間中找尋適當標的。

圖 4. Carry/Rolldown



伍、結語

附買回交易除了多元功能外，其利率所決定之債券遠期及期貨價格與 Carry，均有助於我們在相關交易或投資時採取適當之決策。

陸、參考資料

1. Choudhry, Moorad (2006), “THE FUTURES BOND BASIS”, John Wiley & Sons Ltd.
2. 陳松男著(1996),「選擇權與期貨：衍生性商品(修訂本)」。