

行政院所屬各機關因公出國人員出國報告書
(出國類別：研討會)

「PIMCO Central Bank Sovereign Wealth Fund
Educational Seminar」

心得報告

外匯存底管理實務

服務機關：中央銀行

出國人職稱與姓名：蔡副研究員炯民

邱辦事員嘉慧

出國地點：美國洛杉磯

出國期間：99年9月20日至10月3日

報告日期：99年12月

目 錄

壹、美國抗通膨債券	1
一、市場概況	1
二、TIPs商品特性	2
三、投資TIPS優點	4
四、損益兩平通膨率	5
五、PIMCO對未來通膨之看法	7
貳、外匯存底投資組合之管理	9
一、持有外匯存底之傳統目的	9
二、外匯存底適足程度	9
三、外匯存底投資組合	10
四、管理外匯存底投資組合	12
參、Black-Litterman 模型之應用	15
一、前言	15
二、Markowitz 模型的資產配置	16
三、Black-Litterman模型的資產配置	19
四、以多變數GARCH模型計算風險及相關性	25
五、結論與建議	30
參考文獻	32

圖表目錄

表1、外匯存底適足程度整理	10
表2、投資組合政策目標與投資目標	13
表3、五種資產類別之週報酬率、標準差及相關係數.....	17
表4、不同投資限制下之最適化權重.....	18
表5、各資產權重及CAPM均衡報酬	20
表6、B-L模型加入信心程度及觀點的最適資產權重變化...	23
表7、相關係數之比較：一般法及多變數GARCH.....	28
表8、GARCH與歷史資料法之最適化資產權重比較.....	29
圖1、抗通膨債券全球市場成長	1
圖2、抗通膨債券全球市場分佈	2
圖3、TIPS 存續期間面額與利息變化示意圖	3
圖4、PIMCO預期未來通膨之分配圖.....	8
圖5、外匯存底投資組合分類	11
圖6、外匯存底投資組合之目標報酬率	12
圖7、不同投資假設下之效率前緣	17
圖8、MBS週報酬率之敘述統計及機率分配.....	25
圖9、MBS一般標準差與GARCH(1,1)比較.....	27
圖10、多變數GARCH(1, 1)估計各資產之變異數.....	28

壹、美國抗通膨債券 (TIPs)

一、市場概況

TIPs (Treasury Inflation-Protected Securities)為美國財政部發行所發行的抗通膨債券。所謂抗通膨債券，係指一種可以保護投資人因通貨膨脹上漲所帶來不確定性風險的債券。有別於傳統名目債券，抗通膨債券之現金流量連結至物價指數，確保投資人債券之實質收益不受投資期間高漲的通貨膨脹所侵蝕。

目前全球抗通膨債券市場成長快速，截至 2009 年止，已有 1.4 兆美元規模，較 1997 年成長了十倍。

圖 1、抗通膨債券全球市場成長

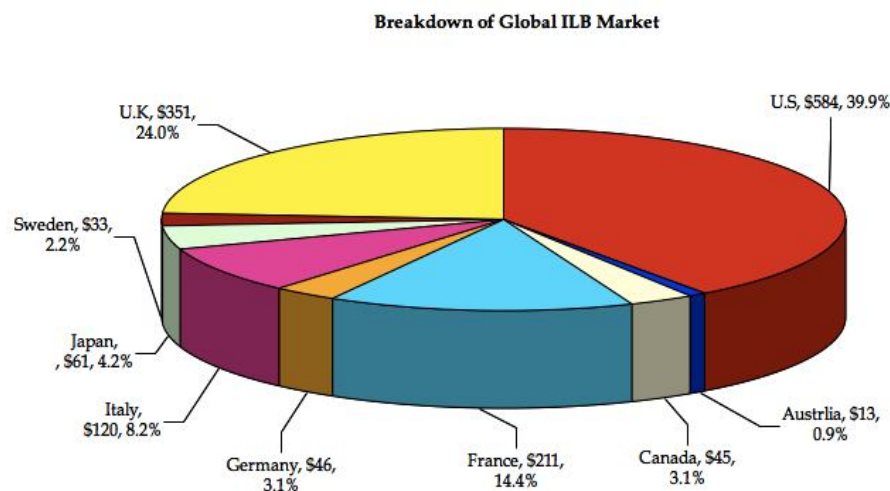


資料來源：PIMCO

美國抗通膨債券 (TIPs) 為發行量最大、流動性最高

的市場，5,840 億美元發行量約佔全球抗通膨債券的 40%。

圖 2、抗通膨債券全球市場分佈



資料來源：PIMCO

儘管 TIPs 是全世界發行量最大的抗通膨債券，但在美國公債市場中比例略低，僅佔整體市場 8%；日交易量約 56 億美元，為傳統名目公債的 3%；因此，相對而言，仍略有流動性欠佳的問題。

二、TIPs 商品特性

為使投資人實質收益可不受通貨膨脹率變動所影響，TIPs 產品設計，係採「本金指數化」方式，說明如下：

1. 本金：發行面額 \times $\frac{\text{CPI}_{\text{交割日}}}{\text{CPI}_{\text{發行日}}}$

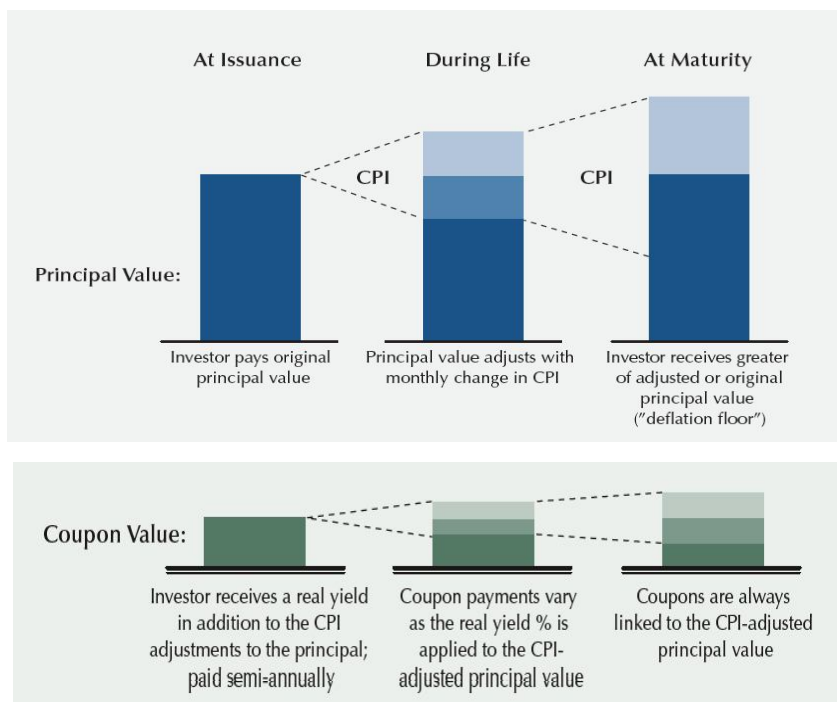
TIPs 依都市地區消費者物價指數（CPI-U NSA）調整本金，以發行面額乘上指數比率（CPI 交割日/CPI 發行

日) 計算而得；到期時，物價指數若較發行時為高，投資人領回的本金增加，可彌補投資人因通膨所招受到的購買力損失，當指數下跌時，投資人至少可領回原始發行面額 (deflation floor)，隱含一履約價格等同於原始面額的「賣權」。

2.利息：發行面額×CPI_{交割日}/CPI_{發行日}×票面利率×1/2

TIPs 利息按發行時固定票面利率每半年支付一次，利息金額為經通膨調整後本金（發行面額×CPI_{交割日}/CPI_{發行日}）乘上票面利率，故投資人每期所領得的利息金額隨物價指數變化而增減。

圖 3、TIPs 存續期間面額與利息變化示意圖



資料來源：PIMCO

3. TIPs 折現率

TIPs 債券的淨現值¹，係將其未來現金流量折現而得：

$$P_{TIPs} = \sum_{t=1}^T \frac{F \times (1 + \pi)^t \times C}{(1 + y^N)^t} + \frac{F \times (1 + \pi)^T}{(1 + y^N)^T}$$

將費雪方程式 $(1 + y^N) = (1 + y^R) \times (1 + \pi)$ 代入上式：

$$P_{TIPs} = \sum_{t=1}^T \frac{F \times (1 + \pi)^t \times C}{(1 + y^R)^t \times (1 + \pi)^t} + \frac{F \times (1 + \pi)^T}{(1 + y^R)^T \times (1 + \pi)^T}$$

同時消去分子、分母中 $(1 + \pi)^t$ ：

$$P_{TIPs} = \sum_{t=1}^T \frac{F \times C}{(1 + y^R)^t} + \frac{F}{(1 + y^R)^T}$$

由最後推導結果，TIPs 淨變現價格折現率為「實質利率」。

三、投資 TIPs 優點

1. 通貨膨脹避險

在物價上漲時，TIPs 本金與利息的現金流量均隨通貨膨脹指數變動而調整，投資人實質收益不受通膨影響，有助於投資人對抗通膨風險，具「通貨膨脹」避險功能。

¹ 為分析簡便起見，忽略 TIPs 債券通縮時至少可領回原始本金，以及債券每半年付息一次的因素。

2. 穩定投資收益、分散投資組合風險

投資 TIPs 可獲得購買力因通貨膨脹受侵蝕之補償，TIPs 價格變動僅受實質利率變動影響，比起股票或其他債券，風險較低，加入投資組合可穩定投資收益。此外，TIPs 與其他資產相關係數低，可降低投資組合系統風險、提供良好的分散風險效果。

3. 擴張投資組合效率前緣

根據實證結果，TIPs 具有擴張原投資組合效率前緣的效果，將 TIPs 納入投資組合，有助投資組合在相同預期報酬下承受較低風險；或在特定風險下有較高預期報酬。

四、損益兩平通膨率

1. 意義

美國傳統名目公債與 TIPs 主要差異，在於 TIPs 現金流量連結至物價指數變動而調整，使投資人免受通貨膨脹率變動影響，兩者殖利率分別反映「名目利率」與「實質利率」。在債券存續期間中，若存在一通貨膨脹率，可使投資人購買傳統名目公債或 TIPs 皆感到沒有差異，經濟學家稱之為「損益兩平通膨率」(Break-even Inflation

rate, BEI)。損益兩平通膨率代表市場參與者為通膨保護所願付出的溢酬，亦隱含市場參與者對未來通貨膨脹率的預期，是目前衡量未來通膨情形最便捷的一個方法。

2. 公式

根據費雪公式的結論，可簡單推導損益兩平通膨率如下：

$$\text{名目利率} = \text{實質利率} + \text{預期通膨率} + \text{風險溢酬}$$

$$\text{名目利率} - \text{實質利率} = \text{預期通膨率} + \text{風險溢酬}$$

$$\text{損益兩平通膨率} = \text{預期通膨率} + \text{風險溢酬}$$

名目利率組成要素中，除實質利率、預期通膨率外，尚包含了一些風險溢酬。其中，對損益兩平通膨率較具影響性的風險溢酬為「通膨風險溢酬」及「流動性不足溢酬」，分別代表：名目債券投資人因承受通膨風險所要求之「通膨風險溢酬」及名目債券較 TIPS 債券流動性佳，無須承受之「流動性不足溢酬」²。

$$\text{損益兩平通膨率} = \text{預期通膨率} + \text{風險溢酬}$$

$$= \text{預期通膨率} + [\text{通膨風險溢酬} - \text{流動性不足溢酬}]$$

運用損益兩平通膨率分析未來通膨預期時，除計算條件相同之名目公債與 TIPS 在某一時點殖利率差距外，解釋

² 目前 TIPS 市場發展規模相較於美國傳統名目公債尚未完全成熟，買賣價差較大，市場對 TIPS 要求較高之流動性溢酬。

結果時也應特別注意風險溢酬之影響。

3. 用途

(1) 執行貨幣政策之參考

由於損益兩平通膨率可用於衡量未來通貨膨脹預期的特性，當損益兩平通膨率上升時，代表市場預期未來有較高之通膨率；反之，若損益兩平通膨率下降時，預期未來通膨率應較低。對政策制定者來說，損益兩平通膨率提供了有關未來通膨走勢的資訊，可做為執行貨幣政策之參考。

(2) TIPs 債券交易策略

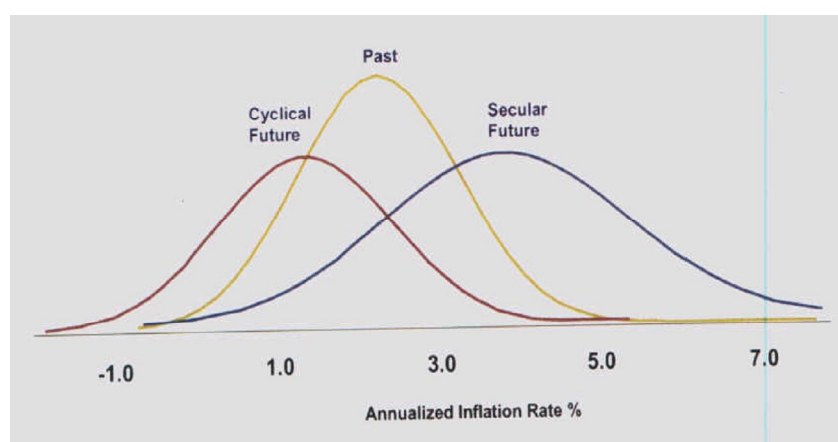
進行 TIPs 交易時，可拿自己對通膨的判斷與一般市場參與者對未來通膨率看法比較，衡量目前市場價格是否合理。當預期未來通膨水準會較目前損益兩平通膨率所反映之通膨預期高時，表示目前市價低估通膨率，應買入 TIPs 債券；反之，若預期通膨較目前損益兩平通膨率低時，表示目前市價高估通膨率，應賣出 TIPs 債券。

五、PIMCO 對未來通膨之看法

PIMCO 認為短期（Cyclical Future）美國經濟成長率

低、勞工市場疲軟，失業率仍高，通貨膨脹放緩。長期（Secular Future）FED 為刺激經濟復甦採行之量化寬鬆貨幣政策，將使得通貨膨脹壓力不斷提升，預計將會增加通貨膨脹風險。未來通膨不確定性將更高，波動更大。

圖 4、PIMCO 預期未來通膨之分配圖



資料來源：PIMCO

面對通貨膨脹不確定性高環境，為免未來收益受到通貨膨脹侵蝕，投資人應適當管理通膨風險。PIMCO 建議避險策略如下：

- (1) 於投資組合內加入對通膨免疫商品—TIPs，有助於穩定投資收益、分散投資風險。
- (2) 預計商品價格將持續走高，由於商品價格為通膨主要風險，投資商品指數基金亦可做為通膨避險工具。

貳、外匯存底投資組合之管理

PIMCO 對於外匯存底投資組合管理的看法，大致如下：

一、持有外匯存底之傳統目的

外匯存底由政府部門所持有的外幣資產所組成，持有外匯存底之傳統目的，係當國際收支帳失衡時，能提供符合成本效益的流動性，將資產迅速轉變為現金。基此，外匯存底須具高流動性及安全性。在面臨風險與報酬之權衡時，外匯存底管理應在低風險水準下追求最大報酬。

二、外匯存底適足程度

分析外匯存底適足程度，有助於衡量投資之成本效益。目前全球金融環境開放，國際間資本自由流動，衡量適當的外匯存底水位時，除考量經常帳因素外，亦須將資本外流危機考慮在內。下表依國際收支面臨之衝擊形態，列示外匯存底適足指標：1. 當經常帳因進出口價格波動受衝擊時，外匯存底須能滿足 3 個月進口需求。2. 為避免到期債務無法償付，適當的外匯存底須能支應短期外債金額。3. 當金融帳因國內資本外流或外國流入之資本撤出而受衝擊時，外匯存底與 M2 比應在 5~20% 之間、且達外資投資本國股市金額 30% 以上。

表 1、外匯存底適足程度整理

Source of shock	Current account	Capital account	Capital account
Scenario	Decline in commodity prices Recession in trading partner Involuntary interruption of trade	Unwillingness of foreign lenders to roll over maturing obligations	Capital flight by local investors Liquidation of domestic holdings by foreign investors
Reserve adequacy metric	Months of imports	% of short-term debt (12-month residual maturity basis)	% of broad money (M2) % of stock of foreign portfolio equity holdings
Recommended threshold	3 months	100% (Greenspan-Guidotti rule)	5-20% of broad money (depending on flexible or fixed fx regime, capital account convertibility) 30% of equity holdings

資料來源：PIMCO

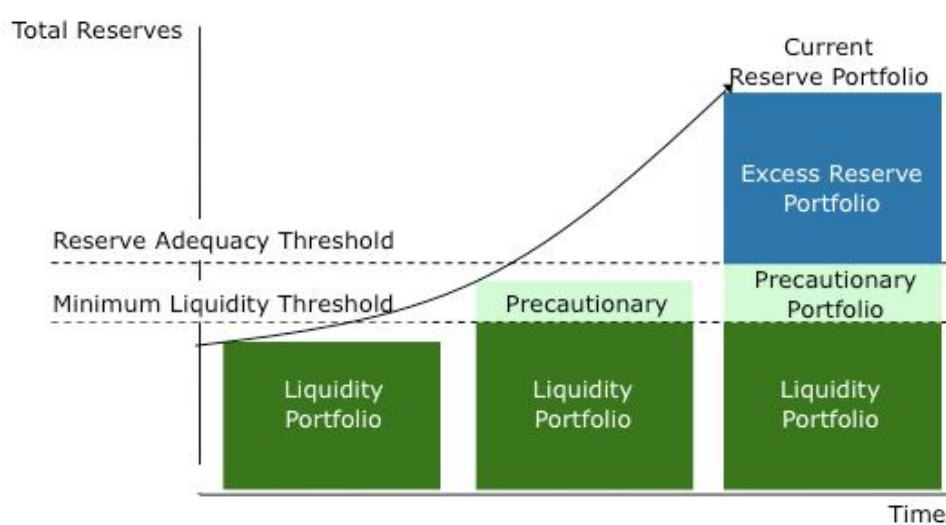
持有外匯存底之效益在於避免因國際收支失衡可能帶來之損失或風險，然持有過多外匯存底，則面臨相關持有機會成本。設定適當的外匯存底水位，不僅可確保外匯存底足以因應國際收支失衡，更可清楚評估超出適當水準之外匯存底金額，有利妥善管理與投資，降低持有外匯存底的機會成本。

三、外匯存底投資組合

隨外匯存底不斷累積，可依外匯存底適足程度之標準，將外匯存底分為流動性、預防性以及超額外匯存底投資組合等三大部分。流動性與預防性外匯存底投資組合係為保證一國有能力應對無法預料之經濟環境變化與

外來衝擊，當外匯存底累積未達到最低要求水準，僅能持有流動性投資組合，以隨時支應國際收支變動；而預防性投資組合則介於最低與適當水準之間，以做為國際收支帳發生逆差時之緩衝；當外匯存底累積超過適足性水準，則為超額外匯存底投資組合，並以追求穩定且承擔合理風險的報酬為目的。如能適當且有效管理超額外匯存底投資組合，將可降低持有龐大外匯存底的機會成本。

圖 5、外匯存底投資組合分類

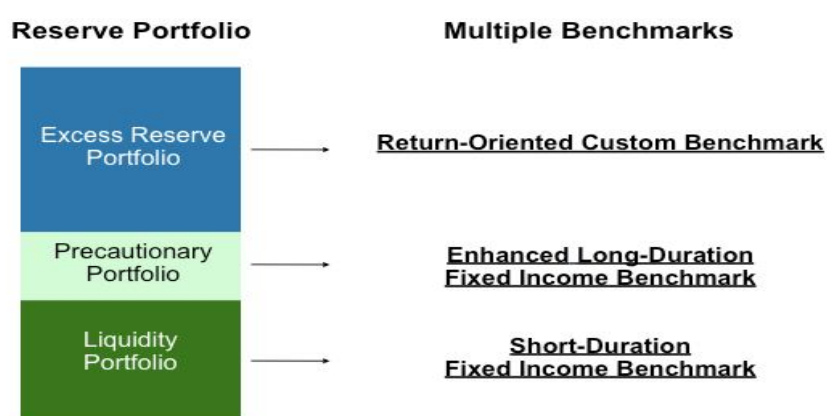


資料來源：PIMCO

外匯存底經分類後，風險管理考量因而不同，各類投資組合政策與目標報酬率（Benchmark）亦有所不同，因此，宜採用多重目標報酬率管理外匯存底投資組合，以

反映各外匯存底投資組合間不同的特性。首先以流動性投資組合為例，在於追求立即變現性，應採用存續期間較短的固定收益金融商品來設定目標報酬率；相較於流動性投資組合，預防性投資組合則可以存續期間較長之目標報酬率；而以追求穩定報酬的超額外匯存底投資部位，則依各機構投資目標與組織形態，來決定是否以僅包含固定收益、抑或是可加入權益商品、或其他商品之目標報酬率。

圖 6、外匯存底投資組合之目標報酬率



資料來源：PIMCO

四、管理外匯存底投資組合

PIMCO 指出，成功的外匯存底管理有四步驟：

步驟一：界定投資目標

流動性、預防性與超額外匯存底投資組合在不同的政

策目標下，風險容忍度、目標報酬、資產配置亦不相同，為不使管理外匯存底投資組合時背離其政策目標，明確界定投資目標十分重要。如以流動性投資組合為例，其政策目標係做為國際收支受到衝擊時的最後防線，風險容忍度極低，將投資目標設定於投資品質最好與流動性最高之商品，才能符合此政策目標之要求。PIMCO 建議可建立下表架構，以利確保投資目標與政策目標一致。

表 2、投資組合政策目標與投資目標

	<i>Policy Side</i>	<i>Investment Side</i>		
	<i>Objective</i>	<i>Risk / Return Trade-Off</i>	<i>Currency Selection</i>	<i>Asset Allocation Considerations</i>
Excess Reserve Portfolio	Provide resources to support future consumption	Greater risk tolerance	Guided by risk/return & diversification objectives.	Guided by risk/return, diversification, and investment themes .
Precautionary Portfolio	Cushion for BoP disruptions	Low risk tolerance	Aligned w/ currency denomination of current & capital account.	Seek positive correlation to potential BoP shocks.
Liquidity Portfolio	Immediate liquidity backstop for balance of payments (BoP) disruptions	Very low risk tolerance		Highest-quality , most-liquid, safest securities.

資料來源：PIMCO

步驟二：執行資產配置

執行資產配置時依據已設定之投資目標，選擇合適的資產類別。不同資產類別性質各異，舉凡政府公債、機構債、公司債、商品、權益商品、不動產等，其預期報

酬、波動性與流動性均大相逕庭，管理外匯存底投資組合時須清楚了解各類資產之特性。例如，商品價格波動性高，不符合「流動性」投資組合之投資目標；但對商品進口有高度依賴性之國家而言，儘管商品價格波動性高，卻提供國際收支受到衝擊之保險，此反可做為「預防性」投資組合之標的；另一方面，如將商品配置於「超額」外匯存底投資組合中，將可抵抗未來購買力受通膨侵蝕的風險。

步驟三：選擇執行策略

- 自行操作或委外操作
- 中央銀行或主權財富基金管理
- 積極與被動管理

步驟四：確認執行與目標一致

投資組合之表現是否與預期目標相符？隨時檢視投資組合之執行，與設定之投資目標、資產配置一致，避免因未預期情況，而增加外匯存底的投資風險。

叁、Black-Litterman模型之應用

一、前言

本章簡化外匯存底投資組合內之各項資產類別，並以當前常被用來分析最適化資產配置的Black-Litterman模型，來探討各資產類別的最適化權重。由於此實證所用各項資產類別均屬高安全性與流動性金融商品，故可視為前述第貳章所稱的流動性投資組合及預防性投資組合。

另一方面，由於得以做為流動性及預防性投資組合的各項資產間，其相關性高，如以傳統的Markowitz最適化模型來求取各資產最適權重，將會得到權重僅集中於少數經風險調整後報酬（如Sharp Ratio）較高的資產；因此，實務上常以Black-Litterman模型來求取最適權重。此外，此模型亦允許管理者加入個人觀點及對均衡的確定性，再尋求最適權重，有利於管理者檢討並分析投資組合在上述觀點下之績效。

本章各節安排為，第二節回顧傳統Markowitz最適投資組合模型；第三節以Black-Litterman模型來探討最適權重的變動；第四節則透過多變數GARCH模型來分析投資組合中債券資產報酬率間的變異數-共變異數矩陣，再探討此修正對投資組合最適權重之影響；第五節為結論與建議。

二、Markowitz 模型的資產配置

資產配置管理可溯及 Markowitz (1952) 的資產組合選擇理論 (Portfolio Selection) 或常被稱之平均數-變異數最適化 (Mean-Variance Optimization) 模型。其基本原理為在於控制投資組合的一定風險下，追求報酬率最大化；或在相同期望報酬下，追求風險極小化。由於此理論架構已有許多論述，此處不再贅言。

本節試以下列五大資產類別來探討上述理論模型。資料主要來自 J.P. Morgan 所編製相關指數的週資料，包括美國公債指數、房貸抵押證券 (MBS) 指數、美國抗通膨債券 (TIPS) 指數及歐洲公債指數等。各指數均採用總報酬指數 (total return) 且為未避險指數 (unhedged index)。資料期間始自2000年最後一週 (12月29日)，迄至2010年11月底。其中，為求各資產均以美元報酬率為主，使用當週歐元對美元收盤匯率，將歐洲債券改為美元計價。此外，並進一步假設投資組合亦考慮美元的整體表現，因此，以 ICE (Intercontinental Exchange) 編製的美元指數 (DXY) 視為一資產類別，並以其反向報酬率(S-DXY)來反映非美元資產的相對表現或上述資產以外資產的替代變數。各項變數主要敘述統計如表3。

表3、五種資產類別之週報酬率、標準差及相關係數

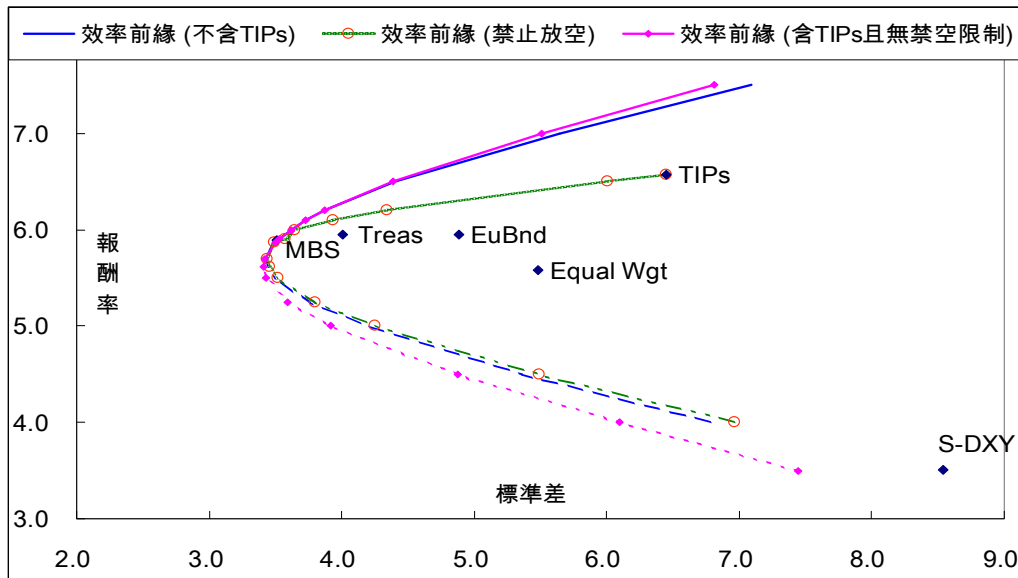
ann.%	平均數	標準差	相關係數	UST	MBS	TIPs	EUB	S-DXY
UST	5.953	4.010	UST	1	0.8886	0.7433	0.7922	0.2555
MBS	5.896	3.506	MBS	0.8886	1	0.5980	0.6889	0.2176
TIPS	6.570	4.881	TIPS	0.7433	0.5980	1	0.5714	0.3525
EUB	5.955	6.452	EUB	0.7922	0.6889	0.5714	1	0.2674
S-DXY	3.507	8.537	SDXY	0.2555	0.2176	0.3525	0.2674	1

註：EUB指美元計價之歐洲公債指數，S-DXY為反向美元指數（代表負美元部位）

資料來源：JPMorgan、Bloomberg 及 ICE

圖7為依據平均數-變異數最適化模型，對前述五項資產所推導出之效率前緣 (efficient frontier)。由此圖可發現，如允許放空，其效率前緣位於最外側；如不允許放空，則效率前緣位於內側。另一方面，如投資組合不包含TIPs，則效率前緣略微內縮，反映前面章節所述，投資組合如納入TIPs，可擴張投資組合之效率前緣；此亦可由表3中觀察，因為在四項債券中，TIPs與其他債券之相關性略低。

圖7、不同投資假設下的效率前緣



然而由上表可知，除S-DXY外，上述資產間之相關係數頗高，且報酬率相當；因此，以 Markowitz 理論方法所得到各資產類別的最適化權重，將出現權重過度集中於相對風險較低者，或經風險調整後之報酬率較大者 (如Sharp Ratio)。以上述資料為例，可知MBS的表現最佳，因此，無論在何種不同投資假設限制條件下，均得到投資者應大量買入MBS (表4) 的結果，且如允許放空，更應放空公債，用以加碼於MBS的投資；此結果與資產管理實務存在頗大的差距。

表4、不同投資限制下之最適化權重

	平均數	標準差	Sharp ratio	無限制	不含TIPs	禁放空
UST	5.953	4.010	1.4845	-13.7%	-11%	0%
MBS	5.896	3.506	1.6815	103.5%	102.4%	94.5%
TIPS	6.570	4.881	1.0182	1.6%	-	0%
EUB	5.955	6.452	1.2199	7.9%	7.7%	4.7%
S-DXY	3.507	8.537	0.4108	0.7%	0.9%	0.8%

為解決此問題，Black and Litterman 提出在實務上可行且符合資產定價理論之模型。此模型係以資本資產定價模型 (CAPM) 為基礎，來建構投資組合；因此，須將整體市場的報酬率及風險亦列入資產配置考量，進而避開前述權重過於集中的問題；同時，模型允許投資者加入本身對於市場均衡的信心及不同資產未來前景等觀點，來調整其資產配置，使投資組合績效與個人判斷或決策有所關聯。

三、Black-Litterman 模型的資產配置

Black and Litterman (1990, 1992) 提出一個在實務可行且符合資產定價理論之資產配置模型。此模型係以傳統的資本資產定價模型 (Capital Asset Pricing Model, CAPM) 為基礎，認定市場處於均衡時，各項資產市值 (capitalization) 占整體市值之比重，與市場參與者對均衡時各項資產之預期報酬及風險等訊息息息相關。透過此理論之應用，將可反向計算市場均衡時，各資產之隱含或推估報酬率 (implied return)。

由於此一計量方法，將可避開前節所述投資組合內個別資產權重大的問題；同時，Black-Litterman模型允許投資者加入本身觀點來調整資產配置，亦可反映投資者對市場均衡的信心強度，這些特點將使個人判斷或決策與投資組合績效相互聯結，有助於進行資產管理與檢討與分析。

簡言之，在CAPM模型下，可知市場均衡時，個別資產之預期報酬率如下式：

$$E [R_i] = \beta_i (E[R_m])^3, \text{ 且 } \beta_i = \text{Cov} [R_i, R_m] / \text{Var}[R_m]$$

重新整理上二式，可得

$$\begin{aligned} E [R_i] &= (E[R_m]) * \text{Cov} [R_i, R_m] / \text{Var}[R_m] \\ &= \delta \sum W_i \\ &= \pi \end{aligned}$$

³ 為求簡化，二者指的均是預期超額報酬率 (expected excess return)。

其中， $E[R_i]$ 及 $E[R_m]$ 分別代表個別及市場的預期報酬率， π 為均衡時的報酬率 (CAPM Equilibrium Excess Returns)，係由後列變數共同決定： $\delta = E[R_m] / \text{Var}[R_m]$ ，反映市場風險趨避程度， Σ 為變異數-共變異數矩陣，而 W_i 為資產權重。

此時，尚不考慮投資者對未來報酬率的主觀預期，因此其配置權重將與市值比重相同。如以上節資料為例，將面臨一項問題，即非美元部位的市值比重應如何計算。本節做法解釋如以下說明。

1. 市值比重

表5為根據美國 SIFMA (Securities Industry and Financial Markets Association) 最新資料 (2010Q3)，並比較Barclays Capital 所用美元及歐元公債指數之市值相對比較，所推估各資產類別之市值及比重。其中，對於非美元部位而言，係以歐債市值比重反向推估；亦即，假設管理者希望美元以外之資產占其投資組合30%，則可以30% 減 22.79% (歐債比重) 得到7.21%。當資產權重確定後，即可反向推估 π 。

表5、各資產權重及CAPM均衡報酬

	市值 (Bil.)	權重 W_i	π (CAPM)	歷史報酬率
UST	6,105.8	35.08%	5.59%	5.95%
MBS	5,483.1	31.50%	4.89%	5.90%
TIPS	593.8	3.41%	7.39%	6.57%
EUB	3,966.9	22.79%	6.59%	5.95%
S-DXY	1,255.0	7.21	5.59%	3.51%

資料來源：SIFMA、Barclays Capital

簡言之，Black-Litterman利用CAPM反向推估隱含報酬率 π (implied return)。調整後，可發現均衡時MBS的隱含報酬率較歷史報酬率略低，而TIPs則提高，此與個別的市值比重及經風險調整後之報酬率等變數有關。此時，前節最適化權重過於集中於MBS的問題，將受到修正；亦即，資產管理者如利用推估出來的 π 及原歷史波動率，重新進行最適化權重計算，必會得到最適權重與市值比重相同的結果；而無論以市值權重計算或均衡時的市場報酬率必均為5.78%，volatility為3.746% (年率化標準差)，Sharp Ratio為1.543。

2. 加入信心強度及觀點

Black-Litterman模型實務上的優點，在於可以加入個人對均衡的信心強度以及不同資產未來前景的觀點。此時，加入信心強度及個人觀點的預期報酬率— $\hat{E}(R)$ ，將如下式所示⁴：

$$\hat{E}(R) = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P \right]^{-1} \left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q \right]$$

其中， π 即前述均衡時之報酬率， q 為一向量且為管理者個人認知的數值 (如報酬率或利差等)；矩陣 P 代表觀點的型態，例如個別資產之報酬率或不同資產類別間的利差；而此時，前述共變異數矩陣 Σ 已改為 $\tau\Sigma$ ，反映個人對均衡的信心程度，其中 τ 值愈低代表不確定愈低或信心愈強； Ω 代表

⁴有關此式推導，原文獻、相關論文或書籍均有詳載；例如 Goldman Sachs Asset Management 之 Bob Litterman and the Quantitative Resources Group 所著 Modern Investment Management 即有詳細介紹。此處引用其公式。

個人觀點不確定性程度的共變異數矩陣。

接續上述研究分析，但加入管理者對市場均衡的確定性及個人觀點，來探討資產配置之變化。假設投資者對均衡的信心強度強或不確定性低，如 τ 為0.1；投資者並預期在美國聯準會採量化寬鬆貨幣政策下，未來通膨率可能上揚且美元有貶值壓力，但對歐洲主權債信仍存疑慮。如進一步將上述觀點量化，則投資者對各資產未來前景之預期如下：

- (1) 美國公債之預期報酬率為4%；
- (2) MBS的預期報酬率為4.5%；
- (3) TIPs表現將優於公債150個基本點(bp)；
- (4) 以美元計價之歐債表現優於美債30個基本點；
- (5) 非美元部位(S-DXY)之預期報酬率為6%；

此時，上述 q 向量及P矩陣分別為⁵：

$$q = \begin{bmatrix} 4.0\% \\ 4.5\% \\ 1.5\% \\ 0.3\% \\ 6.0\% \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在Black-Litterman模型之應用下，最適權重已改變以反映前述投資者觀點及信心程度；不過，仍須注意的是，在上述相關性高的資產類別所組成的投資組合中，此模型頗為敏感

⁵ 各項觀點的標準差分別為 1.0%、1.125%、0.375%、0.10%及 3.0%。

且受個人主觀意識或個人權衡所影響。例如， τ 值之高低對權重影響頗大；另一方面，如對個別資產的預期報酬率設下較大的變動，亦將使個別權重偏離市值比重的程度擴大。然整體而言，仍有做為投資者參考依據之價值。

表6、B-L模型加入信心程度及觀點的最適資產權重變化

	無限制	市值比重 (B-L無觀點)	B-L (前述q, P觀點)		B-L ($\tau=0.1$)	
			$\tau = 0.05$	$\tau = 0.1$	提高歐債 20bp	再提高 SDXY 2%
UST	-13.7%	35.1%	29.3%	21.6%	18.3%	19.2%
MBS	103.5%	31.5%	37.4%	44.0%	44.3%	43.5%
TIPS	1.6%	3.4%	5.8%	6.9%	7.0%	6.0%
EUB	7.9%	22.8%	18.0%	17.0%	20.3%	19.4%
S-DXY	0.7%	7.2%	9.5%	10.5%	10.1%	11.9%
投資組合 報酬率	5.89%	5.78%	5.01%	4.79%	4.84%	4.90%
夏普比值	1.686	1.543	1.348	1.299	1.309	1.326

註：為給予非美元部位權重有較大彈性（上、下各2.5%），此處將非美元部位及歐債部位之二者合計權重，自30%放寬為27.5%~32.5%。

表6顯示透過B-L模型幾項基本情境下之投資組合及個別資產權重。由於前述所假設的個人觀點，將美債報酬率定為4%，明顯低於歷史均值(5.95%) 或CAPM均衡之隱含報酬率(5.93%)；基此此一基準觀點，以及其他資產基此所做調整，使4種假設情境下投資組合的報酬率或夏普比值均呈下降。實際上，如在 P及q 觀點下，續以市值比重投資於各資產，則投資組合報酬率更低，僅4.42%，而夏普比值為1.180。

由表6可以發現，當 τ 值更小時（即投資者相信市場更加接近均衡），權重與市值比重之偏離程度較低，不會發生某一資產經風險調整後報酬相對較高，而大幅「掠取」報酬相對較低且相關性高之其他資產。例如，在此例中，由於MBS與美國公債相關係數極高，達0.89，報酬率差異亦不大，加上依歷史資料所計算經風險調整後的報酬率，MBS明顯較高，投資者容許市場偏離均衡之空間較大（ $\tau = 0.1$ 相對於0.05），則公債最適權重降為21.6%（相對於市值比重之35.1% 或 $\tau = 0.05$ 之29.3%）；而MBS之最適權重則高達為44.0%。

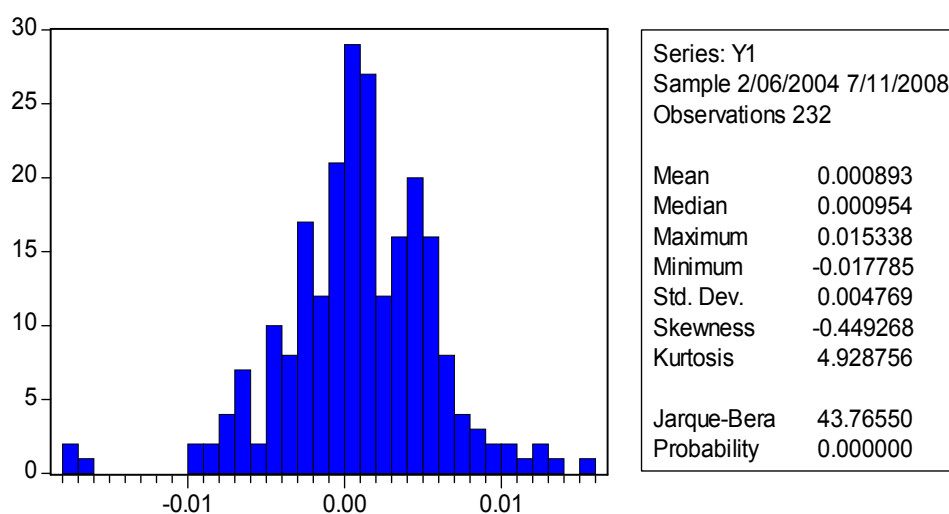
另一方面，在 τ 為0.1時，如再假設歐債表現將高於美債50bp，而非原定之30bp，可發現歐債最適權重將小幅上升（主要可能來自美債部位之減少）。因為在調高20bp後，歐債與美債間之相對表現較為接近CAPM均衡時之差距，故歐債比重亦回升至較接近市值比重水準，而此時，歐債與非美元部位(S-DXY)之合計比重將達30.4%，略高於原假定之30%。如再進一步提高非美元部位之報酬率2%（達8%），可發現S-DXY權重再度上升至11.9%，二者合計比重將達31.3%。

此例顯示B-L模型在實務上的優點，在資產管理者預期某政策之執行（QE），將改變市場未來前景（美元貶值及通膨壓力上升），因此最適化過程將使投資組合中之TIPs及非美元部位比重均上升，以反映管理者對市場觀點的調整。

四、以多變數GARCH模型計算風險及相關性

由於金融資產價格波動通常呈現聚集性現象 (volatility clustering)，如Engle早年即指出，一個大的波動往往伴隨著更大的波動，亦即變異數具有自我迴歸型式的條件異質性 (即Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, ARCH)，此模型即在於反映上述波動群聚現象。事證資料上，前述資產類別均有類似問題；例如，以MBS的歷史週報酬率而言 (04年初至Lehman Brothers倒閉前)，即有明顯的尖峰厚尾、波動簇集的現象 (圖8)。

圖8、MBS週報酬率之敘述統計及機率分配



此類厚尾風險實為資產管理上不得輕忽問題。本節試以一般化ARCH模型，即Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, GARCH)，來補捉金融資產價格變動率所呈現的尖峰厚尾、波動簇集的時變特性。

如以單一變數的GARCH (1, 1) 模型為例，此價格變動率

之尖峰厚尾、波動簇集的時變特性，可以下式表達：

$$R_t = \mathbf{c} + \varepsilon_t,$$
$$\sigma_t = \mathbf{w} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

第一式為一般對價格變動率之估計式，然而，在GARCH模型下，誤差項 ε 之變異變 σ ，則非定值，而是具有時變特性且受前期所影響，亦即具有當波動擴大時，隨後波動亦可能跟著放大的現象，第二式即反映波動性所呈現之尖峰厚尾、波動群聚現象。

本節進一步以多變數GARCH模型，對四項相關性高的債券資產類別進行解析，所採用之多變數GARCH(1, 1)模型可以用下式表示⁶：

$$\mathbf{H}_{t, N \times N} = \mathbf{c}'\mathbf{c} + \mathbf{a}'\varepsilon_t\varepsilon_t'\mathbf{a} + \mathbf{b}'\mathbf{H}_{t-1}\mathbf{b}$$

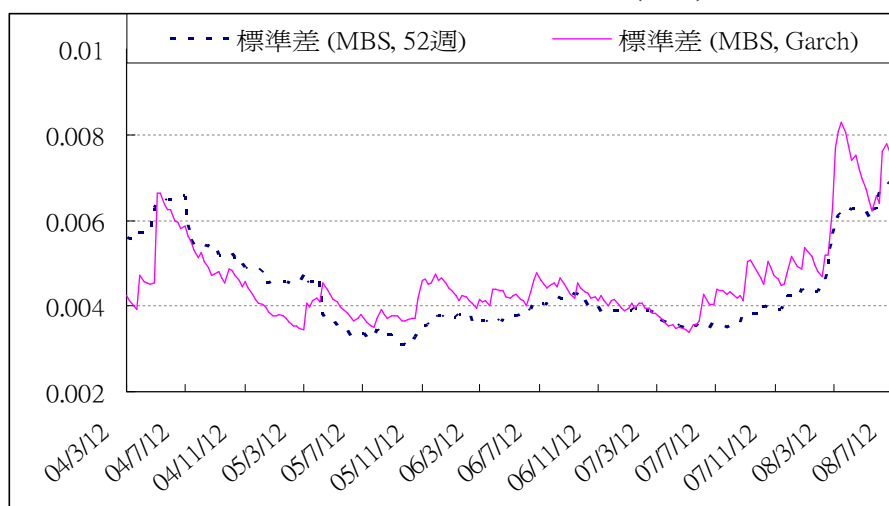
其中， \mathbf{H}_t 即為條件共變異數矩陣 (conditional covariance matrix)，而 \mathbf{c} 為($N \times N$ ，此處為 4×4) 的對稱矩陣， \mathbf{a} 與 \mathbf{b} 均為 $N \times N$ 矩陣之定值。

採用多變數 GARCH，而非對個別資產以單變數 GARCH 模型分析，在於希望對前節所用的變異數-共變異數矩陣加以修正，以探討考量厚尾風險時投資組合之表現及最適化權重等問題，此現象尤以 2008 年 9 月雷曼兄弟倒閉以前為烈。

⁶ 多變數 GARCH 涉及許多計量細節之推導，內容過於繁複，此處暫略。原則上本節係使用 1995 年 Engle 及 Kroner 之 Multivariate Simultaneous GARCH 一文所用之 BEKK 解構方法。

經由對美國公債、MBS、TIPs 及歐洲公債等四項資產採多變數 GARCH (1,1) 模型分析後，此四項資產之價格變動率及相關係數均有小幅度改變。圖 9 為以一般方法計算 MBS 週報酬率之標準差(52 週) 與利用多變數 GARCH(1, 1) 計算而得的標準差，可發現在 2007 年夏天後，以多變數 GARCH 計算之標準差，攀升幅度高於一般方法，尤其在 08 年 3 月次級房貸問題浮現後，此一現象更為明顯。

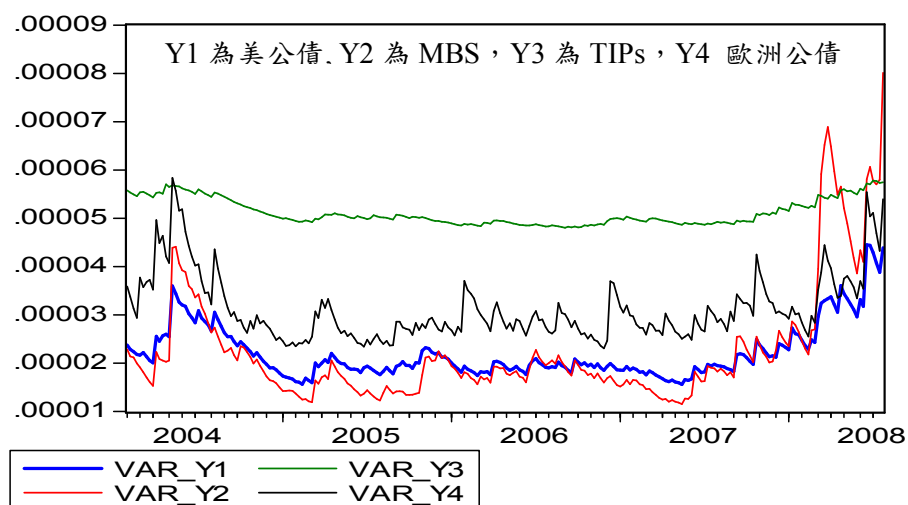
圖9、MBS一般標準差與GARCH(1,1)比較



事實上，以多變數 GARCH 估計各資產週報酬率變異數較能補捉資產價格風險擴大之現象。圖 10 顯示各項資產的價格風險變動情形，可發現在 2004 年上半年時，由於 Fed 貨幣政策即將轉向，各資產價格風險上升，之後隨政策前景較明確 (即緩步升息)，逐漸回復到較為平靜之水準；不過，07 年中期以後，隨房貸問題逐漸浮出枱面，風險開始擴大。值得注意的是，此時 MBS 價格風險開始明顯超越美國公債，

此對資產管理者頗具意義；因為前述分析可知，MBS 經風險調整後之報酬率一直優於公債，甚至以 B-L 模型來調整最適權重，仍會出現大幅減碼公債並加碼 MBS 之結果；如能將 MBS 風險擴大大事實納入管理考量，對資產管理者之資產配置或可提供更佳的參考依據。

圖10、多變數GARCH(1, 1)估計各資產之變異數



另一方面，以多變數 GARCH，而非單一變數 GARCH 模型分析資料，在於希望能同時估計各變數間的相關程度，此為影響投資組合各資產配置之重要因素。表 7 為以多變數 GARCH 及利用傳統方法所估計之相關係數矩陣比較。

表7、相關係數之比較：一般法(左矩陣)及多變數GARCH(右矩陣)

	UST	MBS	Tips	EuB	SDxy	UST	MBS	Tips	EuB	SDxy
UST	1	0.937	0.803	0.808	0.265	1	0.920	0.715	0.859	0.265
MBS	0.937	1	0.668	0.775	0.258	0.920	1	0.520	0.785	0.258
TIPs	0.803	0.668	1	0.654	0.341	0.715	0.520	1	0.650	0.341
EuB	0.808	0.775	0.654	1	0.269	0.785	0.785	0.650	1	0.269
SDxy	0.265	0.258	0.341	0.269	1	0.265	0.258	0.341	0.269	1

在以傳統歷史資料法及多變數 GARCH 模型，分別得到二者之共變異數矩陣後，再利用前節所述之 B-L 模型來進行最適化權重配置；在給予兩者同樣的觀點下⁷，其結果彙整於表 8。表 8 顯示，無論就 Markowitz 的平均數-變異數最適法 (Mean-Variance Optimization) 但加入禁空限制，或以 B-L 模型而言，因二者之共變異數矩陣不同，最適化權重亦不同，且以多變數 GARCH 所推估之最適化權重，MBS 權重均較低，主要反映歷史資料法較無法即時補捉 08 年初的市場變動。換言之，因 MBS 價格變動機率分配的厚尾現象較公債明顯，因此，資產配置時如將此因素納入考量，權重將因而調整。此外，表 8 亦顯示，TIPs 與其他債券間的相關性將因此方法而降低，較能反映出第壹章所述市場對 TIPs 的觀點。

表8、GARCH與歷史資料法之最適化資產權重比較

	禁止放空		B-L ($\tau=0.1$)	
	一般	GARCH	一般	GARCH
UST	0%	0%	17.9%	32.6%
MBS	66.0%	21.2%	52.7%	25.4%
TIPS	6.5%	51.3%	0.0%	9.6%
EUB	18.5%	14.7%	23.2%	22.0%
SDXY	9.0%	12.8%	6.2%	10.5%
投資組合報酬率	4.75%	5.25%	4.44%	4.90%
夏普比值	1.388	1.148	1.308	1.326

樣本期間：2004年1月2日至2008年7月11日之週變動率

⁷ 所用觀點與前節所用觀點並不相同 (即 P 與 q 矩陣均不相同); 此處目的為比較以傳統歷史資料法與多變數 GARCH 之差異，故對資產報酬直接給予某數值。其中，美債為 4.5%，歐債+30bp，MBS+50bp，而 TIPs-15bp，且 S-DXY 為 4%。

五、結論與建議

本章透過與本行資產管理關聯度頗高之五項資產類別來探討資產管理實務，此五項資產類別分別為美國公債、房貸抵押債券 (MBS)、抗通膨或通膨連動債券 (TIPS)、歐洲公債及其他非美元資產，實際上即為外匯存底最主要資產類別。本章概略討論Markowitz的平均數-變異數最適化方法之應用與相關問題，並以Black-Litterman模型討論如何修正前者所存在權重過於集中之問題；最後，並以多變數GARCH計量方法重新估計Lehman Brothers倒閉前約5年期間之共變異數矩陣，並略述此方法對最適化權重的影響。

Black-Litterman模型可改善權重過度集中，且最適權重在不同期間下將有極大的不同等問題；此外，由於B-L模型可加入管理者對未來資產報酬率之預期及其對市場是否處於均衡之信心程度，有利管理者調整其資產配置。雖然此模型對管理者之預測及對市場之不確定性仍頗為敏感，加上個人在權衡未來觀點或不確定性時，仍有其客觀性之依據及如何量化等相關問題，但整體而言，B-L模型仍具有實務上參考價值，有助於資產管理者檢討並分析個人觀點及績效。

多次的金融事件顯示，金融資產價格變動的厚尾現象為資產配置時不應輕忽的問題；本章最後對如何衡量此類風險及其對資產配置的影響，做概略式介紹及討論，並顯示如能

對資產價格變動率之厚尾風險加以適當估測，將有助管理者修正適時修正某些資產權重；實務上，對此一議題仍應進行更深入的分析。此外，本章並未評估不同模型之實際績效，此或可用事後實際數值來加以驗證，但實務上涉及如何衡量事前管理者之觀點或信心等問題，此亦有待進一步探討。

本章報告介紹了兩個實務上可用的計量方法以進行資產管理，其主要目的在於建立基本模型。事實上，資產管理者在透過模型建立及各項演算或模擬後，將可查覺到不同資產價格間之相關性，實際上係反映市場相同因素的變動所致；例如，TIPs之表現與通膨及實質利率有關，而非美元部位亦具有反映美元貶值或購買力受質疑之通膨預期因素；同時，實質利率及殖利率曲線型態與經濟景氣循環間，均存在一定關聯性。基此，建立適當模型找出各資產類別之基準權重，仍應配合能將資產價格變動與其他（總體或個體）因素連結的適當模型，才能了解相關因素對資產價格及風險之影響。對資產管理者而言，將個別資產權重之調整連結到總體經濟變數，較能反映經濟直覺及政策變動之影響，有利於管理者分析其所承擔價格風險之實際來源，並了解或檢討個人觀點與長期績效間之關聯性。

參考文獻

Black, F. and Litterman, R. (1990), “Asset Allocation: Combining Investors Views with Market Equilibrium,” Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Company, September, 7-18.

Black, F. and Litterman, R. (1992), “Global Portfolio Optimization,” Financial Analysts Journal, September/October, 28-43.

Deacon, Mark, Andrew Derry, and Dariush Mirfendereski (2004), “Inflation-indexed securities Bonds, Swaps & Other Derivatives” , 2nd Edition, John Wiley & Sons

Engle, R.F. and K. Kroner (1995), “Multivariate Simultaneous GARCH,” *Econometric Theory*, 11, 122-150.

Litterman R. and the Quantitative Resources Group (2003), “Modern Investment Management,” Goldman Sachs Asset Management, Wiley & Sons

Markowitz, H. (1952), “Portfolio Selection,” Journal of Finance, March, 77-91.

Mihir Worah (2010), “Inflation Outlook and Hedging Strategies,” PIMCO Institute.

Ramin Toloui, (2010), “Customizing Asset Allocation Benchmarks for International Reserve Portfolios,” PIMCO Institute.