

出國報告（出國類別：進修）

赴英國曼徹斯特大學進修高階控制與系
統工程碩士學位

服務機關：台灣電力公司 台中發電廠

姓名職稱：吳建興 儀電工程師

派赴國家：英國

出國期間：97. 8. 23~98. 12. 24

報告日期：99. 2. 23

行政院及所屬各機關出國報告提要

出國報告名稱：赴英國曼徹斯特大學進修高階控制與系統工程碩士學位

頁數 105 含附件：是否

出國計畫主辦機關/聯絡人/電話：台灣電力公司/陳德隆/2366-7685

出國人員姓名/服務機關/單位/職稱/電話：

吳建興/台灣電力公司/台中發電廠/儀電工程師/(04)26302123

出國類別：1 考察2 進修3 研究4 實習5 其他

出國期間：97年8月23日至98年12月24日 出國地區：英國

報告日期：99年2月23日

分類號/目：

關鍵詞：適應控制、最佳化、系統辨識、FOPDT 模型、ARMAX 模型、
濾波器、IMC 控制、PI 控制器、自動調整系統

內容摘要：(二百至三百字)

首先說明出國進修的緣由與目的，並對獲得的支持與協助表達感謝之意。其次描述出國進修的過程，介紹學校的發展歷史、進修課程的架構與內容等。接下來，說明專題研究與論文寫作，學校指派的題目為「應用適應控制的引擎最佳化調整方法」，報告內容包括專題研究採用的方法、製程模型與控制器、離線系統識別、內部模型控制、類即時自動調整系統等；此處詳細說明在研究中發展出來的離線與在線系統，並找出可以通用於單迴路控制的自動調整方法。隨後報告出國期間所遭遇之困難與特殊事項。最後為心得與感想及建議。

本文電子檔已傳至出國報告資訊網(<http://open.nat.gov.tw/reportwork>)

目錄

圖目錄.....	3
表目錄.....	5
1. 出國緣由與目的.....	6
1.1 緣由.....	6
1.2 目的.....	6
1.3 致謝.....	6
2. 過程.....	7
2.1 出國、進修及返國行程.....	7
2.2 學校簡介.....	7
2.3 課程內容簡介.....	8
3. 專題研究及論文.....	11
3.1 摘要、縮寫及符號.....	12
3.1.1 摘要.....	12
3.1.2 縮寫.....	13
3.1.3 符號.....	14
3.2 緒論.....	15
3.2.1 現有製程控制的問題.....	15
3.2.2 目的及效益.....	15
3.3 專題研究採用的方法.....	17
3.3.1 適應控制方案.....	17
3.3.2 模型參數的估算與驗證方法.....	17
3.3.3 自動調整系統的架構.....	18
3.4 製程模型與控制器.....	19
3.4.1 FOPDT 模型架構.....	19
3.4.2 近似的 FOPDT 模型.....	20
3.4.3 閉迴路控制系統.....	21
3.4.4 PI 及 PID 控制器.....	22
3.4.5 閉迴路轉移函數.....	23
3.4.6 Routh-Hurwitz 穩定度分析.....	25
3.4.7 步級響應.....	26
3.4.8 前置控制.....	28
3.5 離線系統識別.....	32
3.5.1 實驗資料.....	32

3.5.2	雜訊分析.....	35
3.5.3	前置濾波器.....	39
3.5.4	時間延遲估算.....	44
3.5.5	頻譜分析(Spectral Analysis).....	46
3.5.6	候選模型架構.....	48
3.5.7	模型參數估算.....	51
3.5.8	效能指標.....	52
3.5.9	離線模型估算的結果.....	53
3.5.10	模型驗證.....	58
3.5.11	比較贊助商先前研究與本次研究的模型參數.....	61
3.5.12	受控設備的偏差值(Offset).....	61
3.6	內部模型控制.....	63
3.6.1	理想的內部模型控制.....	63
3.6.2	濾波的內部模型控制.....	64
3.6.3	不可倒置受控設備模型的內部模型控制.....	65
3.6.4	應用 IMC 到一般的控制迴路.....	66
3.6.5	FOPDT 模型的內部模型控制.....	66
3.6.6	內部模型控制的穩定裕度.....	68
3.6.7	成本函數.....	73
3.6.8	效能評估.....	75
3.7	類即時自動調整系統.....	82
3.7.1	實作的概念.....	82
3.7.2	控制器通訊介面.....	84
3.7.3	決定操作點.....	85
3.7.4	遞迴系統識別.....	86
3.7.5	控制參數的調整.....	93
3.7.6	受控設備及控制器的模擬.....	93
3.7.7	收斂時間的評估.....	98
3.7.8	以實際實驗資料測試自動調整系統.....	98
3.8	結論.....	101
4.	出國期間所遭遇之困難與特殊事項.....	102
5.	心得與感想及建議.....	103
5.1	心得與感想.....	103
5.2	建議.....	103
6.	參考資料.....	104

圖目錄

圖 2.2-1: 英國曼徹斯特大學校徽	7
圖 3.3-1: 專題研究的適應控制方案	17
圖 3.3-2: 模型參數的估算與驗證方法	18
圖 3.3-3: 自動調整系統的架構	18
圖 3.4-1: FOPDT 受控設備的單位步級響應	20
圖 3.4-2: 典型的閉迴路系統方塊圖	22
圖 3.4-3: 典型有前置控制設計的閉迴路系統方塊圖	29
圖 3.5-1: 操作點 1 的實驗資料	34
圖 3.5-2: 操作點 2 的實驗資料	35
圖 3.5-3: 5 階 BUTTERWORTH 低通濾波器的波德圖與步級響應	43
圖 3.5-4: 操作點 1 受控設備輸入與輸出的互關聯	45
圖 3.5-5: 操作點 1 的頻譜分析	47
圖 3.5-6: 操作點 2 的頻譜分析	47
圖 3.5-7: 操作點 1 估算模型的模擬輸出	54
圖 3.5-8: 操作點 1 估算模型的誤差分析	55
圖 3.5-9: 操作點 1 的 ARMAX 估算模型殘數分析	55
圖 3.5-10: 操作點 2 估算模型的模擬輸出	57
圖 3.5-11: 操作點 2 估算模型的誤差分析	57
圖 3.5-12: 操作點 2 的 ARMAX 估算模型殘數分析	58
圖 3.5-13: 操作點 1 的 ZR_V1 資料估算模型模擬輸出	59
圖 3.5-14: 操作點 1 的 ZR_V1 資料估算模型誤差分析	59
圖 3.5-15: 操作點 1 的 ZR_V2 資料估算模型模擬輸出	60
圖 3.5-16: 操作點 1 的 ZR_V2 資料估算模型誤差分析	60
圖 3.6-1: 內部模型控制系統方塊圖	63
圖 3.6-2: 應用內部模型控制的閉迴路方塊圖	66
圖 3.6-3: 操作點 1 的步級響應	77
圖 3.6-4: 操作點 5 的步級響應	79
圖 3.6-5: 操作點 6 的步級響應	80
圖 3.7-1: 自動調整系統的作業流程	83
圖 3.7-2: 決定操作點的作業流程	85
圖 3.7-3: 5 階 BUTTERWORTH 帶通濾波器的波德圖及步級響應	87
圖 3.7-4: 選擇時間延遲的作業流程	90
圖 3.7-5: 估算模型參數的分類作業流程	91
圖 3.7-6: 自動調整系統含受控設備偏差值的模擬結果	95
圖 3.7-7: 自動調整系統不含受控設備偏差值的模擬結果	97

圖 3.7-8: 自動調整系統搭配實驗資料的測試結果.....99

表目錄

表 2.1-1: 出國、進修及返國行程	7
表 2.3-1: 高階控制與系統工程碩士課程內容	8
表 3.5-1: 離線系統識別使用的信號	32
表 3.5-2: 時間常數及取樣時間	33
表 3.5-3: 操作點 1 輸出信號的統計振幅特性	38
表 3.5-4: 操作點 2 輸出信號的統計振幅特性	39
表 3.5-5: 估算模型參數受低通濾波器階數影響的程度	43
表 3.5-6: 估算模型參數受低通濾波器截止頻率影響的程度	44
表 3.5-7: 操作點 1 估算模型的效能	54
表 3.5-8: 操作點 2 估算模型的效能	56
表 3.5-9: 前研究與本研究的均方根誤差值	61
表 3.6-1: PI 控制調整法的方程式	76
表 3.6-2: 時域性能指標	76
表 3.6-3: 頻域性能指標	76
表 3.6-4: 操作點 1 的控制器參數及時域性能指標	78
表 3.6-5: 操作點 1 的頻域性能指標	78
表 3.6-6: 操作點 5 的控制器參數及時域性能指標	79
表 3.6-7: 操作點 5 的頻域性能指標	79
表 3.6-8: 操作點 6 的控制器參數及時域性能指標	81
表 3.6-9: 操作點 6 的頻域性能指標	81
表 3.7-1: 遺忘因子與記憶時間常數	89
表 3.7-2: 自動調整系統含受控設備偏差值的模擬結果	96
表 3.7-3: 自動調整系統不含受控設備偏差值的模擬結果	96
表 3.7-4: 遞迴系統辨識的部份結果	100

1. 出國緣由與目的

1.1 緣由

台中發電廠成立至今已逾二十年，機組由四部機、八部機增加到十部機的規模，設備的控制方法與策略從建廠至今未有重大的改變；但是現代控制技術的發展日新月異，應有適合的新技術可以應用在電廠的製程，能夠改善效能並增加穩定度，因此有進修學習先進控制技術的想法。

適逢公司的「菁英留學計畫推動方案」正在執行中，因此萌生出國進修的念頭，遂與長官、同事與家人討論並獲得支持，經過電廠長官的推薦及總處長官的評選，有幸獲得公司的贊助出國進修碩士學位。

1.2 目的

學習高階控制與系統工程相關理論與實務，如系統模型分析與識別、控制策略與邏輯改善、控制參數調整與優化、及故障診斷與穩定度提升等技術，以期能應用在電廠的製程，並改善效能及提升穩定度。

1.3 致謝

感謝公司及電廠長官與同事的支持與鼓勵，並在出國進修的過程中給予本人必要的協助，否則無法完成這項任務，順利地獲得學位。

2. 過程

2.1 出國、進修及返國行程

時間	地點	工作概要
民國 97 年 8 月 23 日 至 西元 2008 年 8 月 24 日	台灣 桃園國際機場→ 泰國 曼谷 蘇凡納布機場→ 荷蘭 阿姆斯特丹 史基普機場→ 英國 曼徹斯特國際機場	去程 (台北→曼徹斯特)
西元 2008 年 8 月 24 日 至 西元 2009 年 12 月 23 日	英國 曼徹斯特大學	進修碩士學位
西元 2009 年 12 月 23 日 至 民國 98 年 12 月 24 日	英國 曼徹斯特→ 英國 倫敦 Euston 火車站→ 英國 倫敦 希斯羅機場→ 泰國 曼谷 蘇凡納布機場→ 台灣 桃園國際機場	回程 (曼徹斯特→台北)

表 2.1-1: 出國、進修及返國行程

2.2 學校簡介

英國曼徹斯特大學(MU, The University of Manchester)具有悠久的發展歷史，位於工業革命的發源地曼徹斯特市，由曼徹斯特科技大學(UMIST, University of Manchester Institute of Science and Technology)及維多利亞曼徹斯特大學(VUM, Victoria University of Manchester)於西元 2004 年合併而成。[1]

曼徹斯特科技大學的前身為曼徹斯特工商界於西元 1824 年成立的曼徹斯特機械學院(Manchester Mechanics' Institute)，而維多利亞曼徹斯特大學則是由紡織商人約翰歐文(John Owens)於西元 1846 年成立的歐文學院(Owens College)發展而來。兩個學校長久以來就有密切的合作，合併後成為當今英國單一校址規模最大的大學，其校徽如圖 2.2-1 所示。



圖 2.2-1: 英國曼徹斯特大學校徽

根據上海交通大學出版西元 2008 年世界大學學術排名(ARWU, Academic Ranking of World Universities), 英國曼徹斯特大學位居全世界第 40 名、歐洲第 6 名及英國第 5 名, 在大學發展史中有 23 位諾貝爾獎得主曾在此任職或進修, 不論在研究或在教學上都有相當好的成就[2]。

2.3 課程內容簡介

曼徹斯特大學電機電子學院(School of Electrical and Electronic Engineering)控制系統組(Control System Group)的高階控制與系統工程(Advanced Control and Systems Engineering) 碩士課程內容如表 2.3-1 所示, 簡要說明如下。

項次	學期	課程名稱	學分
a	1	控制系統基礎及模型化 Control Fundamentals and Modelling	15
b	1	線性、最佳化及多變數控制 Linear, Optimal and Multivariable Control	15
c	1	系統識別 System Identification	15
d	1	電腦基礎控制與應用 Computer-Based Control with Applications	15
e	2	非線性及適應控制 Nonlinear and Adaptive Control Systems	15
f	2	控制系統選修 Control Systems Options	15
g	2	專題研究可行性評估 Project Feasibility Study	15
h	3	專題研究及論文寫作 Project Study and Dissertation	75

表 2.3-1: 高階控制與系統工程碩士課程內容

a. 控制系統基礎及模型化(Control Fundamentals and Modelling)

由 Hong Wang 教授授課, 主要內容包括傳統控制理論、開迴路與閉迴路控制結構分析、比例積分微分控制器、領先滯候補償器、飽和現象對控制的影響、時域及頻域分析與設計、穩定性分析與設計、電氣及機械系統數學模型等。

b. 線性、最佳化及多變數控制(Linear, Optimal and Multivariable Control)

由 Barry Lennox 教授授課，主要內容包括現代控制理論、多變數及狀態空間的表示法、可控制性及可觀察性、多變數系統的極點與零點、狀態與輸出回授和極點置換、LQG/LQR 線性最佳化控制器等。

c. 系統識別(System Identification)

由 Martin Brown 博士授課，主要內容包括系統識別理論、實驗的設計與數據的處理、參數識別法與非參數識別法、不同系統的數學模型、最小平方法的參數估算、參數最佳化、線上及離線參數識別、自動調整技術等。

d. 電腦基礎控制與應用(Computer-Based Control with Applications)

由 William Heath 博士講授理論課程，主要內容包括取樣理論及 Z 轉換、逆向移位運算子、零階保持、離散時間系統的表示法、數位 PID 控制、頻域分析、最佳控制等；另外由 Puya Afshar 博士指導實驗課程。

e. 非線性及適應控制(Nonlinear and Adaptive Control Systems)

由 Zhengtao Ding 博士授課，主要內容包括非線性對系統的影響、降低非線性的效應、相位平面法在二階非線性系統的應用、描述函數法預測非線性系統的回授行為、應用 Lyapunov 函數分析非線性系統穩定性、特定非線性系統 Backstepping 設計技術、適應方案的強固性、非線性不確定系統的適應控制設計等。

f. 控制系統選修(Control Systems Options)

由 5 種選修課程中選擇 3 種修課，此外也旁聽另外 2 種未選修的課程。

1. 選修 1：進階工業控制(Enhanced Process Control)

由 Barry Lennox 教授授課，主要內容包括 PID 控制的限制、進階控制、延遲補償、內部模型控制、多變數系統識別、統計推理等。

2. 選修 2：模糊邏輯控制(Fuzzy Logic Control)

由 Timofei Breikin 博士授課，主要內容包括模糊邏輯數學、模糊邏輯系統、模糊邏輯應用、進化演算等。

3. 選修 3：工業控制系統(Industrial Control Systems)

由 Ognjen Marjanovic 博士授課，主要內容包括工業製程控制簡介、階層式控制系統架構、連續擾動反應槽控制、蒸餾塔控制、製程最佳化、可程式控制器、模型預測控制等。

4. 旁聽 1：強固控制(Robust Control)

由 Alexander Lanzon 博士授課，主要內容包括向量與矩陣的定義及屬性、動態系統及其運算與最小狀態空間實現法、轉移函數空間與不確定性結構、與強固控制相關的定理等。

5. 旁聽 2：故障偵測與診斷(Fault Detection and Diagnosis)

由 Timofei Breikin 博士授課，主要內容包括基礎知識、故障偵測方法、故障診斷方法、實例介紹等。

g. 專題研究可行性評估(Project Feasibility Study)

在實際進行專題研究前，先對研究題目進行初步的瞭解，尋找與研究題目相關的資料，規劃研究內容與範圍，訂定研究計畫與進度，與指導老師、贊助商及相關人員討論，提出書面報告，並對考試委員會指派的評審老師進行簡報。

詳細研究內容請參閱本報告第 3 章。

3. 專題研究及論文

專題研究題目經曼徹斯特大學電機電子學院控制系統研究組之考試委員會(Examiner Board)會議指派為「應用適應控制的引擎最佳化調整方法」(Optimised Engine Tuning: an Adaptive Control Approach)。

本研究由 AVL Powertrain UK Ltd.公司贊助，由曼徹斯特大學 Alexander Lanzon 博士及 AVL Powertrain UK Ltd.公司 Stelios Karagiorgis 博士指導，並有 AVL Powertrain UK Ltd.公司 Umut Genc 博士、Javier Villegas 博士及 Robert Tafner 先生在研究經費、設備及控制技術的支援，在此致謝。

因研究計畫贊助商要求對該產業相關的部份內容保密，且為方便將研究成果應用於電廠製程，本報告除略過部份敏感內容，並已將原論文中該產業的專用詞彙轉換為一般工業或電廠製程控制用相關詞彙。

3.1 摘要、縮寫及符號

3.1.1 摘要

一般工業製程是由複雜的設備及反應所組成，具有時變(Time Varying)的動態特性(Dynamics)，其控制參數必須經常的調整，以確保製程的效能。

首先，從贊助商所提供的實驗資料中識別數學模型，以瞭解受控設備的特性。其次，運用基於內部模型控制(IMC, Internal Model Control)的方法進行製程控制迴路的調整。最後，發展出在線類即時自動調整系統(Online Quasi- Real Time Automatic Tuning System)擷取製程運轉資料，進行預處理及模型識別，調整比例積分控制器(PI Controller)參數，或視情況模擬受控設備與控制器，並搭配實驗資料進行測試。

研究中採用 5 階 Butterworth 帶通濾波器去除高頻雜訊及時變偏差值(Offset)，由於濾波器有較長的時間常數，使得受控設備的數學模型難以即時識別，故加入移動視窗及磁滯效應以計算近似的模型參數。研究中發現模型識別收斂時間與帶通濾波器的時間常數、模型參數的品質、及偏差值的大小呈指數的關係。

3.1.2 縮寫

ARMAX	Auto- Regressive Moving Average model with eXogenous inputs 外源輸入自動回歸移動平均模型
ELS	Extended Least Square method 擴充最小平方法
FOPDT	First-Order Plus Dead Time 一階帶延遲模型
IMC	Internal Model Control 內部模型控制
MIMO	Multiple Input Multiple Output 多輸入多輸出
PEM	Prediction Error Minimising method 預測誤差最小化法
PI, PID	Proportional Integral Control, Proportional Integral Derivative Control 比例積分控制，比例積分微分控制
RML	Recursive Maximum Likelihood method 遞回最大相似法
SISO	Single Input Single Output 單輸入單輸出

3.1.3 符號

C	控制器 (Controller)
D	干擾 (Disturbance)
E, e	追蹤誤差、誤差 (Controller tracking error, error)
F	頻率，以 Hz 為單位 (Frequency in Hertz)
G	受控設備 (Plant)
H	回授 (Feedback)
J	成本函數 (Cost function)
K	受控設備的穩態增益 (Plant steady-state gain)
K_D	控制器的微分控制增益 (Controller derivative gain)
K_I	控制器的積分控制增益 (Controller integral gain)
K_P	控制器的比例控制增益 (Controller proportional gain)
L	受控設備的輸入延遲 (Plant input dead time)
N, n	數值 (Number)
P, p	前置控制 (Pre-control)
PF, pf	前置濾波器 (Pre-filter)
R, r	參考輸入 (Reference input)
T	受控設備時間常數 (Plant time constant)
t	時間 (Time)
T_I	控制器的積分控制時間 (Controller integral time)
T_D	控制器的微分控制時間 (Controller derivative time)
u, u_f	受控設備的輸入、已濾波的輸入 (Plant input, filtered plant input)
X, x	雜訊 (Noise)
y, y_f	受控設備的輸出、已濾波的輸出 (Plant output, filtered plant output)
γ	低通濾波器的階數 (The order of the low-pass filter)
τ	控制能力比 (Controllability ratio)
ω	頻率，以角速度為單位 (Frequency in rad/s)

3.2 緒論

3.2.1 現有製程控制的問題

一般工業製程的受控設備由許多機械與電氣元件組成，其精確的數學模型應為高階(High Order)非線性(Nonlinear)時變(Time Varying)的多輸入多輸出(MIMO, Multiple Input Multiple Output)系統，包含許多彼此互相關聯的製程變數，因此很難進行分析與設計。實務上，整個製程被細分為許多單輸入單輸出(SISO, Single Input Single Output)控制迴路，個別以簡化的一階帶延遲(FOPDT, First Order Plus Dead Time)模型加以描述，並以比例積分控制器控制。

因為受控設備的非線性特性，其數學模型必須在某些特定的操作點(Operating Point)進行線性化(Linearisation)，以預定增益控制(Gain Scheduling Control)搭配控制參數表取得控制參數。經過簡化的受控設備模型參數會因運轉需求、機械磨損與消耗、元件調校誤差、感測器衰退、不可預期的負載變化、及原料特性的改變等隨時間變化。

儲存在參數表內的控制參數是針對受控設備的非時變(Time Invariant)標稱(Nominal)模型進行最佳化。但是，受控設備時變的本質不僅會使製程的效能衰退，而且有引起超標準排放的風險。為確保製程於生命週期內在可接受的效能及允許的排放標準下運轉，其控制參數必須經常性的調整。

包括受控設備參數改變對製程的影響不夠明確、及調整控制參數的方法不夠直覺等這些實務上的問題一直困擾著製程設計或維護工程師。因此，必須發展一種控制參數調整方法去克服受控設備參數變異所引起的問題。

3.2.2 目的及效益

本計畫研究尋求適當的適應控制方案，自動調整一階帶延遲線性時變模型的比例積分控制參數，確保實際反應軌跡與最佳化的標稱軌跡相近。

其目的為瞭解受控設備的運轉與控制機制、相關的適應控制方法、尋求適當的成本函數

評估效能、應用適應控制調整比例積分控制器、並模擬控制方案。

專題研究所得包括運用適應控制方法控制製程，由實驗資料中離線識別受控設備的數學模型，發展在線類即時自動調整系統進行收集資料、分析資料、識別模型參數、調整控制器參數、模擬受控設備及控制器、並運用實驗資料進行測試。

此外，研究中發現結合增益裕度(Gain Margin)與相位裕度(Phase Margin)的內部模型控制，非常適合運用於控制器的調整；而識別受控設備模型參數的收斂時間與帶通濾波器的安定時間、偏差值的變化及預測參數的品質則是呈現指數關係。

3.3 專題研究採用的方法

3.3.1 適應控制方案

專題研究的適應控制方案如圖 3.3-1 所示。方案中使用專屬的通訊介面軟體橋接控制器與 MATLAB 運算平台，自動調整系統由控制器擷取受控設備的即時運轉資料，對資料進行前置濾波，識別受控設備的模型，判斷模型參數的品質，取得類即時的模型參數，若有標稱模型參數則與之調和，進行控制器參數調整，更新參數表。

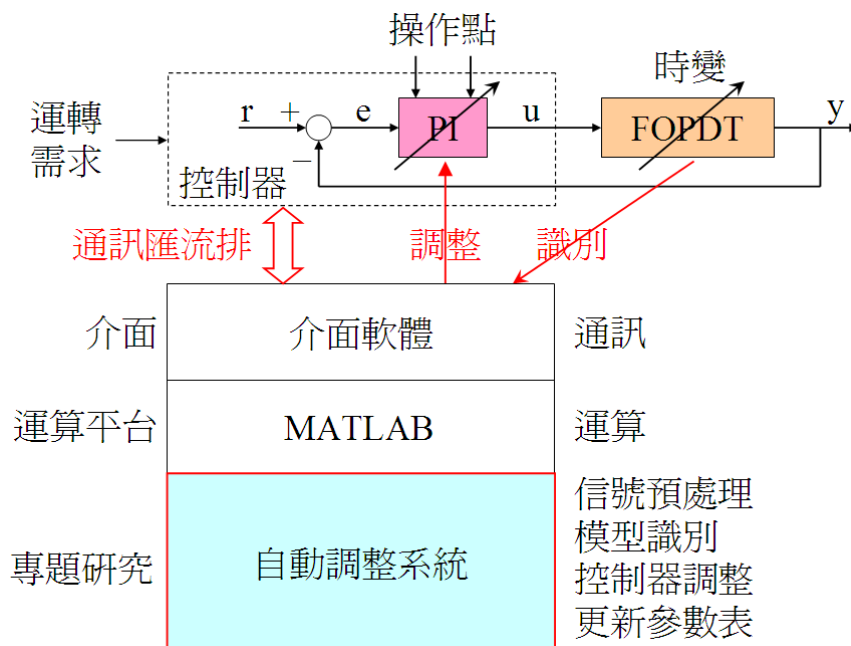


圖 3.3-1: 專題研究的適應控制方案

3.3.2 模型參數的估算與驗證方法

模型參數的估算與驗證方法如圖 3.3-2 所示。首先，實驗記錄資料檔經由通訊介面軟體轉換為 MATLAB 的 .mat 資料檔，使用 MATLAB 的系統識別工具箱決定受控設備特定操作點的誤差類型、模型架構、模型係數和殘數；其次，撰寫離線 MATLAB 程式，識別各操作點的模型係數；最後，透過模擬程序驗證模型參數的正確性。

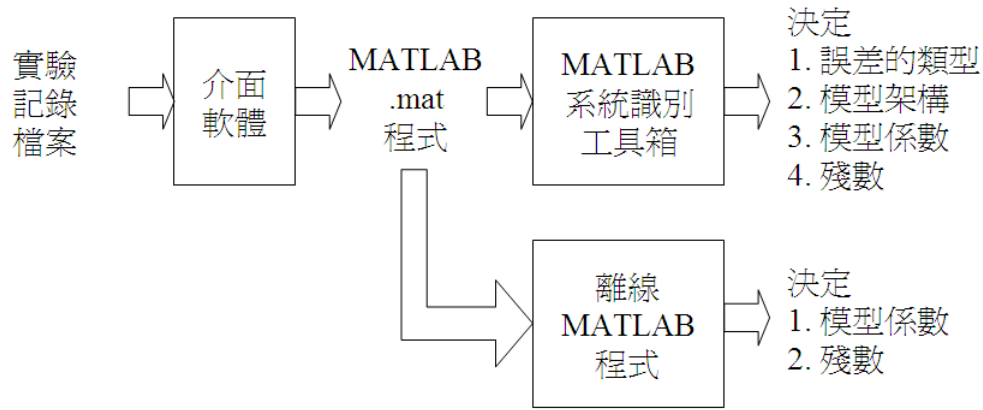


圖 3.3-2: 模型參數的估算與驗證方法

3.3.3 自動調整系統的架構

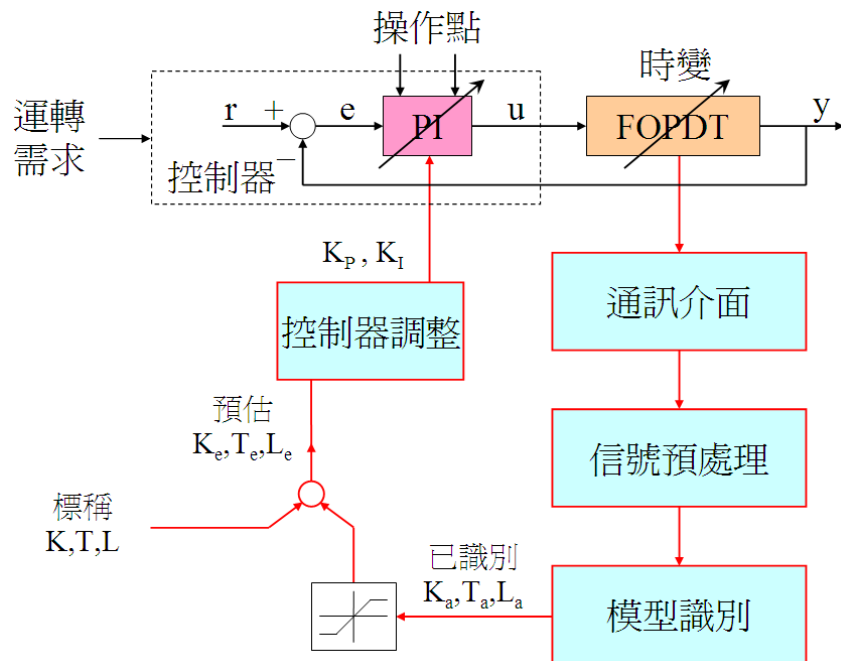


圖 3.3-3: 自動調整系統的架構

自動調整系統的架構如圖 3.3-3 所示。受控設備的輸入及輸出信號透過通訊介面從控制器讀取，經前置濾波去除不需要的成分，使用遞迴系統識別演算法計算時變的估計模型參數，此模型參數經過分類確保正確性並形成累計模型參數。其次，若有標稱模型參數則與累計模型參數合併，並運用基於內部模型控制的調整規則調整控制參數，最後更新控制參數表的參數。

3.4 製程模型與控制器

本章說明製程模型及控制器，並提供後續章節的數學基礎。第 3.4.1 和 3.4.2 節描述 FOPDT 模型和其近似法；第 3.4.3、3.4.4 和 3.4.5 節解釋閉迴路控制系統、PI 及 PID 控制器與閉迴路轉移函數；第 3.4.6 節提供 Routh-Hurwitz 穩定度分析法則；第 3.4.7 節介紹閉迴路的步級響應；第 3.4.8 節說明前置控制信號。

3.4.1 FOPDT 模型架構

控制系統實際的受控設備包含許多實體的元件，大部分都會在製程模型中產生極點 (Pole)。時間常數較短的極點引起較快的反應，時間常數較長的極點則有較慢的反應。綜合這些極點的反應可以用一個主要極點代表其時間常數，用一個時間延遲代表其他次要極點的合成反應[3]。

實務上為降低製程分析與控制器合成的複雜度，受控設備被簡化為線性非時變一階帶延遲的模型，並以方程式(3.4-1)表示。

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls} \quad (3.4-1)$$

其中 $G(s)$ 為受控設備的模型， K 為穩態增益， T 為時間常數， L 為時間延遲。

圖 3.4-1 為一個典型的 FOPDT 模型受控設備的單位步級響應，其穩態增益為 1，時間常數為 2 秒，時間延遲為 3 秒。

控制能力比 (Controllability Ratio) 代表受控設備可以被操控的能力，其定義如方程式 (3.4-2)。

$$\tau = \frac{L}{T+L} \quad (3.4-2)$$

有較高控制能力比的受控設備因為其時間延遲比較長，所以有比較低控制能力比的設備

難控制。

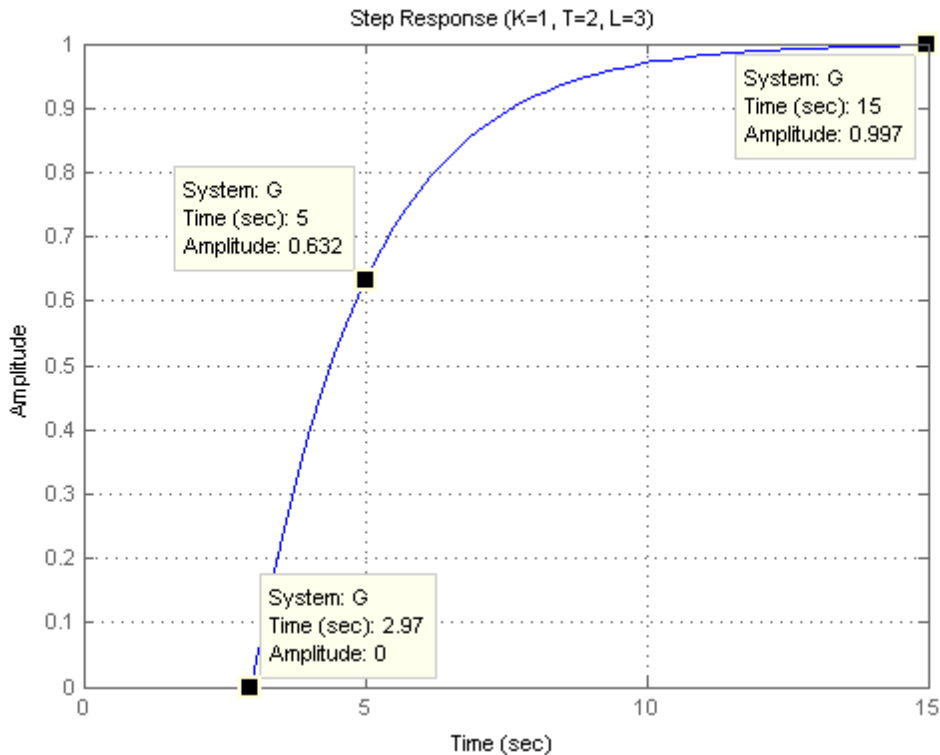


圖 3.4-1: FOPDT 受控設備的單位步級響應

3.4.2 近似的 FOPDT 模型

方程式(3.4-1)因為有代表時間延遲的指數項，所以其 FOPDT 模型很難分析。一般在設計控制系統時，常用泰勒級數和 Padé 展開式消除指數項，這兩種方法各具有相當的近似效果。

Padé 展開式的近似效果通常比泰勒級數展開式好，但是考慮到控制器設計的自由度，泰勒級數展開式近似法通常用於 IMC-PI 控制，而 Padé 展開式近似法則用於 IMC-PID 控制。

a. 泰勒級數展開式近似法

方程式(3.4-3)為一階泰勒級數展開式近似法的通式，其造成的第一個問題為此式導入正

實數零點(Positive Real Zero)，使系統變成非最小相位(Non-minimum Phase)；第二個問題是其近似效果沒有 Padé 展開式近似法好。

$$e^{-Ls} \approx 1 - Ls \quad (3.4-3)$$

把方程式(3.4-3)代入方程式(3.4-1)就可得到一階泰勒級數展開式近似的 FOPDT 模型，其結果如方程式(3.4-4)。

$$G_{Taylor}(s) = \frac{K}{Ts+1} \bullet (1 - Ls) = K \frac{-Ls+1}{Ts+1} = \frac{-\frac{KL}{T}s + \frac{K}{T}}{s + \frac{1}{T}} \quad (3.4-4)$$

b. Padé 展開式近似法

方程式(3.4-5)為 Padé 展開式近似法的通式。如同泰勒級數展開式近似法，Padé 展開式近似法也導入正實數零點，使系統變成非最小相位；另一個問題是 Padé 展開式近似法會使系統的階數增加 1。

$$e^{-Ls} \approx \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s} \quad (3.4-5)$$

把方程式(3.4-5)代入方程式(3.4-1)就可得到一階 Padé 展開式近似的 FOPDT 模型，其結果如方程式(3.4-6)。

$$G_{Pade}(s) = \frac{K}{Ts+1} \bullet \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s} = \frac{-\frac{K}{T}s + \frac{2K}{TL}}{s^2 + \left(\frac{1}{T} + \frac{2}{L}\right)s + \frac{2}{TL}} \quad (3.4-6)$$

3.4.3 閉迴路控制系統

圖 3.4-2 是一個典型閉迴路系統的方塊圖，包含受控設備 $G(s)$ 、控制器 $C(s)$ 、及感測器 $H(s)$ 等 3 個主要部份。

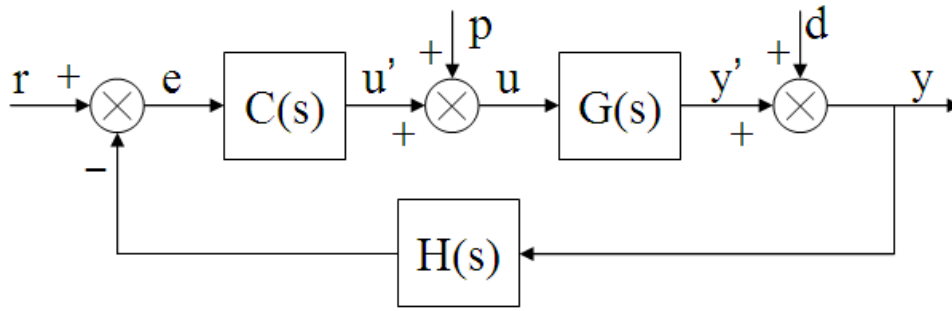


圖 3.4-2: 典型的閉迴路系統方塊圖

其中， r 為參考信號、 e 為追蹤誤差、 u' 為控制器輸出、 p 為前置控制、 u 為受控設備輸入、 y' 為受控設備輸出、 d 為干擾信號、 y 為系統輸出。

參考信號與回授信號的差值為追蹤誤差，控制器 $C(s)$ 接受追蹤誤差產生控制器輸出，操作受控設備 $G(s)$ ，試圖使誤差減小。感測器 $H(s)$ 提供回授信號，且通常具有單位增益 (Unity Gain)。

3.4.4 PI 及 PID 控制器

PI 控制器的轉移函數如方程式(3.4-7)所示。

$$C_{PI}(s) = \frac{U'(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) = \frac{K_P T_I s + K_P}{T_I s} = \frac{K_P s + \frac{K_P}{T_I}}{s} \quad (3.4-7)$$

PID 控制器的轉移函數如方程式(3.4-8)所示。

$$\begin{aligned} C_{PID}(s) &= \frac{U'(s)}{E(s)} \\ &= K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \\ &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = \frac{K_P T_I T_D s^2 + K_P T_I s + K_P}{T_I s} = \frac{K_P T_D s^2 + K_P s + \frac{K_P}{T_I}}{s} \end{aligned} \quad (3.4-8)$$

3.4.5 閉迴路轉移函數

閉迴路系統的受控設備輸出如方程式(3.4-9)，控制器輸出如方程式(3.4-10)，而追蹤誤差如方程式(3.4-11)。

$$Y(s) = \frac{1}{1+C(s)G(s)H(s)}(C(s)G(s)H(s)R(s)+G(s)P(s)+D(s)) \quad (3.4-9)$$

$$U(s) = \frac{1}{1+C(s)G(s)H(s)}(C(s)R(s)+P(s)-C(s)H(s)D(s)) \quad (3.4-10)$$

$$E(s) = \frac{1}{1+C(s)G(s)H(s)}(R(s)-G(s)H(s)P(s)-H(s)D(s)) \quad (3.4-11)$$

若忽略前置控制及干擾信號，分別採用兩種近似法推導閉迴路系統的轉移函數。

a. 泰勒級數展開式近似法

使用一階泰勒級數展開式近似法的受控設備模型，搭配單位增益回授及 PI 控制器控制的系統，其閉迴路轉移函數如方程式(3.4-12)，相關的控制器輸出及追蹤誤差轉移函數如方程式(3.4-13)及(3.4-14)。

$$\begin{aligned} G_{CL,Taylor}(s) &= \frac{Y_{CL,Taylor}(s)}{R(s)} = \frac{K}{T-KK_pL} \cdot \frac{-K_pLs^2 + (K_p - K_I L)s + K_I}{s^2 + \frac{K(K_p - K_I L) + 1}{T - KK_pL}s + \frac{KK_I}{T - KK_pL}} \\ &= \frac{KK_p}{TT_I - KK_pT_I L} \cdot \frac{-T_I Ls^2 + (T_I - L)s + 1}{s^2 + \frac{KK_p(T_I - L) + T_I}{TT_I - KK_pT_I L}s + \frac{KK_p}{TT_I - KK_pT_I L}} \end{aligned} \quad (3.4-12)$$

$$\begin{aligned} \frac{U_{CL,Taylor}(s)}{R(s)} &= \frac{1}{T - KK_pL} \cdot \frac{K_p s + K_I}{s^2 + \frac{K(K_p - K_I L) + 1}{T - KK_pL}s + \frac{KK_I}{T - KK_pL}} \\ &= \frac{K_p}{TT_I - KK_pT_I L} \cdot \frac{T_I s + 1}{s^2 + \frac{KK_p(T_I - L) + T_I}{TT_I - KK_pT_I L}s + \frac{KK_p}{TT_I - KK_pT_I L}} \end{aligned} \quad (3.4-13)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{E_{CL,Taylor}(s)}{R(s)} &= \frac{1}{T - KK_p L} \bullet \frac{1}{s^2 + \frac{K(K_p - K_i L) + 1}{T - KK_p L} s + \frac{KK_i}{T - KK_p L}} \\
 &= \frac{1}{TT_i - KK_p T_i L} \bullet \frac{1}{s^2 + \frac{KK_p(T_i - L) + T_i}{TT_i - KK_p T_i L} s + \frac{KK_p}{TT_i - KK_p T_i L}}
 \end{aligned} \tag{3.4-14}$$

b. Padé 展開式近似法

使用一階 Padé 展開式近似法的受控設備模型，結合單位增益回授及 PI 控制器控制的系統，其閉迴路轉移函數如方程式(3.4-15)，相關的控制器輸出及追蹤誤差轉移函數如方程式(3.4-16)及(3.4-17)。

$$\begin{aligned}
 G_{CL,Padé}(s) &= \frac{Y_{CL,Padé}(s)}{R(s)} \\
 &= \frac{K}{TL - KK_D L} \bullet \frac{-K_D L s^3 + (2K_D - K_p L)s^2 + (2K_D - K_i L)s + 2K_i}{s^3 + \frac{L + 2T + 2KK_D - KK_p L}{TL - KK_D L} s^2 + \frac{2 + 2KK_p - KK_i L}{TL - KK_D L} s + \frac{2KK_i}{TL - KK_D L}} \\
 &= \frac{KK_p}{TT_i L - KK_p T_i T_D L} \bullet \frac{-T_i T_D L s^3 + (2T_i T_D - T_i L)s^2 + (2T_i - L)s + 2}{s^3 + \frac{T_i L + 2TT_i + 2KK_p T_i T_D - KK_p T_i L}{TT_i L - KK_p T_i T_D L} s^2 + \frac{2T_i + 2KK_p T_i - KK_p L}{TT_i L - KK_p T_i T_D L} s + \frac{2KK_p}{TT_i L - KK_p T_i T_D L}}
 \end{aligned} \tag{3.4-15}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{U_{CL,Padé}(s)}{R(s)} &= \frac{1}{TL - KK_D L} \bullet \frac{K_D T L s^4 + (K_D(2T + L) + K_p T L)s^3 + (L + 2K_D + 2K_p T + K_i T L)s^2 + (L + 2T + 2K_i)s + 2K_i}{s^3 + \frac{L + 2T + 2KK_D - KK_p L}{TL - KK_D L} s^2 + \frac{2 + 2KK_p - KK_i L}{TL - KK_D L} s + \frac{2KK_i}{TL - KK_D L}} \\
 &= \frac{K_p}{TT_i L - KK_p T_i T_D L} \bullet \frac{TT_i T_D L s^4 + T_i(TL + T_D(2T + L))s^3 + (K_p T L + T_i(2T + 2T_D + L))s^2 + (2 + T_i(2T + L))s + 2}{s^3 + \frac{T_i L + 2TT_i + 2KK_p T_i T_D - KK_p T_i L}{TT_i L - KK_p T_i T_D L} s^2 + \frac{2T_i + 2KK_p T_i - KK_p L}{TT_i L - KK_p T_i T_D L} s + \frac{2KK_p}{TT_i L - KK_p T_i T_D L}}
 \end{aligned} \tag{3.4-16}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{E_{CL,Padé}(s)}{R(s)} &= \frac{1}{TL - KK_D L} \bullet \\
 &= \frac{TLs^3 + (2T + L)s^2 + s}{s^3 + \frac{L + 2T + 2KK_D - KK_P L}{TL - KK_D L} s^2 + \frac{2 + 2KK_P - KK_I L}{TL - KK_D L} s + \frac{2KK_I}{TL - KK_D L}} \\
 &= \frac{K_P T_I}{TT_I L - KK_P T_I T_D L} \bullet \\
 &= \frac{s(TLs^2 + (2T + L)s + 1)}{s^3 + \frac{T_I L + 2TT_I + 2KK_P T_I T_D - KK_P T_I L}{TT_I L - KK_P T_I T_D L} s^2 + \frac{2T_I + 2KK_P T_I - KK_P L}{TT_I L - KK_P T_I T_D L} s + \frac{2KK_P}{TT_I L - KK_P T_I T_D L}}
 \end{aligned} \tag{3.4-17}$$

3.4.6 Routh-Hurwitz 穩定度分析

a. 泰勒級數展開式近似法

由 Routh-Hurwitz 穩定度準則得知，如方程式(3.4-18)的二階系統若為穩定，則其特性方程式($s^2 + a_1 s + a_2 = 0$)所的所有係數(a_1 及 a_2)必須為正數。

$$G(s) = \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2} \tag{3.4-18}$$

故使用一階泰勒級數展開式近似法所得的閉迴路系統，其穩定的條件如不等式(3.4-19)及(3.4-20)。

$$\frac{KK_I}{T - KK_P L} > 0, \quad \frac{KK_P}{TT_I - KK_P T_I L} > 0 \tag{3.4-19}$$

$$\frac{K(K_P - K_I L) + 1}{T - KK_P L} > 0, \quad \frac{KK_P(T_I - L) + T_I}{TT_I - KK_P T_I L} > 0 \tag{3.4-20}$$

這些條件隱含不等式(3.4-21)及(3.4-22)。

$$K_P < \frac{T}{KL} \tag{3.4-21}$$

$$K_I < \frac{KK_P + 1}{KL}, \quad T_I > \frac{KK_P L}{KK_P + 1} \tag{3.4-22}$$

b. Padé 展開式近似法

由 Routh-Hurwitz 穩定度準則得知，如方程式(3.4-23)的三階系統若為穩定，則其特性方程式($s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3 = 0$)的有係數(a_1 、 a_2 及 a_3)必須為正數，且 $a_1a_2 > a_3$ 。

$$G(s) = \frac{b_0s^3 + b_1s^2 + b_2s + b_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (3.4-23)$$

故使用一階 Padé 展開式近似法所得的閉迴路系統，其穩定的條件如不等式(3.4-24)、(3.4-25)、(3.4-26)及(3.4-27)。

$$\frac{2KK_I}{TL - KK_D L} > 0, \quad \frac{2KK_P}{TT_I L - KK_P T_I T_D L} > 0 \quad (3.4-24)$$

$$\frac{2 + 2KK_P - KK_I L}{TL - KK_D L} > 0, \quad \frac{2T_I + 2KK_P T_I - KK_P L}{TT_I L - KK_P T_I T_D L} > 0 \quad (3.4-25)$$

$$\frac{L + 2T + 2KK_D - KK_P L}{TL - KK_D L} > 0, \quad \frac{T_I L + 2TT_I + 2KK_P T_I T_D - KK_P T_I L}{TT_I L - KK_P T_I T_D L} > 0 \quad (3.4-26)$$

$$\begin{aligned} (L + 2T + 2KK_D - KK_P L)(2 + 2KK_P - KK_I L) &> 2KK_I \\ (T_I L + 2TT_I + 2KK_P T_I T_D - KK_P T_I L)(2T_I + 2KK_P T_I - KK_P L) &> 2KK_P \end{aligned} \quad (3.4-27)$$

這些條件隱含不等式(3.4-28)、(3.4-29)及(3.4-30)。

$$K_D < \frac{T}{K}, \quad K_P T_D < \frac{T}{K} \quad (3.4-28)$$

$$K_I < \frac{2(1 + KK_P)}{KL}, \quad T_I > \frac{KK_P L}{2(1 + KK_P)} \quad (3.4-29)$$

$$K_P > \frac{L + 2T + 2KK_D}{KL}, \quad K_P > \frac{L + 2T}{KL - 2KT_D} \quad (3.4-30)$$

3.4.7 步級響應

a. 泰勒級數展開式近似法

使用一階泰勒級數展開式近似法所得的閉迴路系統，其單位步級響應如方程式(3.4-31)。

$$\begin{aligned}
 Y(s) &= \frac{K}{s(T - KK_pL)} \cdot \frac{-K_pLs^2 + (K_p - K_I L)s + K_I}{s^2 + \frac{K(K_p - K_I L) + 1}{T - KK_pL}s + \frac{KK_I}{T - KK_pL}} \\
 &= \frac{KK_p}{s(TT_I - KK_pT_I L)} \cdot \frac{-T_I Ls^2 + (T_I - L)s + 1}{s^2 + \frac{KK_p(T_I - L) + T_I}{TT_I - KK_pT_I L}s + \frac{KK_p}{TT_I - KK_pT_I L}}
 \end{aligned} \tag{3.4-31}$$

假設系統的極點均為簡單(Simple)無重複，則其單位步級響應可以用如方程式(3.4-32)的通式表示。

$$Y(s) = \frac{b_0s^2 + b_1s + b_2}{s(s^2 + a_1s + a_2)} = \frac{q_0}{s} + \frac{q_1}{s + p_1} + \frac{q_2}{s + p_2} \tag{3.4-32}$$

其中各項係數如方程式(3.4-33)、(3.4-34)、(3.4-35)、(3.4-36)及(3.4-37)。

$$p_1 = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} \tag{3.4-33}$$

$$p_2 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} \tag{3.4-34}$$

$$q_0 = 1 \tag{3.4-35}$$

$$q_1 = \frac{b_0p_1^2 - b_1p_1 + b_2}{-p_1(p_2 - p_1)} \tag{3.4-36}$$

$$q_2 = \frac{b_0p_2^2 - b_1p_2 + b_2}{-p_2(p_1 - p_2)} \tag{3.4-37}$$

其時域(Time Domain)的單位步級響應如方程式(3.4-38)。

$$y(t) = 1 + q_1e^{-p_1t} + q_2e^{-p_2t} \tag{3.4-38}$$

b. Padé 展開式近似法

使用一階 Padé 展開式近似法所得的閉迴路系統，其單位步級響應如方程式(3.4-39)。

$$\begin{aligned}
 Y(s) &= \frac{K}{s(TL - KK_D L)} \cdot \frac{-K_D L s^3 + (2K_D - K_p L)s^2 + (2K_D - K_I L)s + 2K_I}{s^3 + \frac{L + 2T + 2KK_D - KK_p L}{TL - KK_D L} s^2 + \frac{2 + 2KK_p - KK_I L}{TL - KK_D L} s + \frac{2KK_I}{TL - KK_D L}} \\
 &= \frac{KK_p}{s(TT_I L - KK_p T_I T_D L)} \cdot \frac{-T_I T_D L s^3 + (2T_I T_D - T_I L)s^2 + (2T_I - L)s + 2}{s^3 + \frac{T_I L + 2TT_I + 2KK_p T_I T_D - KK_p T_I L}{TT_I L - KK_p T_I T_D L} s^2 + \frac{2T_I + 2KK_p T_I - KK_p L}{TT_I L - KK_p T_I T_D L} s + \frac{2KK_p}{TT_I L - KK_p T_I T_D L}}
 \end{aligned} \quad (3.4-39)$$

假設系統的極點均為簡單無重複，則其單位步級響應可以用如方程式(3.4-40)的通式表示。

$$Y(s) = \frac{b_0 s^3 + b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s(s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3)} = \frac{q_0}{s} + \frac{q_1}{s + p_1} + \frac{q_2}{s + p_2} + \frac{q_3}{s + p_3} \quad (3.4-40)$$

其中各項係數如方程式(3.4-41)、(3.4-42)、(3.4-43)及(3.4-44)。

$$q_0 = 1 \quad (3.4-41)$$

$$q_1 = \frac{-b_0 p_1^3 + b_1 p_1^2 - b_2 p_1 + b_3}{-p_1(p_2 - p_1)(p_3 - p_1)} \quad (3.4-42)$$

$$q_2 = \frac{-b_0 p_2^3 + b_1 p_2^2 - b_2 p_2 + b_3}{-p_2(p_1 - p_2)(p_3 - p_2)} \quad (3.4-43)$$

$$q_3 = \frac{-b_0 p_3^3 + b_1 p_3^2 - b_2 p_3 + b_3}{-p_3(p_1 - p_3)(p_2 - p_3)} \quad (3.4-44)$$

其時域(Time Domain)的單位步級響應如方程式(3.4-45)。

$$y(t) = 1 + q_1 e^{-p_1 t} + q_2 e^{-p_2 t} + q_3 e^{-p_3 t} \quad (3.4-45)$$

3.4.8 前置控制

閉迴路控制中的前置控制信號是一種前導信號，用來改善系統的反應時間，並減緩回授控制器的輸出。經過適當設計的前置控制器由某些程序變數預測受控設備所需的輸入信號，而回授控制器則負責修正前置控制的預測誤差和干擾所造成的影響。對某些設有前置控制的製程而言，在回授信號不可靠時可以取消回授控制。

圖 3.4-3 是典型有前置控制設計的閉迴路系統方塊圖，其中 p 為前置控制信號。

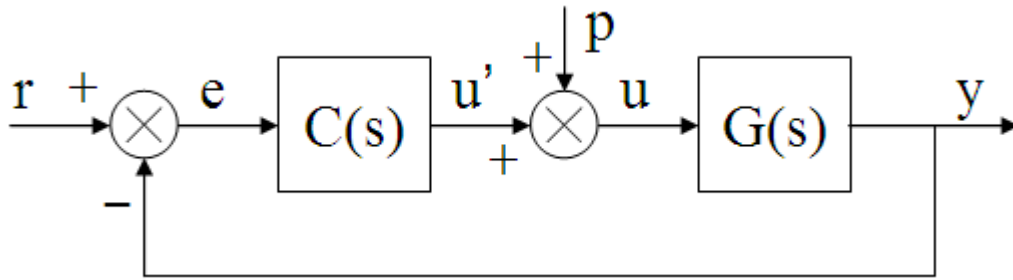


圖 3.4-3: 典型有前置控制設計的閉迴路系統方塊圖

受控設備的輸入等於控制器的輸出加上前置控制信號，以方程式(3.4-46)表示。

$$U(s) = U'(s) + P(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} (C(s)R(s) + P(s)) \quad (3.4-46)$$

若前置信號為零，則回授控制器的輸出就是受控設備的輸入，以方程式(3.4-47)表示。

$$U(s) = U'(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} C(s)R(s) \quad (3.4-47)$$

把 Laplace 轉換的終值定理運用到方程式(3.4-47)就可以求得控制器的穩態輸出，如方程式(3.4-48)所示，此時受控設備的輸入等於控制器的輸出。

$$U_{ss} = U'_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + C(s)G(s)} C(s)R(s) \quad (3.4-48)$$

為減緩回授控制器的動作，穩態的前置控制信號可由穩態的受控設備輸入減去回授控制器的輸出得到，如方程式(3.4-49)所示。

$$P_{ss} = U_{ss} - U'_{ss} \quad (3.4-49)$$

a. PI 控制

把方程式(3.4-1)及(3.4-7)代入方程式(3.4-47)可以得到方程式(3.4-50)，此即為回授控制器的輸出。

$$\begin{aligned}
U'(s) &= \frac{1}{1 + C_{PI}(s)G(s)} C_{PI}(s)R(s) \\
&= \frac{1}{1 + \frac{K_P T_I s + K_P}{T_I s} \bullet \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls}} \bullet \frac{K_P T_I s + K_P}{T_I s} R(s) \\
&= \frac{K_P (Ts + 1)(T_I s + 1)}{s T_I (Ts + 1) + K K_P (T_I s + 1) e^{-Ls}} R(s)
\end{aligned} \tag{3.4-50}$$

運用 Laplace 轉換終值定理到方程式(3.4-50)，可以得到穩態的回授控制器輸出，如方程式(3.4-51)。

$$\begin{aligned}
U'_{SS} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \bullet U'(s) \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} s \bullet \frac{K_P (Ts + 1)(T_I s + 1)}{s T_I (Ts + 1) + K K_P (T_I s + 1) e^{-Ls}} \bullet \frac{R_{SS}}{s} \\
&= \frac{R_{SS}}{K}
\end{aligned} \tag{3.4-51}$$

b. PID 控制

把方程式(3.4-1)及(3.4-8)代入方程式(3.4-47)可以得到方程式(3.4-52)，此即回授控制器的輸出。

$$\begin{aligned}
U'(s) &= \frac{1}{1 + C_{PID}(s)G(s)} C_{PID}(s)R(s) \\
&= \frac{1}{1 + \frac{K_P (T_I T_D s^2 + T_I s + 1)}{T_I s} \bullet \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls}} \bullet \frac{K_P (T_I T_D s^2 + T_I s + 1)}{T_I s} R(s) \\
&= \frac{K_P (Ts + 1)(T_I T_D s^2 + T_I s + 1)}{T_I (Ts + 1)s + K K_P (T_I T_D s^2 + T_I s + 1) e^{-Ls}} R(s)
\end{aligned} \tag{3.4-52}$$

運用 Laplace 轉換終值定理到方程式(3.4-52)，可以得到穩態的回授控制器輸出，如方程式(3.4-53)。

$$\begin{aligned}U'_{SS} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \bullet U'(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \bullet \frac{K_P(Ts+1)(T_I T_D s^2 + T_I s + 1)}{T_I(Ts+1)s + K K_P(T_I T_D s^2 + T_I s + 1)} e^{-Ls} \bullet \frac{R_{SS}}{s} \\ &= \frac{R_{SS}}{K}\end{aligned}\tag{3.4-53}$$

3.5 離線系統識別

本研究計畫採取參數識別法找出受控設備的模型，運用 MATLAB 的系統識別工具箱進行實際的識別程序。參數識別演算法取自[4]，並參考[5]介紹的離線系統識別程序。

第 3.5.1 節檢驗贊助商提供先前的實驗資料檔，以找出實驗的數據、記錄的信號、時間常數及取樣時間等。第 3.5.2 及 3.5.3 節分析雜訊，辨別雜訊的特性，並設計一個 5 階的 Butterworth 低通濾波器去除高頻雜訊。第 3.5.4 節測試 3 種決定受控設備時間延遲的方法。第 3.5.5 節對擷取的資料進行頻率響應模型的分析，找出受控設備的頻譜。

第 3.5.6 及 3.5.7 節說明候選的模型架構及模型參數估算的演算法。第 3.5.8 及 3.5.9 節描述性能指標及離線參數估算的結果。第 3.5.10 及 3.5.11 節進行模型驗證，並比較本研究採用的 ARMAX 模型與贊助商先前估算的參數。第 3.5.12 節討論受控設備的偏差值。

3.5.1 實驗資料

離線系統識別的實驗資料取自贊助商先前另一種自動調整法的研究，贊助商並依據該研究的結果建立了 1 個 SIMULINK 模型，以評估系統識別的結果。

a. 實驗資料檔

實驗資料檔儲存許多信號的記錄，其中表 3.5-1 所列的信號用於離線系統識別。

符號	信號名稱
	操作點信號 1
	操作點信號 2
r	參考信號
y	受控設備輸出信號
u	控制器輸出信號

表 3.5-1: 離線系統識別使用的信號

b. 時間常數及取樣時間

取樣時間相關的數值及粗略估算的時間常數列於表 3.5-2。

符號	數值	說明
T_{S_CAL}	10 ms	實驗資料取樣時間
T_S	20 ms	控制迴路取樣時間
T_{MAX}	0.5 s	受控設備的最大時間常數
T_{MIN}	0.1 s	受控設備的最小時間常數
L_{MAX}	0.15 s	受控設備的最大時間延遲
L_{MIN}	0.05 s	受控設備的最小時間延遲
T_{ID_MIN}	2.65 s	系統識別最短的取樣期間
N_{ID_MIN}	133	系統識別最少的取樣次數
f_S	50 Hz	控制迴路取樣頻率
ω_S	314.1593 rad/s	
f_N	25 Hz	控制迴路 Nyquist 頻率
ω_N	157.0796 rad/s	

表 3.5-2: 時間常數及取樣時間

控制迴路的取樣時間為 20ms，而實驗資料的取樣時間為 10ms。在本研究中，為符合控制迴路的取樣時間，並去除多餘的資料，實驗資料以 20ms 重新取樣。

系統的取樣時間過快會引發許多問題。首先，過短的取樣時間會使系統的極點移向單位圓，並使系統較不穩定 [6]；舉例來說，假設連續時間(Continuous Time)的頻域極點在-1，若取樣時間為 10ms，則離散時間(Discrete Time)的極點在 0.9900，若取樣時間為 20ms，則極點在 0.9802。其次，離散時間計算的截尾誤差會變得更明顯；控制器須要使用更大的字組以提供更高的解析度及更大的記憶體以提供足夠的儲存空間。再者，控制器要用更強大的處理器執行更多次的控制演算。另外，需要更快速的控制網路以負擔更高的資料流量。最後，控制器會消耗更多的能量，產生更多的熱能；這對嵌入式系統可能是個嚴重的問題。

參數識別演算法需要足夠的資料量以進行系統識別，所以模型參數估算的取樣期間對本研究而言相當重要。最短的取樣期間大約是受控設備的安定時間加上時間延遲。以本研究的受控設備而言，一個合理的最短取樣期間為 2.65 秒，其為 5 倍最長時間常數加上最長時間延遲，如方程式(3.5-1)。

$$T_{ID_MIN} = 5T_{MAX} + L_{MAX} = 5 \cdot 0.5 + 0.15 = 2.65 \text{ sec} \quad (3.5-1)$$

模型參數估算的最少的取樣次數為 132.5，進位至 133，如方程式(3.5-2)。

$$N_{ID_MIN} = \frac{T_{ID_MIN}}{T_S} = \frac{2.65}{0.02} = 132.5 \quad (3.5-2)$$

因為短於這個限制的連續資料不足以完成模型參數估算，所以會被捨棄。

c. 實驗資料的抽取

在本研究中，實驗資料的穩態部份用於雜訊分析，實驗資料分為 3 部份，分別用於模型參數估算及 2 次模型參數驗證。

舉例說明，圖 3.5-1 及圖 3.5-2 是兩個操作點的實驗資料，受控設備輸入的中心點大約為 47.67 及 22.65，其振幅為 7；而受控設備輸出的中心點大約為 295 及 915，其擺動的頻率較受控設備的上升時間加上時間延遲快，這對參數系統識別的穩態增益可能會造成問題[3]。

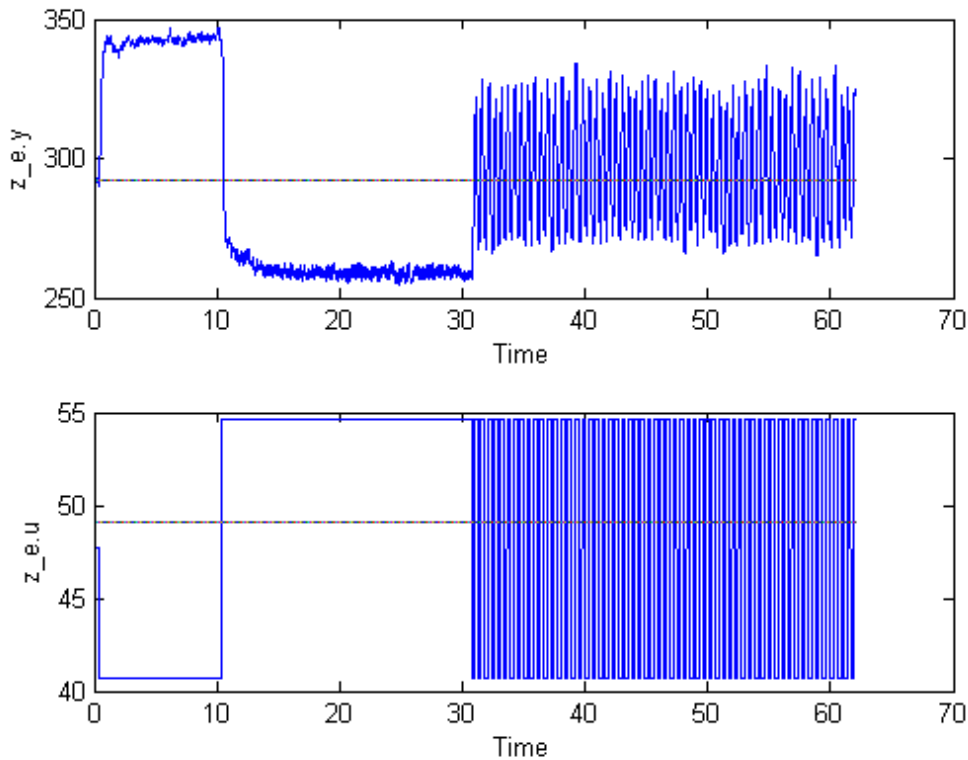


圖 3.5-1: 操作點 1 的實驗資料

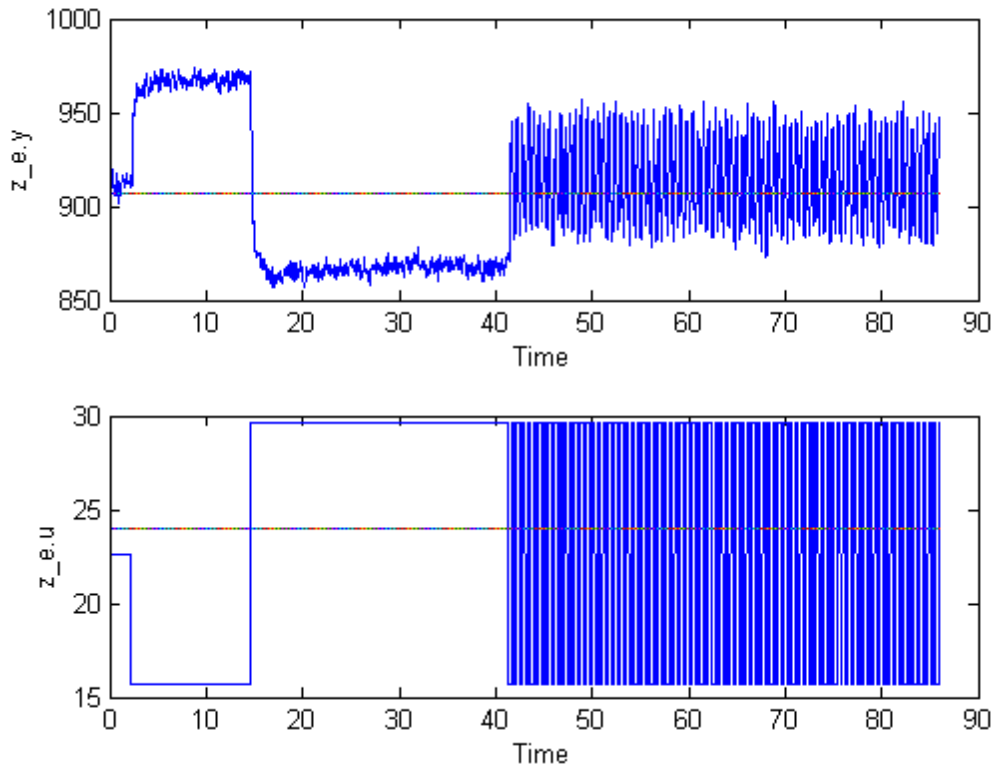


圖 3.5-2: 操作點 2 的實驗資料

3.5.2 雜訊分析

雜訊在參數識別法選擇模型架構時佔有重要的地位，在進行系統識別前必須先確認雜訊的類型。

在贊助商先前的研究中，受控設備最大的時間常數大約為 500ms，最大的時間延遲大約為 150ms，所以輸出大約在 2.65 秒以後就進入穩態。穩態的受控設備輸出信號由實驗資料中抽出進行雜訊分析。

針對前述兩個實驗資料的雜訊分析如下。

a. 統計振幅分析(Statistical Amplitude Analysis)

檢驗受控設備輸出信號振幅的屬性，以識別雜訊的特性 [7]。

受控設備輸出信號的算術平均值代表信號的期望水準，由方程式(3.5-3)計算。

$$y_{MEAN} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k) \quad (3.5-3)$$

均方根值代表信號的平均功率，由方程式(3.5-4)計算。

$$y_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^2(k)} \quad (3.5-4)$$

變異量為算數平均值與均方根值的差異，代表雜訊的功率，由方程式(3.5-5)計算。

$$y_{VAR} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - y_{MEAN})^2 = y_{RMS}^2 - y_{MEAN}^2 \quad (3.5-5)$$

信號雜訊比代表信號的品質，由方程式(3.5-6)計算。

$$y_{SNR} = 10 \text{Log} \frac{y_{RMS}^2}{y_{VAR}} \quad (3.5-6)$$

b. 直方圖(Histogram)

直方圖以相同的間隔顯示信號振幅的分布 [7]，且指出隨機變數估算的機率密度函數 [8, 9]。對雜訊分析而言，直方圖分析顯示受控設備輸出信號的動態範圍和振幅的分布，直條的面積代表雜訊在某一振幅範圍的機率。

c. 自關聯(Autocorrelation)

關聯分析(Correlation analysis)是一種評估兩個信號相依性的方法，自關聯則是關連分析的一種特殊情況，指出信號和其自身時間延遲的相互關係。自關聯顯示信號的重複性，並提供重複衰減率的資訊，由方程式(3.5-7)計算 [10]。

$$R_{xx}(l) = \sum_{n=l}^{N-1} x(n)x^*(n-l) \quad (3.5-7)$$

其中， $R_{xx}(l)$ 為信號在第 l 個取樣時間延遲的自關聯； $x(n)$ 為 $x(t)$ 的第 n 個樣本； $x^*(n-l)$ 為 $x(n)$ 的第 l 個延遲的共軛複數； N 為 $x(n)$ 的樣本數。

信號移除算數平均值的正規化自關聯調整自關聯的最大值到 1，由方程式(3.5-8)計算 [7]。

$$R_{xx}(l) = \frac{\sum_{n=l}^{N-1} x(n)x^*(n-l)}{\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2} \quad (3.5-8)$$

d. 功率頻譜密度(Power Spectral Density)

功率頻譜密度指出信號功率在不同頻率的分布，計算功率頻譜密度的其中一種方法為運用離散傅立葉轉換把時域的信號轉換為頻域，接下來的內容說明使用快速傅立葉轉換估計功率頻譜密度的方法。

由穩態的受控設備輸出信號 $y(t)$ 移除算數平均值得到雜訊 $x(t)$ ，如方程式(3.5-9)。

$$x(t) = y(t) - y_{MEAN} \quad (3.5-9)$$

應用快速傅立葉轉換搭配適當的時域窗序(Windowing Sequence)可以計算雜訊的離散傅立葉轉換 [10]，如方程式(3.5-10)。

$$X_N(\omega) = X_N \left(k \frac{\omega_s}{N} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} x_N(n) e^{-j2\pi\omega n / \omega_s} = \sum_{n=0}^{N-1} x_N(n) W_N^{kn} \quad (3.5-10)$$

其中， N 為雜訊 $x(t)$ 的樣本數， $x_N(n)$ 為取樣過的 $x(t)$ ， W_N 為旋轉因子(Twiddle Factor)，如方程式(3.5-11)。

$$W_N = e^{-j2\pi / N} \quad (3.5-11)$$

由帕西瓦關係式(Parseval's Relation)得知，若信號包含有限能量，則時域能量與頻域的能量相等 [7, 10]，如方程式(3.5-12)。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |X(\omega)|^2 d\omega \quad (3.5-12)$$

此估算的功率頻譜密度稱為週期圖(Periodogram)，且定義為該信號傅立葉轉換的平方 [7, 10]，如方程式(3.5-13)。

$$\hat{P}_{xx}(\omega) = \frac{1}{N} |X(\omega)|^2 \quad (3.5-13)$$

單邊經取樣頻率正規化的雜訊功率頻譜可由選擇完整的週期圖的前半部，並對除了 0 及取樣頻率中心的 Nyquist 頻率外其他頻率的功率加倍計算 [11]，如方程式(3.5-14)。

$$\hat{P}_{xx}\left(k \frac{\omega_s}{N}\right) = \begin{cases} \frac{2 \left| X\left(k \frac{\omega_s}{N}\right) \right|^2}{\omega_s N}, & \text{for } k = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{N-1}{2} \right\rfloor \\ \frac{\left| X\left(k \frac{\omega_s}{N}\right) \right|^2}{\omega_s N}, & \text{for } k = 0 \text{ and } \left\lfloor \frac{N+1}{2} \right\rfloor \end{cases} \quad (3.5-14)$$

e. 操作點 1 的雜訊分析

操作點 1 輸出信號的統計振幅特性經過計算，列於表 3.5-3。因為第 1 部份的變異量與第 2 部份不同，故此系統可歸類為適用 ARMAX 模型。

符號	說明	數值	單位
x1_mean	受控設備輸出第 1 部份的算數平均值	342.4065	略
x1_rms	受控設備輸出第 1 部份的均方根值	342.4082	略
x1_var	受控設備輸出第 1 部份的變異量	1.1488	略
x1_snr	受控設備輸出第 1 部份的信號雜訊比	50.0885	dB
x2_mean	受控設備輸出第 2 部份的算數平均值	259.0487	略
x2_rms	受控設備輸出第 2 部份的均方根值	259.0533	略
x2_var	受控設備輸出第 2 部份的變異量	2.4065	略
x2_snr	受控設備輸出第 2 部份的信號雜訊比	44.4538	dB

表 3.5-3: 操作點 1 輸出信號的統計振幅特性

f. 操作點 2 的雜訊分析

操作點 2 輸出信號的統計振幅特性經過計算，列於表 3.5-3，其中操作點 2 的變異量較操作點 1 高。因為第 1 部份的變異量與第 2 部份不同，故此系統可歸類為適用 ARMAX 模型。

符號	說明	數值	單位
x1_mean	受控設備輸出第 1 部份的算數平均值	967.4347	略
x1_rms	受控設備輸出第 1 部份的均方根值	967.4381	略
x1_var	受控設備輸出第 1 部份的變異量	6.7016	略
x1_snr	受控設備輸出第 1 部份的信號雜訊比	51.4507	dB
x2_mean	受控設備輸出第 2 部份的算數平均值	867.8637	略
x2_rms	受控設備輸出第 2 部份的均方根值	867.8685	略
x2_var	受控設備輸出第 2 部份的變異量	8.3371	略
x2_snr	受控設備輸出第 2 部份的信號雜訊比	49.5589	dB

表 3.5-4: 操作點 2 輸出信號的統計振幅特性

3.5.3 前置濾波器

因為 Butterworth 低通濾波器提供較平穩的增益及相移變化，所以為從實驗資料中去除受控設備的輸入及輸出高頻雜訊，本研究採用了 1 個 5 階的 Butterworth 低通濾波器。

因為贊助商缺乏 MATLAB 的信號處理工具箱，因此在研究的過程中也設計了一個與該工具箱相容的濾波器設計函數。

a. 截止頻率

受控設備最短的時間常數大約為 0.1 秒，故最大的截止頻率為 10 rad/s 或 1.5915 Hz，如方程式(3.5-15)及(3.5-16)。

$$\omega_{MAX} = \frac{1}{T_{MIN}} = \frac{1}{0.1} = 10 \text{ rad/s} \quad (3.5-15)$$

$$f_{MAX} = \frac{\omega_{MAX}}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = 1.5915 \text{ Hz} \quad (3.5-16)$$

為避免受控設備的動態特性被濾波器影響，低通濾波器的截止頻率選擇為受控設備最大截止頻率的兩倍，如方程式(3.5-17)及(3.5-18)。

$$\omega_{LPF} = 2\omega_{MAX} = 2 \times 10 = 20 \text{ rad/s} \quad (3.5-17)$$

$$f_{LPF} = 2f_{MAX} = 2 \times 1.5915 = 3.1831 \text{ Hz} \quad (3.5-18)$$

經過製程控制迴路 Nyquist 頻率正規化的低通濾波器截止頻率為 0.1273，如方程式 (3.5-19)。

$$\omega_{LPFN} = \frac{\omega_{LPF}}{\omega_N} = f_{LPFN} = \frac{f_{LPF}}{f_N} = \frac{20}{157.0796} = 0.1273 \quad (3.5-19)$$

b. Butterworth 多項式(Butterworth Polynomial)

n 階的 Butterworth 多項式把單位圓均勻地分割為 n 等份，n 階 Butterworth 多項式的第 k 個零點可用方程式 (3.5-20) 計算 [12]。

$$p_k = e^{j\pi \frac{2k+n-1}{2n}} \quad (3.5-20)$$

Butterworth 多項式寫成方程式(3.5-21) [12]。

$$D(s) = \prod_{k=1}^n s - p_k \quad (3.5-21)$$

對 5 階的 Butterworth 多項式而言，其零點如方程式(3.5-22)。

$$\begin{aligned} p_1 &= -0.3090 + j0.9511 \\ p_2 &= -0.8090 + j0.5878 \\ p_3 &= -1 \\ p_4 &= -0.8090 - j0.5878 \\ p_5 &= -0.3090 - j0.9511 \end{aligned} \quad (3.5-22)$$

其多項式為方程式(3.5-23)。

$$D(s) = s^5 + 3.236s^4 + 5.236s^3 + 5.236s^2 + 3.236s + 1 \quad (3.5-23)$$

c. Butterworth 低通原型濾波器(Prototype Filter)

截止頻率正規化的 n 階 Butterworth 低通原型濾波器轉移函數如方程式(3.5-24)。

$$C_{LPFN}(s) = \prod_{k=1}^n \frac{-p_k \omega_{LPFN}}{s - p_k \omega_{LPFN}} \quad (3.5-24)$$

正規化的截止頻率為 0.1273，所以 n 階 Butterworth 低通原型濾波器轉移函數如方程式(3.5-25)。

$$C_{LPFN}(s) = \frac{3.346 \times 10^{-5}}{s^5 + 0.412s^4 + 0.0849s^3 + 0.0108s^2 + 8.505 \times 10^{-4}s + 3.346 \times 10^{-5}} \quad (3.5-25)$$

d. Butterworth 低通濾波器

Butterworth 低通濾波器的轉移函數可由 Butterworth 低通原型濾波器經過 Nyquist 頻率修正獲得，如方程式(3.5-26)。

$$C_{LPF}(s) = \prod_{k=1}^n \frac{-p_k \omega_{LPFN} \omega_N}{s - p_k \omega_{LPFN} \omega_N} = \prod_{k=1}^n \frac{-p_k \omega_{LPF}}{s - p_k \omega_{LPF}} \quad (3.5-26)$$

經過 Nyquist 頻率修正後，此 5 階的 Butterworth 低通濾波器轉移函數如方程式(3.5-27)。

$$C_{LPF}(s) = \frac{3200000}{s^5 + 64.72s^4 + 2094s^3 + 41889s^2 + 517771s + 3200000} \quad (3.5-27)$$

e. 離散時間 Butterworth 低通濾波器

為獲得離散時間 Butterworth 低通原型濾波器，必須先計算預扭曲頻率(Pre-warped Frequency)，如方程式(3.5-28)。

$$\omega_\lambda = 2 \tan \frac{\pi \omega_{LPFN}}{2} = 2 \tan \frac{0.1273\pi}{2} = 0.4053 \quad (3.5-28)$$

含預扭曲頻率的連續時間轉移函數如方程式(3.5-29)。

$$C_{LPF\lambda}(s) = \prod_{k=1}^n \frac{-p_k \omega_\lambda}{s - p_k \omega_\lambda} \quad (3.5-29)$$

對 0.4053 的預扭曲截止頻率而言，濾波器的轉移函數為方程式(3.5-30)。

$$C_{LPF}(s) = \frac{0.01095}{s^5 + 1.312s^4 + 0.8606s^3 + 0.3489s^2 + 0.08743s + 0.01095} \quad (3.5-30)$$

套用方程式(3.5-31)的雙線性轉換(Bilinear Transformation)到連續時間轉移函數(3.5-30)，可以得到離散時間轉移函數，如方程式(3.5-32)。

$$s = \frac{2}{T_s} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \quad (3.5-31)$$

$$C_{LPF}(z) = \frac{0.0001782z^5 + 0.0008911z^4 + 0.001782z^3 + 0.001782z^2 + 0.0008911z + 0.0001782}{z^5 - 3.708z^4 + 5.628z^3 - 4.349z^2 + 1.706z - 0.2711} \quad (3.5-32)$$

將此低通濾波器的參數套入 MATLAB 的 idfilt() 函數就可以濾除受控設備的輸入及輸出雜訊 [13]。

f. 直接第二型(Direct Form II) Butterworth 低通濾波器

把原始 Butterworth 低通濾波器離散時間轉移函數的分子及分母各除以 z^5 ，就可以重寫轉移函數成為方程式(3.5-33)的格式。

$$C_{LPF}(z) = \frac{Y_{LPF}(z)}{Y(z)} = \frac{0.0001782 + 0.0008911z^{-1} + 0.001782z^{-2} + 0.001782z^{-3} + 0.0008911z^{-4} + 0.0001782z^{-5}}{1 - 3.708z^{-1} + 5.628z^{-2} - 4.349z^{-3} + 1.706z^{-4} - 0.2711z^{-5}} \quad (3.5-33)$$

最後，直接第二型轉置架構的遞迴(無限脈衝響應)濾波器時域差分方程式如方程式(3.5-34) [14]。

$$\begin{aligned} y_{LPF}(k) = & 0.0001782y(k) + 0.0008911y(k-1) + 0.001782y(k-2) \\ & + 0.001782y(k-3) + 0.0008911y(k-4) + 0.0001782y(k-5) \\ & + 3.708y_{PF}(k-1) - 5.628y_{PF}(k-2) + 4.349y_{PF}(k-3) \\ & - 1.706y_{PF}(k-4) + 0.2711y_{PF}(k-5) \end{aligned} \quad (3.5-34)$$

連續時間及離散時間轉移函數的波德圖與步級響應如圖 3.5-3。

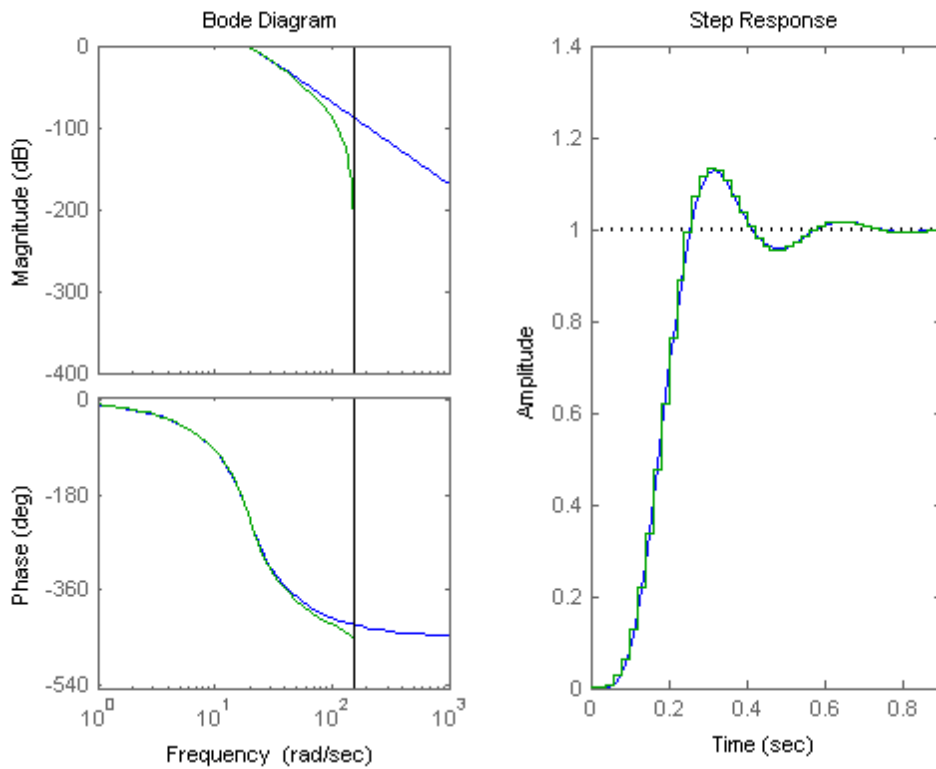


圖 3.5-3: 5 階 Butterworth 低通濾波器的波德圖與步級響應

g. 低通濾波器的影響

為確保系統識別的結果不會被濾波器嚴重的扭曲，因此評估低通濾波器對估算模型參數的影響。

表 3.5-5 顯示操作點 1 估算模型參數受截止頻率為受控設備 2 倍最大截止頻率的低通濾波器階數影響的程度，濾波器稍微增加穩態增益及減少時間常數。

階數 參數	未濾波	1	2	3	4	5
K	-5.9213	-5.9311	-5.9345	-5.9377	-5.9386	-5.9390
		+0.1655%	+0.2229%	+0.2770%	+0.2922%	+0.2989%
T	0.1509	0.1507	0.1496	0.1492	0.1491	0.1491
		-0.1325%	-0.8615%	-1.1266%	-1.1928%	-1.1928%
L	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000

表 3.5-5: 估算模型參數受低通濾波器階數影響的程度

表 3.5-6 顯示操作點 1 估算模型參數受 5 階低通濾波器截止頻率影響的程度，濾波器稍

微增加穩態增益及減少時間常數。

Ω_{LPF} 參數	未濾波	$10\omega_{MAX}$	$5\omega_{MAX}$	$2\omega_{MAX}$
K	-5.9213	-5.9254	-5.9292	-5.9390
	0%	+0.0692%	+0.1334%	+0.2989%
T	0.1509	0.1505	0.1495	0.1491
	0%	-0.2651%	-0.9278%	-1.1928%
L	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000

表 3.5-6: 估算模型參數受低通濾波器截止頻率影響的程度

由表 3.5-5 及表 3.5-6 上的資料顯示，截止頻率為受控設備 2 倍最大截止頻率的 5 階 Butterworth 低通濾波器對估算模型參數的影響非常輕微，對穩態增益僅 0.2989%，對時間常數僅為-1.1928%，因此可以忽略。

3.5.4 時間延遲估算

在研究中使用 2 種方法估算受控設備的時間延遲，但是這 2 種方法對各種情況的測試結果都不夠完美，因此必須使用暴力評估法決定時間延遲。

a. 互關聯分析(Cross Correlation Analysis)

關聯分析是一種用來評估兩個隨機變數相互關係的方法 [9]。互關聯函數用來分析受控設備的輸入及輸出信號，如方程式(3.5-35)所示。

$$R_{yu}(l) = \sum_{n=l}^{N-1} y(n)u^*(n-l) \quad (3.5-35)$$

其中， $R_{yu}(l)$ 為延遲 l 個樣本的交互關聯； $y(n)$ 為 $y(t)$ 的第 n 個樣本； $u^*(n-l)$ 為 $u(n)$ 第 l 個延遲的共軛複數； N 為 $y(n)$ 及 $u(n)$ 的樣本數量。

操作點 1 互關聯的結果顯示於圖 3.5-4，由資料 zr_e 及 zr_v2 的互關聯看出其時間延遲為 4 及 3 個取樣時間，即 0.08 及 0.06 秒。

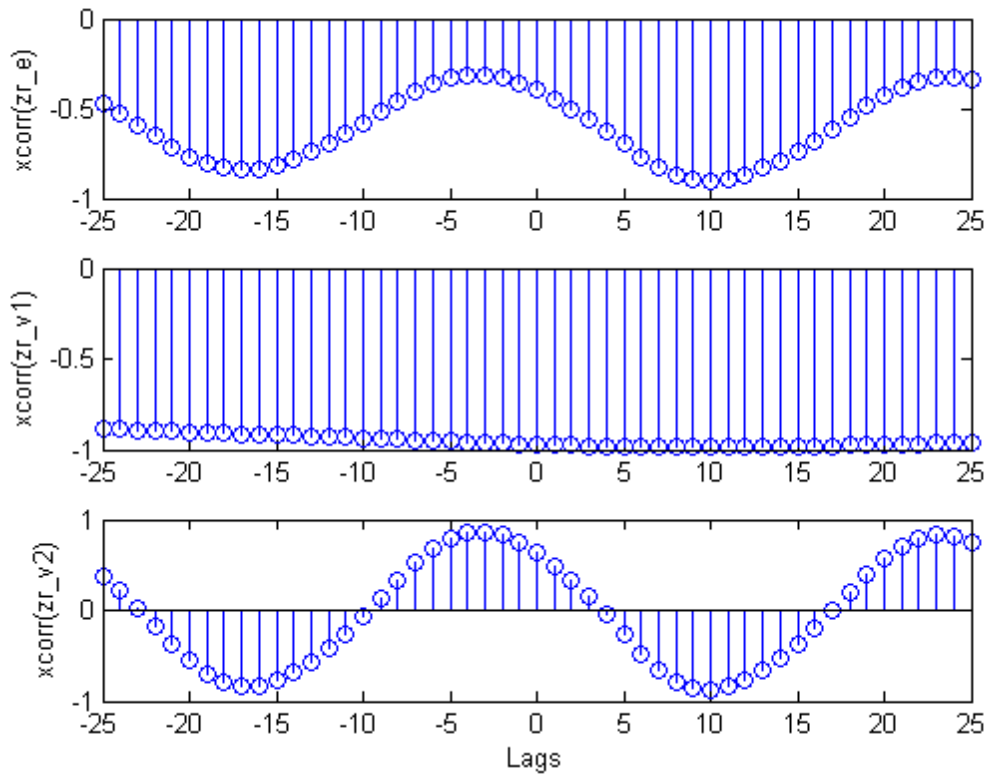


圖 3.5-4: 操作點 1 受控設備輸入與輸出的互關聯

b. ARX 估算

MATLAB 的系統辨識工具箱附有 `delayest()` 可以用來估算時間延遲，其原理為使用 ARX 模型的估算誤差做為成本函數，快速的評估各個不同數值時間延遲的模型。

操作點 1 資料 z_e 、 z_{v1} 及 z_{v2} 的 `delayest()` 計算結果分別為 7、6 及 7 個取樣時間，即 0.14、0.12 及 0.14 秒。

操作點 2 資料 z_e 、 z_{v1} 及 z_{v2} 的 `delayest()` 計算結果分別為 6、6 及 7 個取樣時間，即 0.12、0.12 及 0.14 秒。

通常 `delayest()` 可以得到比互關聯更好的結果，但是 `delayest()` 的執行結果有時候與時間延遲不相關，畢竟 ARMAX 與 ARX 模型還是有所差異。

c. 暴力評估

由贊助商提供的 SIMULINK 模型及先前的研究得知，製程受控設備的時間延遲在不同的操作點有相當大的變異。從參數識別的結果得知，時間延遲的範圍為 0.07 至 0.15 秒，以 0.02 秒的取樣時間計算，時間延遲的範圍為 2 至 8 個取樣時間。

$$nL_{MIN} = \left\lfloor \frac{L_{MIN}}{T_S} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0.05}{0.02} \right\rfloor = 2 \quad (3.5-36)$$

$$nL_{MAX} = \left\lceil \frac{L_{MAX}}{T_S} \right\rceil = \left\lceil \frac{0.15}{0.02} \right\rceil = 8 \quad (3.5-37)$$

同時評估時間延遲為 2 至 8 個取樣時間的可能的模型，其中有最小損失函數的模型視為最接近受控設備特定的模型。

3.5.5 頻譜分析(Spectral Analysis)

頻譜分析提供受控設備輸入與輸出在頻域關聯性的資訊，並估算其受控設備的轉移函數 [4]。

估算的轉移函數基於受控設備輸入與輸出信號的傅利葉轉換，如方程式(3.5-38)所示[4]。

$$\hat{G}_N(e^{j\omega}) = \frac{Y_N(\omega)}{U_N(\omega)} \quad (3.5-38)$$

其中， $\hat{G}_N(e^{j\omega})$ 為估算的受控設備轉移函數； $Y_N(\omega)$ 及 $U_N(\omega)$ 為輸入與輸出信號的傅立葉轉換；N 表示估算的結果基於 N 個時域樣本。

圖 3.5-5 及圖 3.5-6 的頻譜分析為經過平滑化的經驗轉移函數估算結果，其缺點為變異性較差[4]。圖上的輸入信號經過反向，使得低頻時有零相位差。

另外，圖中也指出受控設備的低頻增益及相位差在低頻時幾乎為常數，而在頻率 24 rad/s 或 3.82 Hz 時有較大的變化。

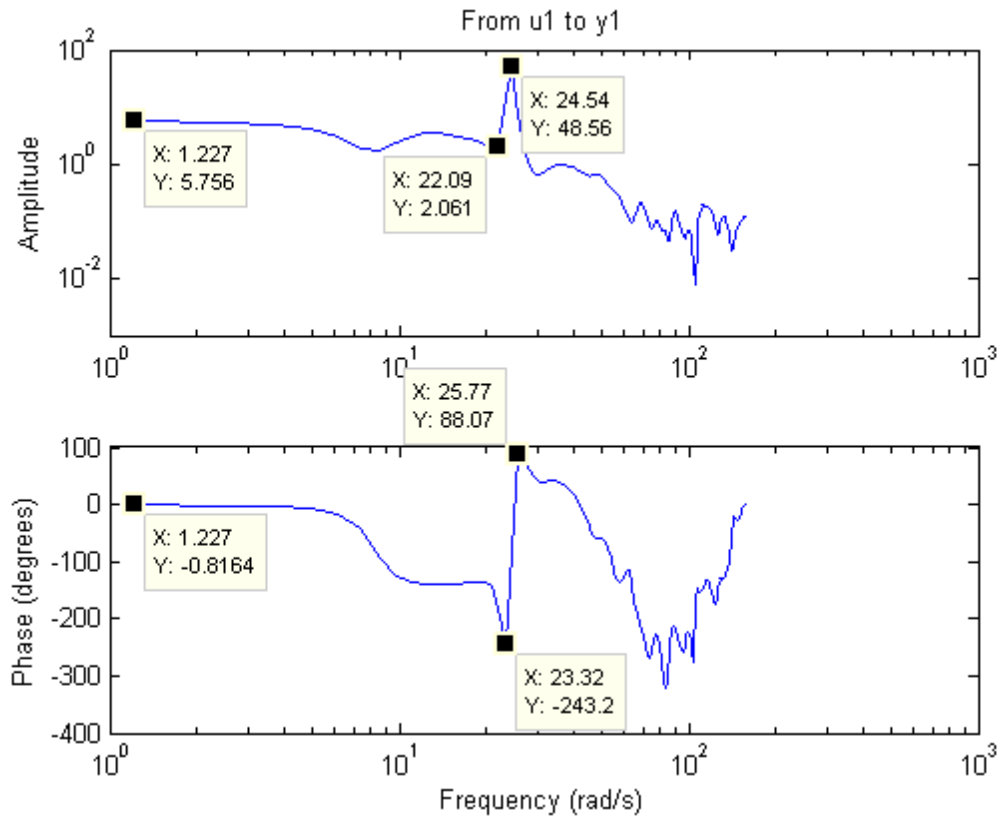


圖 3.5-5: 操作點 1 的頻譜分析

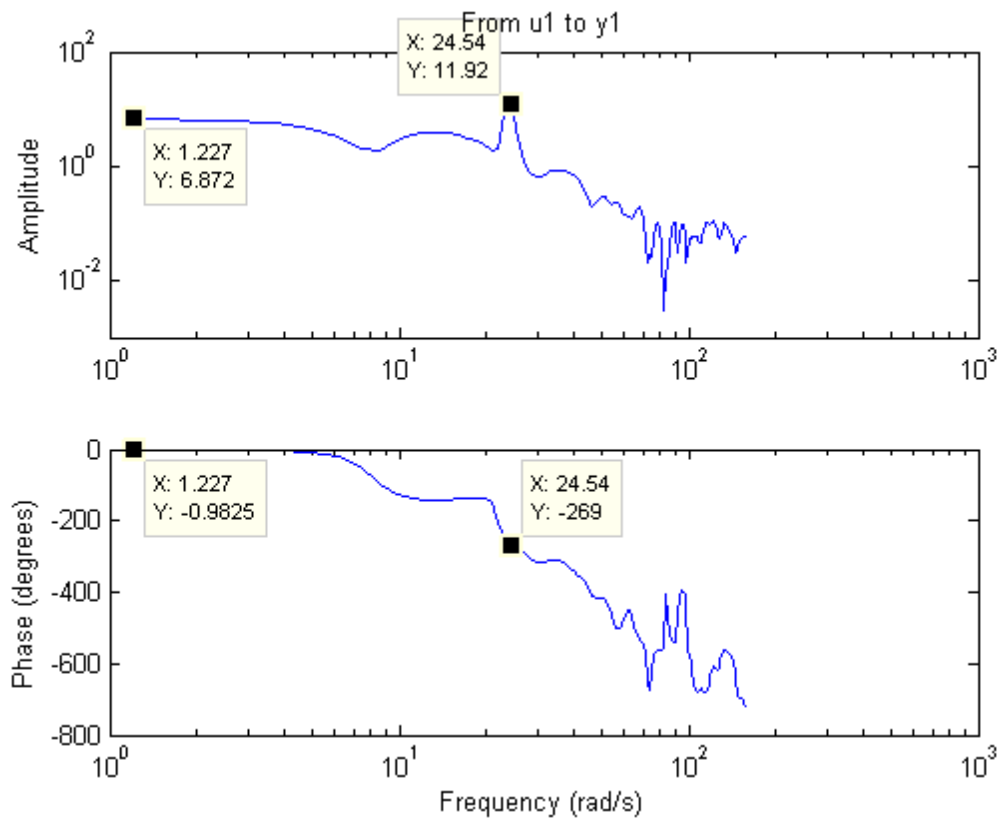


圖 3.5-6: 操作點 2 的頻譜分析

3.5.6 候選模型架構

因為研究中的受控設備必須簡化為 FOPDT 模型，所以候選模型限制為 1 階。很明顯地，在複雜的受控設備上套用 1 階模型必定會有估算誤差。

贊助商提供的部份實驗資料經過 MATLAB 系統辨識工具箱所提供的所有線性模型測試後發現，只有以下的 3 種可以視為候選模型。

a. 低階連續時間製程模型(Low-Order Continuous-Time Process Model)

1 階連續時間製程模型可以直接對應第 3.4.1 節的 FOPDT 模型，如方程式(3.5-39) [3, 4]。

$$G(s) = \frac{K}{T_s + 1} e^{-Ls} \quad (3.5-39)$$

模型資料用來計算最小誤差，找出最佳的 3 個模型參數。低階連續時間製程模型有結構簡單及直接對應 FOPDT 模型的優點，但是卻沒有考慮雜訊造成誤差的影響。

b. 輸出誤差模型 (OE, Output Error)

OE 模型假設雜訊造成的誤差與受控設備的動態特性無關，其一般格式如方程式(3.5-40) [4]。

$$y(k) = w(k) + e(k) = \frac{B(q)}{F(q)} q^{-N_L} u(k) + e(k) \quad (3.5-40)$$

其中， $w(k)$ 為不計雜訊干擾的動態模型； $y(k)$ 為模型的輸出； $u(k)$ 為模型的輸入； $e(k)$ 為雜訊的模型； $B(q)$ 為輸入多項式； $F(q)$ 為特性多項式； N_L 為以取樣時間表示的時間延遲。

OE 模型的特性多項式及輸入多項式如方程式(3.5-41)及(3.5-42)所示。

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \dots + f_{N_F} q^{-N_F} \quad (3.5-41)$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{N_B} q^{-N_B} \quad (3.5-42)$$

其中， N_F 及 N_B 為特性多項式及輸入多項式的階數。

OE 模型估算的輸出如方程式(3.5-43)及(3.5-44)。

$$\begin{aligned} \hat{w}(k) = & -f_1 \hat{w}(k-1) - f_2 \hat{w}(k-2) - \dots - f_{N_F} \hat{w}(k-N_F) \\ & + b_1 u(k-1-N_L) + b_2 u(k-2-N_L) + \dots + b_{N_B} u(k-N_B-N_L) \end{aligned} \quad (3.5-43)$$

$$\hat{y}(k) = \hat{w}(k) + e(k) \quad (3.5-44)$$

對 1 階 OE 模型而言，這些多項式及估算的輸出在忽略雜訊之後如方程式(3.5-45)、(3.5-46)及(3.5-47)。

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} \quad (3.5-45)$$

$$B(q) = b_1 \quad (3.5-46)$$

$$\hat{y}(k) = -f_1 \hat{y}(k-1) + b_1 u(k-1-N_L) \quad (3.5-47)$$

連續時間與離散時間模型的轉換基於零階保持法(ZOH, Zero-Order-Hold Method, $z = e^{sT_s}$)，參數間的轉換如方程式(3.5-48)、(3.5-49)及(3.5-50)。

$$K = \frac{b_1}{1 + f_1} \quad (3.5-48)$$

$$T = \frac{-T_s}{\ln(-f_1)} \quad (3.5-49)$$

$$L = N_L * T_s \quad (3.5-50)$$

c. 外源輸入自動回歸移動平均模型(ARMAX, AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs)

ARMAX 模型假設雜訊造成的誤差與受控設備的動態特性相關，其一般格式如方程式(3.5-51) [4, 15]。

$$A(q)y(k) = B(q)q^{-N_L}u(k) + C(q)e(k) \quad (3.5-51)$$

其中， $y(k)$ 為模型的輸出； $u(k)$ 為模型的輸入； $e(k)$ 為雜訊的模型； $B(q)$ 為輸入多項式； $A(q)$ 為特性多項式； $C(q)$ 為雜訊多項式； N_L 為以取樣時間表示的時間延遲。

ARMAX 模型的特性多項式及輸入多項式如方程式(3.5-52)、(3.5-53)及(3.5-54)所示。

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{N_A}q^{-N_A} \quad (3.5-52)$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{N_B}q^{-N_B} \quad (3.5-53)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{N_C}q^{-N_C} \quad (3.5-54)$$

其中， N_A 、 N_B 及 N_C 為特性多項式、輸入多項式及雜訊多項式的階數。

ARMAX 模型估算的輸出如方程式(3.5-55)。

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) = & -a_1\hat{y}(k-1) - a_2\hat{y}(k-2) - \dots - a_{N_A}\hat{y}(k-N_A) \\ & + b_1u(k-1-N_L) + b_2u(k-2-N_L) + \dots + b_{N_B}u(k-N_B-N_L) \\ & + e(k) + c_1e(k-1) + c_2e(k-2) + \dots + c_{N_C}e(k-N_C) \end{aligned} \quad (3.5-55)$$

對 1 階 ARMAX 模型而言，這些多項式及估算的輸出在忽略雜訊之後如方程式(3.5-56)、(3.5-57)、(3.5-58)及(3.5-59)。

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} \quad (3.5-56)$$

$$B(q) = b_1q^{-1} \quad (3.5-57)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} \quad (3.5-58)$$

$$\hat{y}(k) = -a_1\hat{y}(k-1) + b_1u(k-1-N_L) \quad (3.5-59)$$

連續時間與離散時間模型的轉換基於零階保持法，參數間的轉換如方程式(3.5-60)、(3.5-61)及(3.5-62)。

$$K = \frac{b_1}{1 + a_1} \quad (3.5-60)$$

$$T = \frac{-T_s}{\ln(-a_1)} \quad (3.5-61)$$

$$L = N_L * T_s \quad (3.5-62)$$

對本研究的 1 階 OE 及 ARMAX 模型而言， f_1 及 a_1 必須為負數，其絕對值小於 1，因為與其相對應的是穩定的連續時間模型； b_1 的正負號與 K 相同；而且僅考慮整數時間延遲，所以取樣時間決定估算時間延遲的解析度。

3.5.7 模型參數估算

受控設備的 ARMAX 模型參數可以使用預測誤差最小化法(PEM, Prediction Error Minimizing)及虛擬線性回歸法(PLR, Pseudo-Linear Regression)估算 [4]，演算法基本的概念在以下說明。

模型輸出的預測如方程式(3.5-63) [4]。

$$\hat{y}(k | \theta) = \varphi^T(t, \theta)\theta \quad (3.5-63)$$

其中， $\varphi(k, \theta)$ 為迴歸向量(Regression Vector)，如方程式(3.5-64)； θ 為參數向量(Parameter Vector)，如方程式(3.5-65)； $\varepsilon(k, \theta)$ 為預測誤差(Prediction Error)，如方程式(3.5-66)。

$$\varphi(k, \theta) = [-y(k-1) \dots -y(k-N_A) \quad u(k-1) \dots u(k-N_B) \quad \varepsilon(k-1, \theta) \dots \varepsilon(k-N_C, \theta)]^T \quad (3.5-64)$$

$$\theta = [a_1 \dots a_{N_A} \quad b_1 \dots b_{N_B} \quad c_1 \dots c_{N_C}]^T \quad (3.5-65)$$

$$\varepsilon(k, \theta) = y(k) - \hat{y}(k | \theta) = y(k) - \varphi^T(t, \theta)\theta \quad (3.5-66)$$

此非線性最小平方問題沒有解析解，故使用牛頓梯度法(Newton's Gradient Method)搜尋模型正確的參數[4]。

並定義一個成本函數評估估算參數的品質，如方程式(3.5-67) [4]。

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N l(\varepsilon(k, \theta), \theta) \quad (3.5-67)$$

其中， Z^N 為 N 個用來識別模型的受控設備輸入及輸出資料； l 是使用預測誤差 $\varepsilon(k, \theta)$ 及估算參數 θ 計算成本函數的函數。

成本函數 $V_N(\theta, Z^N)$ 對估算參數 θ 的導數(Derivative)如方程式(3.5-68)。

$$f_N(\theta, Z^N) = \frac{\partial}{\partial \theta} V_N(\theta, Z^N) \quad (3.5-68)$$

估算參數可以用疊代的方式更新，如方程式(3.5-69) [4]。

$$\hat{\theta}^{(i+1)} = \hat{\theta}^{(i)} + \alpha f^{(i)} \quad (3.5-69)$$

其中， i 表示第 i 次疊代計算； α 為更新的階距大小； f 為根據成本函數的導數決定的更新方向。

3.5.8 效能指標

候選模型架構的效能以 3 種指標評估，分別為合適率(Fit)、損失函數(Loss Function)及最終預測誤差(FPE, Akaike Final Prediction Error)。

a. 合適率(Fit Rate)

合適率指出模型詮釋受控設備實測輸出(Measured Output)的能力，如方程式(3.5-70) [16]。

$$fit = \left(1 - \frac{\|\hat{y} - y\|_2}{\|y - y_{MEAN}\|_2} \right) \times 100\% \quad (3.5-70)$$

其中， y 為實測輸出； \hat{y} 為估算輸出； $\|\cdot\|_2$ 為 2 的範數函數(2-norm Function)； y_{MEAN} 為實測輸出算數平均值。合適率越大表示模型越好。

b. 損失函數(Loss Function)

損失函數為預測誤差的均方根值，如方程式(3.5-71)所示 [4, 16]。

$$V = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon(t, \hat{\theta}) \varepsilon^T(t, \hat{\theta}) \quad (3.5-71)$$

其中，N 為估算資料的數量； ε 為預測誤差； $\hat{\theta}$ 為估算誤差。損失函數越小表示模型越好。

c. 最終預測誤差(Final Prediction Error)

最終預測誤差提供一種合理的近似方法比較不同模型的效能 [4]，其為損失函數的變形，如方程式(3.5-72)所示 [4, 16]。

$$FPE = \left(\frac{1 + \frac{d}{N}}{1 - \frac{d}{N}} \right) V \quad (3.5-72)$$

其中，d 預測參數的數量；N 為估算資料的數量；V 為損失函數。最終預測誤差越小表示模型越好。

3.5.9 離線模型估算的結果

以下說明並比較不同模型架構的效能。

a. 操作點 1

表 3.5-7 為操作點 1 的 3 種模型效能指標，圖 3.5-7 為估算模型的模擬輸出，圖 3.5-8 為其誤差分析。

這 3 種模型有非常接近的參數，但每個模型都有其獨有的特性。OE 及 ARMAX 模型的 FOPDT 等效參數必須經過第 3.5.6 節所說明的方程式轉換計算。

模型	參數	等效 FOPDT 參數	合適率	損失函數	最終預測誤差
FOPDT	K=-5.8620 T= 0.1401 L= 0.1079		91.04	5.1403	5.1502
OE	$b(q) = -0.7457q^{-6}$ $f(q) = 1 - 0.8744q^{-1}$	K=-5.9390 T=0.1491 L=0.1000	90.05	6.0407	6.0485
ARMAX	$a(q) = 1 - 0.8744q^{-1}$ $b(q) = -0.7457q^{-6}$ $c(q) = 1 + 0.2431q^{-1}$	K=-5.9390 T=0.1491 L=0.1000	90.05	3.7993	3.8067

表 3.5-7: 操作點 1 估算模型的效能

低階連續時間製程模型有最佳的合適率，但是欠缺考慮雜訊的影響使其損失函數及最終預測誤差高於 ARMAX 模型。

因為 OE 及 ARMAX 模型有相同的輸入及特性多項式，所以有一致的等效的 FOPDT 參數及合適率。另一方面，ARMAX 模型對此製程的雜訊行為有較精確描述能力，所以其的損失函數及最終預測誤差較其他 2 種模型低。

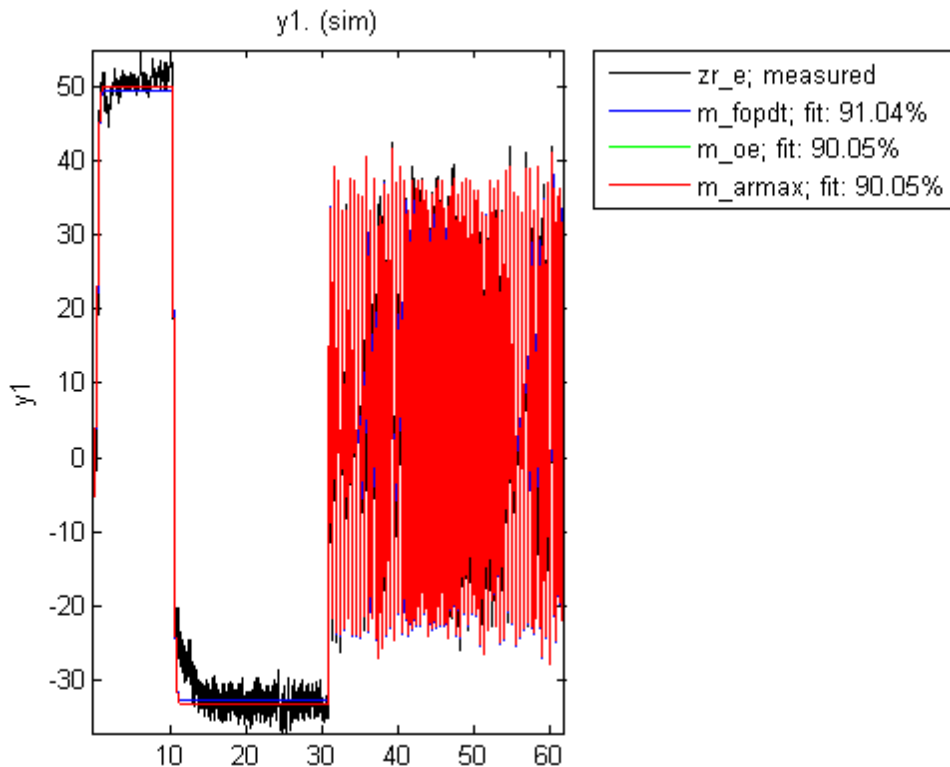


圖 3.5-7: 操作點 1 估算模型的模擬輸出

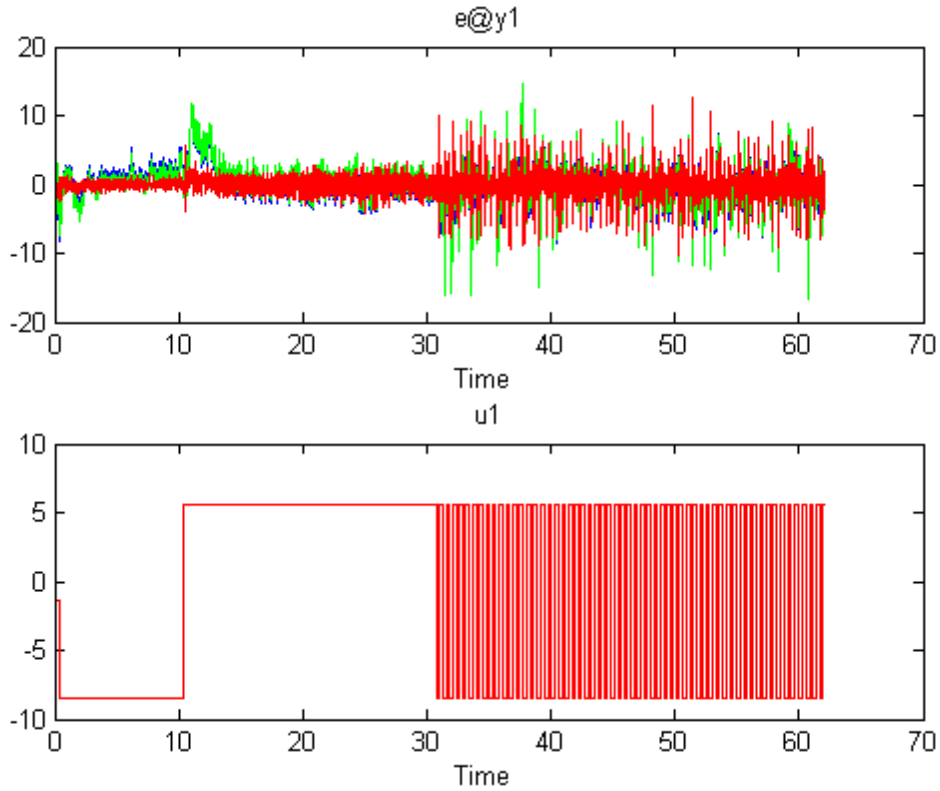


圖 3.5-8: 操作點 1 估算模型的誤差分析

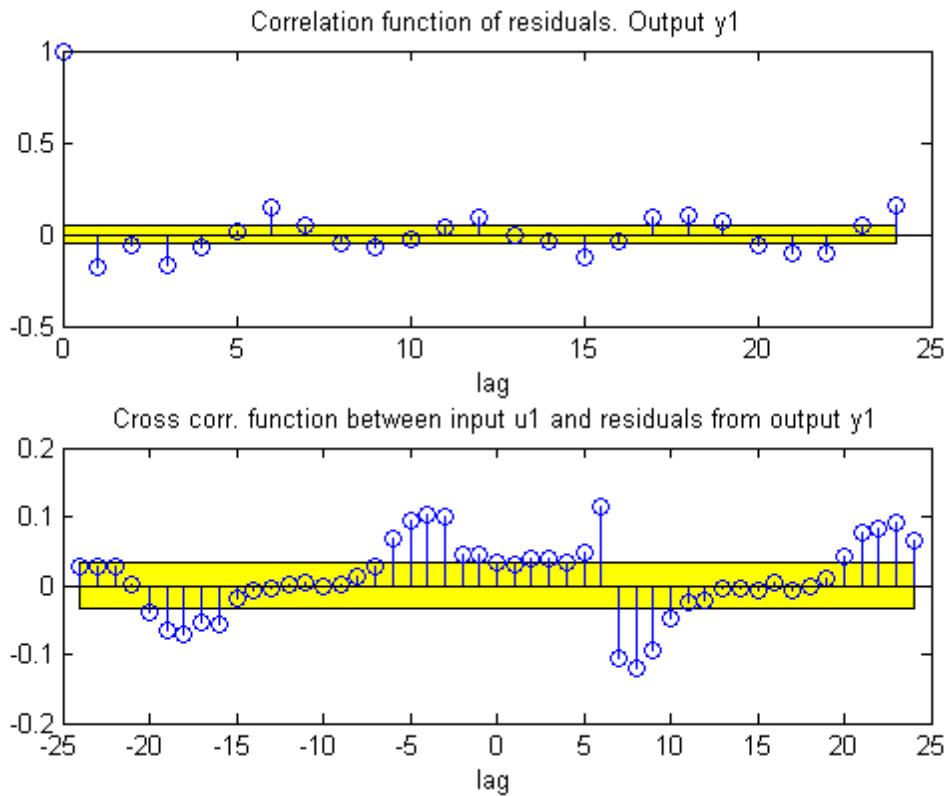


圖 3.5-9: 操作點 1 的 ARMAX 估算模型殘數分析

圖 3.5-9 的 ARMAX 估算模型殘數分析顯示預測誤差的自關聯，和輸入及預測誤差的互關聯。自關聯圖指出預測誤差存在週期循環，互關聯圖指出在 6、7、8、9 及 22 個取樣時間的時間延遲有資訊遺失；這 2 個圖形顯示此模型未能適當的描述受控設備的動態特性，若要對受控設備及雜訊更好的描述，就需要更高階的模型；但是，模型階數的約束限制模型的架構及效能。

b. 操作點 2

表 3.5-8 為操作點 2 的 3 種模型性能指標，圖 3.5-10 為估算模型的模擬輸出，圖 3.5-11 為其誤差分析。

操作點 2 的結果與操作點 1 相似。明顯地，操作點 2 的損失函數與最終預測誤差比操作點 1 大，而且 ARMAX 模型與 OE 模型及低階連續時間製程模型的差異也比操作點 1 大。

圖 3.5-12 的 ARMAX 估算模型殘數分析顯示輸入及預測誤差的互關聯比操作點 1 差，在 8、9、10 及 23 個取樣時間的時間延遲有資訊遺失。

如同第 3.5.2 節雜訊分析的說明，ARMAX 模型對雜訊的動態特性的描述能力比 OE 模型及低階連續時間製程模型要好。

模型	參數	等效 FOPDT 參數	合適率	損失函數	最終預測誤差
FOPDT	K=-7.1081 T=0.1624 L=0.1084		89.23	11.057	11.0725
OE	$b(q) = -0.7806q^{-6}$ $f(q) = 1 - 0.891q^{-1}$	K=-7.1612 T=0.1733 L=0.1000	88.49	12.4043	12.4158
ARMAX	$a(q) = 1 - 0.891q^{-1}$ $b(q) = -0.7806q^{-6}$ $c(q) = 1 + 0.0547q^{-1}$	K=-7.1612 T=0.1733 L=0.1000	88.49	5.2864	5.2938

表 3.5-8: 操作點 2 估算模型的效能

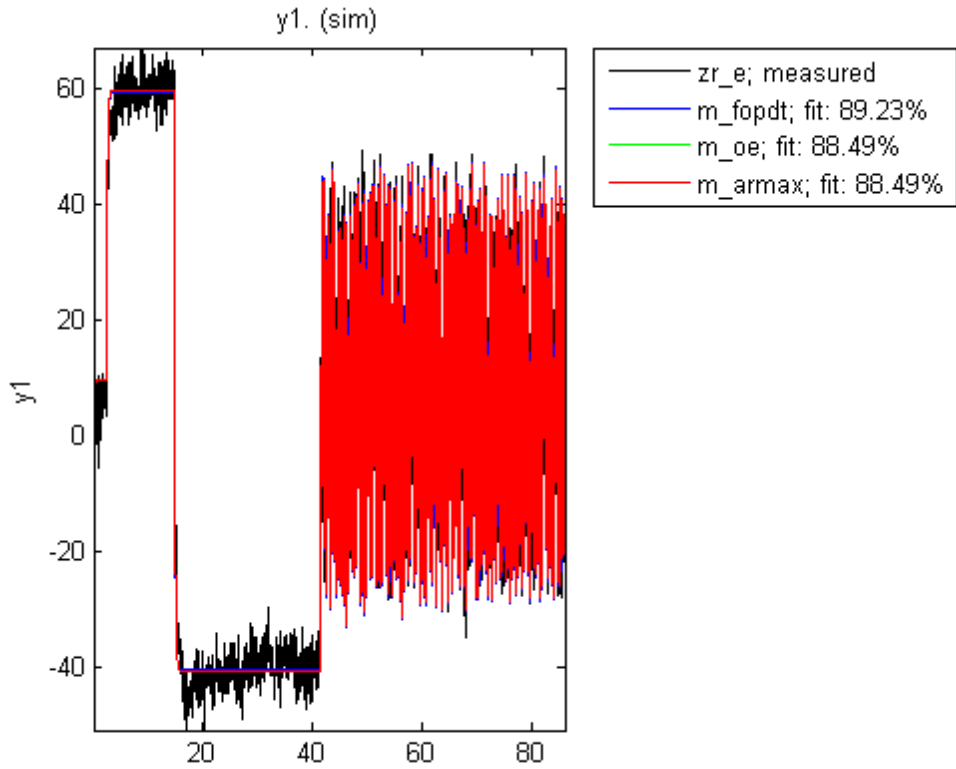


圖 3.5-10: 操作點 2 估算模型的模擬輸出

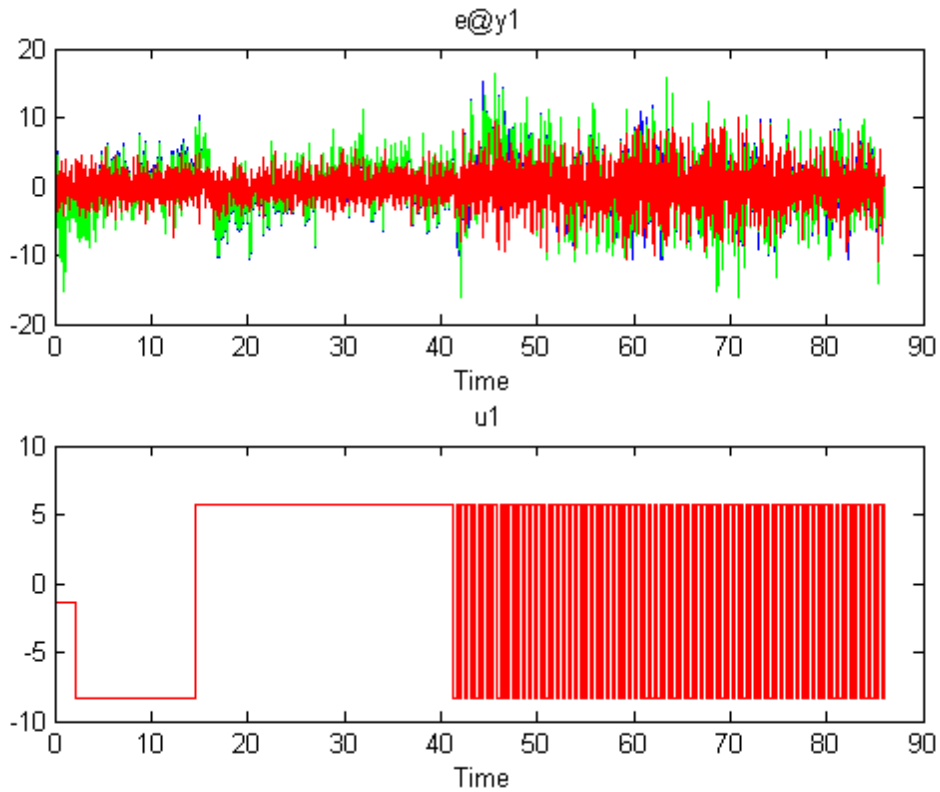


圖 3.5-11: 操作點 2 估算模型的誤差分析

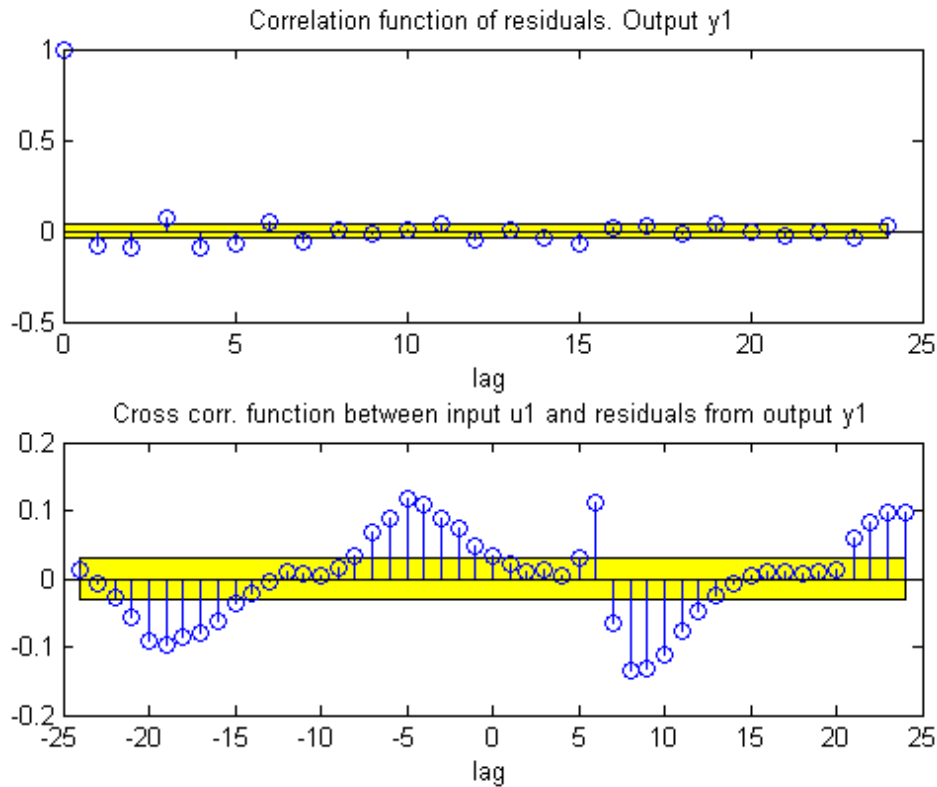


圖 3.5-12: 操作點 2 的 ARMAX 估算模型殘數分析

3.5.10 模型驗證

每個實驗有 zr_v1 及 zr_v2 共 2 組資料用於驗證估算的模型以評估其有效性。

操作點 1 使用 zr_v1 資料驗證的估算低階連續時間製程模型、OE 模型及 ARMAX 模型的模擬輸出如圖 3.5-13 所示，此 3 者的軌跡相當接近；但是，從圖 3.5-14 的誤差分析就可以看出完全不同的預測誤差，比起其他 2 種模型，ARMAX 有較小的預測誤差。

使用 zr_v2 資料驗證的圖 3.5-15 模擬輸出及圖 3.5-16 誤差分析也提供相似的結果。

由這些圖可知，只有 ARMAX 模型在各種情況提供可以接受的合適率及模擬輸出誤差。

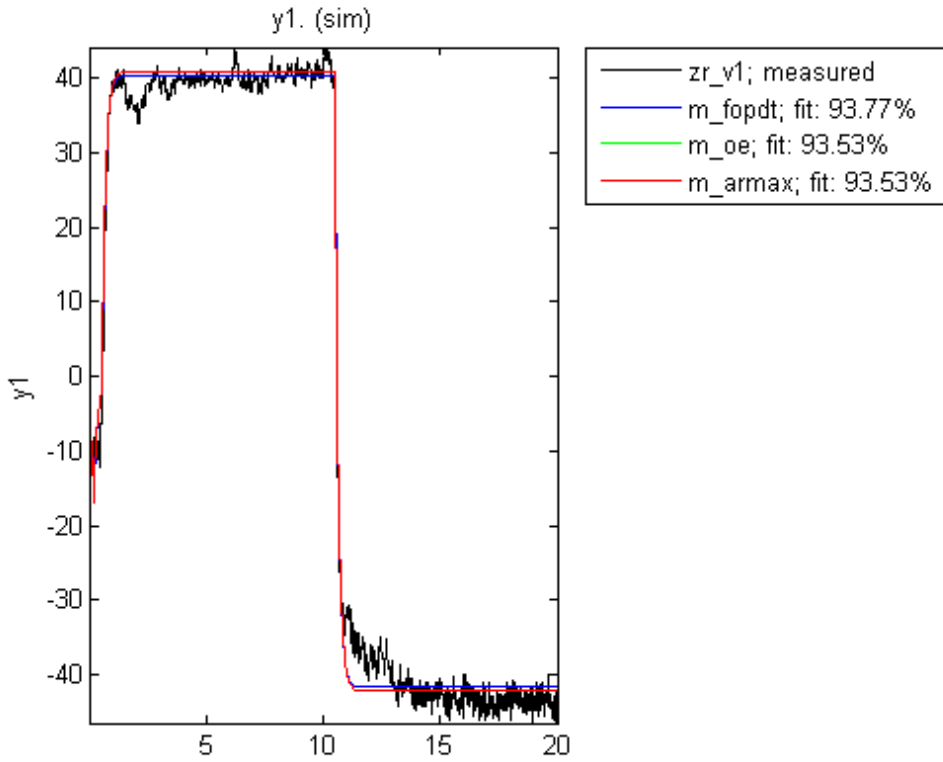


圖 3.5-13: 操作點 1 的 zr_v1 資料估算模型模擬輸出

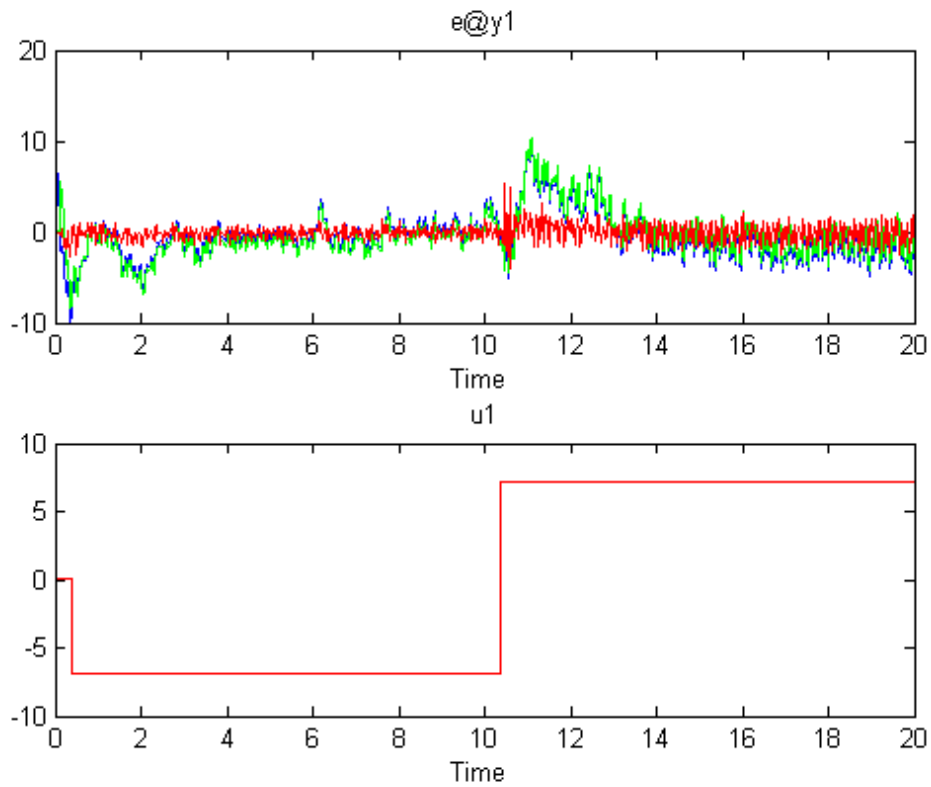


圖 3.5-14: 操作點 1 的 zr_v1 資料估算模型誤差分析

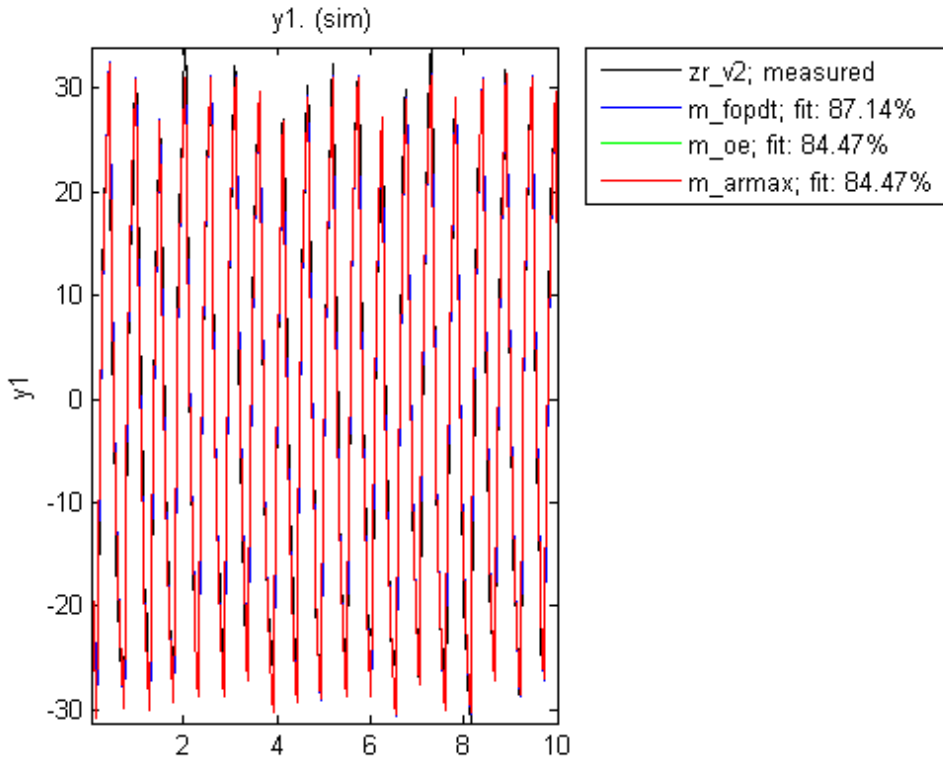


圖 3.5-15: 操作點 1 的 zr_v2 資料估算模型模擬輸出

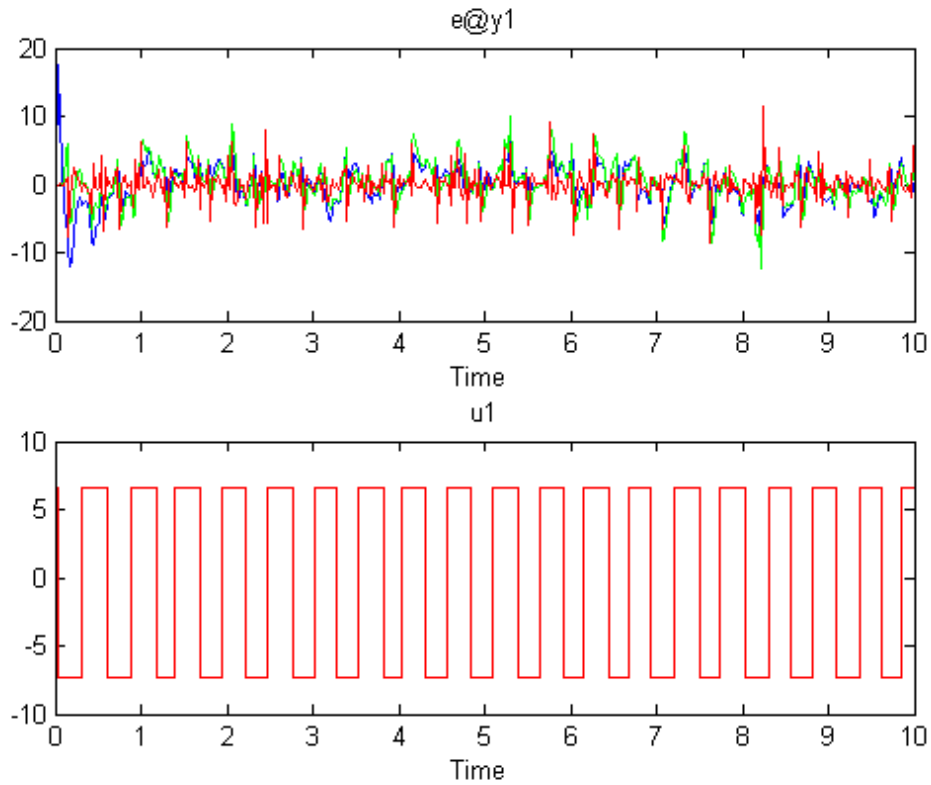


圖 3.5-16: 操作點 1 的 zr_v2 資料估算模型誤差分析

3.5.11 比較贊助商先前研究與本次研究的模型參數

將模型驗證資料分別使用贊助商先前的模型參數及本研究的模型參數計算均方根誤差值(RMSE, Root Mean Square Error)，其結果如表 3.5-9 所示。由表中數據可知，本次研究的誤差值明顯小於先前研究的誤差值，可見本次研究的模型參數較前研究的準確。

製程 \ rmse	zr_v1 資料		zr_v2 資料		備註
	前研究	本研究	前研究	本研究	
1	7.6932	2.8899	19.8431	4.4373	前研究穩態增益過大，時間常數過短
3	19.8416	3.5577	12.2055	5.1208	前研究穩態增益過小，時間常數過短
4	38.0075	17.5248	32.2133	10.8881	實驗的反應嚴重受到其他設備干擾

表 3.5-9: 前研究與本研究的均方根誤差值

3.5.12 受控設備的偏差值(Offset)

受控設備的偏差值是一種由非線性的裝置對系統引起的干擾，一般製程常見的偏差來源可能是洩漏及調校誤差。在進行系統識別之前，受控設備的偏差值必須先從實驗資料中去除；為使模擬有較好的結果，受控設備的偏差值又必須加回去模型中。

本研究製程的偏差值是動態的，而且不容易用靜態的方程式進行描述。為簡化相關的計算，受控設備的輸入偏差值取其算數平均值，而受控設備的輸出偏差值為輸出的算術平均值減去穩態增益與輸入偏差值的乘積，如方程式(3.5-74)及(3.5-75)。

$$O_u = u_{MEAN} \quad (3.5-73)$$

$$O_y = y_{MEAN} - KO_u \quad (3.5-74)$$

受控設備的輸入偏差值可以做為前導控制信號，改善系統的反應；如未考慮受控設備的輸入偏差值，則其效應可由回授控制器的輸出補償。如未考慮受控設備的輸出偏差值，則模擬的結果與實際情況會有差異(Biased)。

操作點 1 的受控設備輸入及輸出偏差值分別為 51%及-10。操作點 2 的受控設備輸入及

輸出偏差值分別為 76% 及 362。可見不同操作點的受控設備偏差值有很大的差異，其非線性的特性很明顯。

3.6 內部模型控制

內部模型控制的一般說明請參閱文獻[17-19]。內部模型控制具有以下的特點使得它普遍的應用在工業程序控制上：提供以模型為基礎的控制所具有的優點，考慮模型的不確定性和干擾，能藉由調整參數在效能與強固性之間取得平衡，可以在傳統的 PID 控制器架構上實現。

首先，在第 3.6.1 和 3.6.2 節討論理想的和濾波的內部模型控制；接下來，在第 3.6.3 節說明不可倒置(non-Invertible)受控設備模型的特殊情況；之後在第 3.6.4 及 3.6.5 節描述應用內部模型控制到一般的控制迴路及一階帶延遲的受控設備模型；其次，第 3.6.6 節詳述內部模型控制的穩定裕度；最後，在第 3.6.7 及 3.6.8 節評估成本函數和效能。

3.6.1 理想的內部模型控制

圖 3.6-1 為內部模型控制系統的方塊圖；其中， $G(s)$ 為實際的受控設備模型， $G^*(s)$ 估算的受控設備內部參考模型， $C_{IMC}(s)$ 為內部模型控制器。

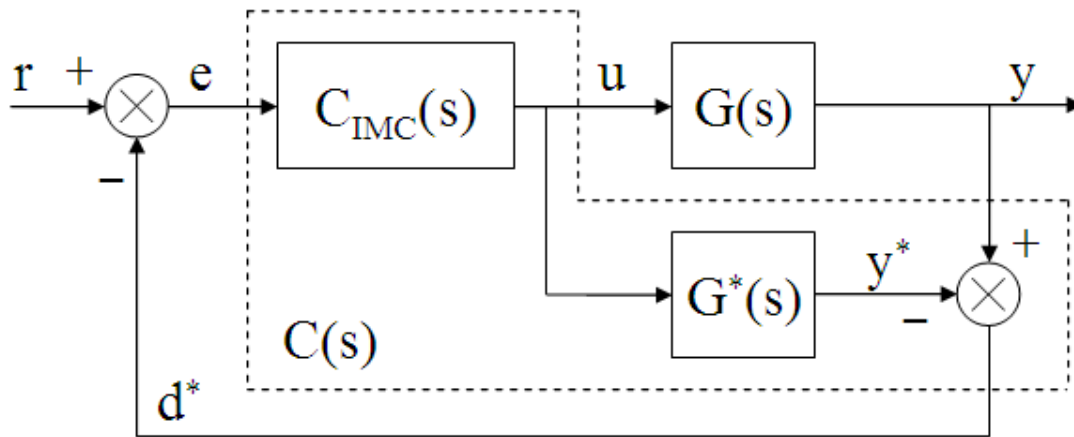


圖 3.6-1: 內部模型控制系統方塊圖

其追蹤誤差 $E(s)$ 、控制器輸出 $U(s)$ 及受控設備輸出 $Y(s)$ 分別為方程式(3.6-1)、(3.6-2)及(3.6-3)。

$$E(s) = \frac{1}{1 + C_{IMC}(s)(G(s) - G^*(s))} R(s) \quad (3.6-1)$$

$$U(s) = \frac{C_{IMC}(s)}{1 + C_{IMC}(s)(G(s) - G^*(s))} R(s) \quad (3.6-2)$$

$$Y(s) = \frac{C_{IMC}(s)G(s)}{1 + C_{IMC}(s)(G(s) - G^*(s))} R(s) \quad (3.6-3)$$

若受控設備的實際模型 $G(s)$ 能被確實地識別為參考模型 $G^*(s)$ ，則閉迴路輸出成為方程式(3.6-4)。

$$Y(s) = C_{IMC}(s)G(s)R(s) \quad (3.6-4)$$

若受控設備實際模型 $G(s)$ 為可倒置的(Invertible)，且控制器 $C_{IMC}(s)$ 被設計為倒置的受控設備實際模型 $G^{-1}(s)$ ，則閉迴路系統的輸出成為方程式(3.6-5)。

$$Y(s) = R(s) \quad (3.6-5)$$

對理想的內部模型控制系統而言，閉迴路系統的輸出是一種完美的響應[20]，而且就剛好等於參考信號。

3.6.2 濾波的內部模型控制

理想的內部模型控制響應對參考信號及干擾非常敏感，所以驅動器經常過度的動作，容易磨損。若參考輸入是類似步級變化的不連續信號，則控制器為使受控設備的輸出追隨參考輸入，使得控制器的輸出變得非常陡峭，閉迴路系統會因為極高的回授增益變得非常不穩定[20]。為避免這樣的問題，所以加入一個低通濾波器到控制器使控制器的輸出變得平穩[18, 20]。

考慮方程式(3.6-6)及(3.6-7)，控制器 $C_{IMC}(s)$ 由濾波器 $C_F(s)$ 及倒置的受控設備模型 $C_G(s)$ 組成。

$$C_{IMC}(s) = C_F(s)C_G(s) \quad (3.6-6)$$

$$C_G(s) = G^{-1}(s) \quad (3.6-7)$$

閉迴路系統的輸出成為方程式(3.6-8)。

$$Y(s) = C_F(s)R(s) \quad (3.6-8)$$

通常 IMC 的低通濾波器為簡單的極點，其時間常數為 T_F ，階數為 γ ，並以方程式(3.6-9)表示。

$$C_F(s) = \frac{1}{(T_F s + 1)^\gamma} \quad (3.6-9)$$

則閉迴路系統的受控設備輸出成為方程式(3.6-10)。

$$Y(s) = \frac{1}{(T_F s + 1)^\gamma} R(s) \quad (3.6-10)$$

3.6.3 不可倒置受控設備模型的內部模型控制

若受控設備的模型包含時間延遲、正實數零點(非最小相位)等不可倒置的成分，則前述的內部模型控制方法就無法直接應用在這樣的系統上[18]。

為克服這類的問題，內部參考模型 $G^*(s)$ 可以被分為可以倒置的部份 $G_-(s)$ 及不可倒置的部份 $G_+(s)$ ，如方程式(3.6-11)所示。

$$G^*(s) = G_-(s)G_+(s) \quad (3.6-11)$$

控制器 $C_G(s)$ 設計成倒置的可倒置部份 $G_-^{-1}(s)$ ，如方程式(3.6-12)所示。

$$C_G(s) = G_-^{-1}(s) \quad (3.6-12)$$

閉迴路系統的受控設備輸出則成為方程式(3.6-13)，其為低通濾波器、不可倒置部份的受控設備模型和參考輸入的乘績。

$$Y(s) = C_{IMC}(s)G^*(s) = C_F(s)C_G(s)G_-(s)G_+(s)R(s) = C_F(s)G_+(s)R(s) \quad (3.6-13)$$

在這種情況下，平方誤差的積分值(ISE, Integral Squared Error)最小，而系統的效能最佳 [18, 20]。

3.6.4 應用 IMC 到一般的控制迴路

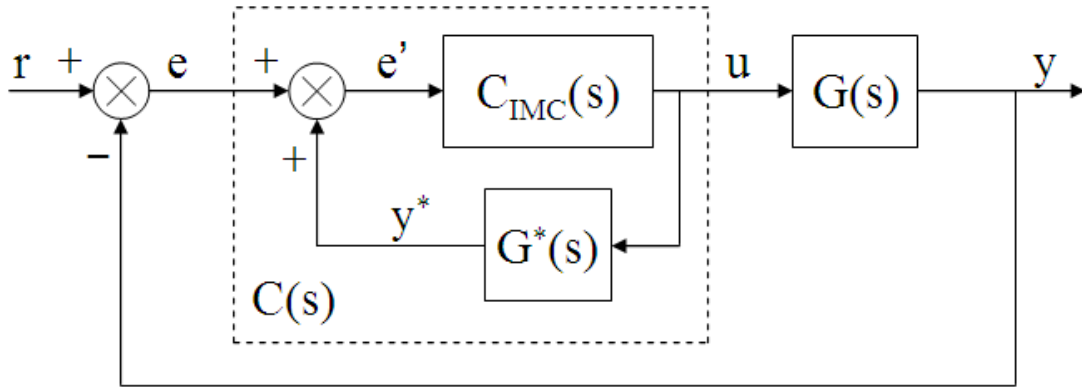


圖 3.6-2: 應用內部模型控制的閉迴路方塊圖

圖 3.6-1 的內部模型控制方塊圖可以重新安排，變成如圖 3.6-2 所示[19]。內迴圈的動作就像一般控制迴路的控制器 $C(s)$ ，其轉移函數如方程式(3.6-14)。

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{C_{IMC}(s)}{1 - C_{IMC}(s)G^*(s)} \quad (3.6-14)$$

考慮濾波器及受控設備模型不可倒置的部份，把方程式(3.6-6)、(3.6-11)及(3.6-12)代入(3.6-14)，則控制器可以方程式(3.6-15)表示。

$$C(s) = \frac{C_F(s)C_G(s)}{1 - C_F(s)C_G(s)G_-(s)G_+(s)} = \frac{C_F(s)G_-^{-1}(s)}{1 - C_F(s)G_+(s)} \quad (3.6-15)$$

3.6.5 FOPDT 模型的內部模型控制

a. 應用 IMC-PI 控制到泰勒級數展開式近似的 FOPDT 模型

把泰勒級數展開式近似的 FOPDT 模型方程式(3.6-4)分成可以倒置與不可倒置兩部份，如方程式(3.6-16)所示[21, 22]。

$$G_{Taylor}(s) = G_-(s)G_+(s) = \left(\frac{K}{T_F s + 1} \right) (1 - Ls) \quad (3.6-16)$$

把方程式(3.6-16)代入方程式(3.6-15)，並選擇方程式(3.6-9)為一階簡單極點濾波器，得到的PI控制器如方程式(3.6-17)。

$$\begin{aligned} C_{PI}(s) &= \frac{C_F(s)G_-^{-1}(s)}{1 - C_F(s)G_+(s)} = \frac{\frac{1}{T_F s + 1} \cdot \frac{T_F s + 1}{K}}{1 - \frac{1}{T_F s + 1} (1 - Ls)} \\ &= \frac{T_F s + 1}{K(T_F + L)s} = \frac{T}{K(T_F + L)} \left(1 + \frac{1}{T_F s} \right) \end{aligned} \quad (3.6-17)$$

比較方程式(3.6-17)與方程式(3.6-7)，內部模型控制的PI控制器參數為方程式(3.6-18)及方程式(3.6-19)。

$$K_P = \frac{T}{K(T_F + L)} \quad (3.6-18)$$

$$T_I = T, \quad K_I = \frac{K_P}{T_I} = \frac{1}{K(T_F + L)} \quad (3.6-19)$$

b. 應用 IMC-PID 控制到 Padé 展開式近似法的 FOPDT 模型

把 Padé 展開式近似的 FOPDT 模型方程式(3.6-6)分成可以倒置與不可倒置兩部份，如方程式(3.6-20)所示[17, 22, 23]。

$$G_{Pade}(s) = G_-(s)G_+(s) = \left(\frac{K}{(T_F s + 1) \left(1 + \frac{L}{2} s \right)} \right) \left(1 - \frac{L}{2} s \right) \quad (3.6-20)$$

把方程式(3.6-20)代入方程式(3.6-15)，並選擇方程式(3.6-9)為一階簡單極點濾波器，得到的PID控制器如方程式(3.6-21)。

$$\begin{aligned}
 C_{PID}(s) &= \frac{C_F(s)G_-^{-1}(s)}{1-C_F(s)G_+(s)} = \frac{1}{T_F s + 1} \cdot \frac{(Ts+1)\left(1+\frac{L}{2}s\right)}{K} \\
 &= \frac{TLs^2 + (2T+L)s + 2}{K(2T_F + L)s} \\
 &= \frac{2T+L}{K(2T_F + L)} \left(1 + \frac{2}{(2T+L)s} + \frac{TL}{2T+L}s\right)
 \end{aligned} \tag{3.6-21}$$

比較方程式(3.6-21)與方程式(3.6-8)，內部模型控制的 PID 控制器參數為方程式(3.6-22)、(3.6-23)及方程式(3.6-24)。

$$K_P = \frac{2T+L}{K(2T_F + L)} \tag{3.6-22}$$

$$T_I = T + \frac{L}{2}, \quad K_I = \frac{K_P}{T_I} = \frac{2}{K(2T_F + L)} \tag{3.6-23}$$

$$T_D = \frac{TL}{2T+L}, \quad K_D = K_P T_D = \frac{TL}{K(2T_F + L)} \tag{3.6-24}$$

3.6.6 內部模型控制的穩定裕度

閉迴路系統的開迴路轉移函數如方程式(3.6-25)所示。

$$G_{OL}(s) = C(s)G(s) \tag{3.6-25}$$

開迴路轉移函數的頻率響應如方程式(3.6-26)所示。

$$G_{OL}(j\omega) = C(j\omega)G(j\omega) \tag{3.6-26}$$

其增益裕度為方程式(3.6-27)及(3.6-27)。

$$\angle G_{OL}(j\omega_{AM}) = -180^\circ, \quad \angle G_{OL}(j\omega_{AM}) = -\pi \tag{3.6-27}$$

$$A_M = \frac{1}{|G_{OL}(j\omega_{AM})|}, \quad A_M = -20 \log_{10} |G_{FL}(j\omega_{AM})| \tag{3.6-28}$$

其相位裕度為方程式(3.6-29)及(3.6-30)。

$$|G_{OL}(j\omega_{\phi M})| = 1 \quad (3.6-29)$$

$$\phi_M = 180^\circ + \angle G_{OL}(j\omega_{\phi M}), \quad \phi_M = \pi + \angle G_{OL}(j\omega_{\phi M}) \quad (3.6-30)$$

a. IMC-PI 控制

針對受內部模型控制 PI 控制器控制的系統，把方程式(3.6-18)及(3.6-19)代入方程式(3.6-25)，可以得到如方程式(3.6-31)的開迴路轉移函數。

$$G_{OL}(s) = C_{PI}(s)G(s) = \frac{Ts+1}{K(T_F+L)s} \cdot \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls} = \frac{1}{s(T_F+L)} e^{-Ls} \quad (3.6-31)$$

開迴路轉移函數的頻率響應如方程式(3.6-32)。

$$\begin{aligned} G_{OL}(j\omega) &= C_{PI}(j\omega)G(j\omega) = \left[\frac{1}{s(T_F+L)} e^{-Ls} \right]_{s=j\omega} \\ &= \frac{1}{j\omega(T_F+L)} e^{-j\omega L} = \frac{-j}{\omega(T_F+L)} e^{-j\omega L} \end{aligned} \quad (3.6-32)$$

增益裕度的頻率如方程式(3.6-33)[21]。

$$\omega_{AM} = \frac{\pi}{2L} \quad (3.6-33)$$

增益裕度的增益如方程式(3.6-34)。

$$|G_{OL}(j\omega_{AM})| = \frac{2L}{\pi(T_F+L)} \quad (3.6-34)$$

增益裕度如方程式(3.6-35)[21]。

$$A_M = \frac{1}{|G_{OL}(j\omega_{AM})|} = \frac{\pi(T_F+L)}{2L} \quad (3.6-35)$$

相位裕度的頻率如方程式(3.6-36)[21]。

$$\omega_{\phi_M} = \frac{1}{T_F + L} \quad (3.6-36)$$

相位裕度的相位如方程式(3.6-37)。

$$\angle G_{OL}(j\omega_{\phi_M}) = -\frac{\pi}{2} - \frac{L}{T_F + L} \quad (3.6-37)$$

相位裕度如方程式(3.6-38) [21]。

$$\phi_M = \frac{\pi}{2} - \frac{L}{T_F + L} \quad (3.6-38)$$

增益裕度和相位裕度隨著濾波器的時間常數 T_F 及受控設備模型的時間延遲 L 變化，其範圍如方程式(3.6-39)及(3.6-40)所示。

$$A_M \in \left[\frac{\pi}{2}, \infty \right), A_M \in [3.9224, \infty) dB \quad (3.6-39)$$

$$\phi_M \in \left[\frac{\pi}{2} - 1, \frac{\pi}{2} \right], \phi_M \in [32.7042^\circ, 90^\circ] \quad (3.6-40)$$

由方程式(3.6-35)及(3.6-38)得知，針對受內部模型控制 PI 控制器控制的系統，其相對穩定度可以透過設計一個適當的濾波器時間常數 T_F 達成。

指定增益裕度，推導出來的濾波器時間常數及相位裕度如方程式(3.6-41)及(3.6-42)所示 [21]。

$$T_F = \left(\frac{2A_M}{\pi} - 1 \right) L \quad (3.6-41)$$

$$\phi_M = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{A_M} \right) \quad (3.6-42)$$

指定相位裕度，推導出來的濾波器時間常數及增益裕度如方程式(3.6-43)及(3.6-44)所示。

$$T_F = \left(\frac{1}{\frac{\pi}{2} - \phi_M} - 1 \right) L \quad (3.6-43)$$

$$A_M = \frac{1}{1 - \frac{2}{\pi} \phi_M} \quad (3.6-44)$$

典型的增益裕度及相位裕度為從 2 到 5 及從 30°到 60°[24]。若指定增益裕度及相位裕度為 3 及 60°，則由方程式(3.6-41)及(3.6-43)所得到的濾波器時間常數 T_F 相同，如方程式(3.6-45)所示。

$$T_F = \left(\frac{6}{\pi} - 1 \right) L = 0.9099L \quad (3.6-45)$$

b. IMC-PID 控制

針對受內部模型控制 PID 控制器控制的系統，把方程式(3.6-22)、(3.6-23)及(3.6-24)代入方程式(3.6-25)，可以得到如方程式(3.6-46)的開迴路轉移函數。

$$\begin{aligned} G_{OL}(s) &= C_{PID}(s)G(s) \\ &= \frac{TLs^2 + (2T + L)s + 2}{K(2T_F + L)s} \bullet \frac{K}{sT + 1} e^{-Ls} = \frac{TLs^2 + (2T + L)s + 2}{s(2T_F + L)(sT + 1)} e^{-Ls} \end{aligned} \quad (3.6-46)$$

開迴路轉移函數的頻率響應如方程式(3.6-47)。

$$\begin{aligned} G_{OL}(j\omega) &= C_{PID}(j\omega)G(j\omega) \\ &= \left[\frac{TLs^2 + (2T + L)s + 2}{(2T_F + L)(sT + 1)s} e^{-Ls} \right]_{s=j\omega} \\ &= \frac{2 - \omega^2 TL + j\omega(2T + L)}{j\omega(1 + j\omega T)(2T_F + L)} e^{-j\omega L} \\ &= \frac{\omega(2T + L) - \omega T(2 - \omega^2 TL) - j(2 - \omega^2 TL + \omega^2 T(2T + L))}{\omega(1 + \omega^2 T^2)(2T_F + L)} e^{-j\omega L} \\ &= \frac{\omega L - j2}{\omega(2T_F + L)} e^{-j\omega L} \end{aligned} \quad (3.6-47)$$

增益裕度的頻率如方程式(3.6-48)。

$$\tan^{-1} \frac{2}{\omega_{AM} L} + \omega_{AM} L = \pi \quad (3.6-48)$$

增益裕度的增益如方程式(3.6-49)。

$$|G_{OL}(j\omega_{AM})| = \frac{\sqrt{\omega_{AM}^2 L^2 + 4}}{\omega_{AM} (2T_F + L)} \quad (3.6-49)$$

增益裕度如方程式(3.6-50)。

$$A_M = \frac{1}{|G_{OL}(j\omega_{AM})|} = \frac{\omega_{AM} (2T_F + L)}{\sqrt{\omega_{AM}^2 L^2 + 4}} \quad (3.6-50)$$

相位裕度的頻率如方程式(3.6-51)。

$$\omega_{\phi M} = \frac{1}{\sqrt{T_F^2 + T_F L}} \quad (3.6-51)$$

相位裕度的相位如方程式(3.6-52)。

$$\angle G_{OL}(j\omega_{\phi M}) = -\tan^{-1} \frac{2\sqrt{T_F^2 + T_F L}}{L} - \frac{L}{\sqrt{T_F^2 + T_F L}} \quad (3.6-52)$$

相位裕度如方程式(3.6-53)。

$$\phi_M = \pi - \tan^{-1} \frac{2\sqrt{T_F^2 + T_F L}}{L} - \frac{L}{\sqrt{T_F^2 + T_F L}} \quad (3.6-53)$$

由方程式(3.6-50)及(3.6-53)得知，針對受內部模型控制 PID 控制器控制的系統，其相對穩定度可以透過設計一個適當的濾波器時間常數 T_F 達成。但是，因為沒有直接的解析解，所以必須透過數值方法及嘗試錯誤法求得相關的數值。

3.6.7 成本函數

本專題研究設計控制器的目標是確保時變系統的實際響應軌跡與標稱響應軌跡盡量的相近，為適當的達成此目的，因此定義一個可能的二次成本函數為累計的平方誤差。

誤差信號為標稱響應軌跡與實際響應軌跡的差值，如方程式(3.6-54)。

$$e(t) = y_N(t) - y(t) \quad (3.6-54)$$

其中， $e(t)$ 為誤差信號， t 為時間指標， $y_N(t)$ 為標稱響應軌跡， $y(t)$ 為實際響應軌跡。

成本函數為兩個軌跡的平方誤差積分(ISE, Integral Squared Error)。

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \int_0^{\infty} (y_N(t) - y(t))^2 dt \quad (3.6-55)$$

考慮控制器的實作，成本函數必須反覆的計算，故積分時間不可能為無限長，在此指定為一特定的時間 T_J 。此成本函數修改成為方程式(3.6-56)。

$$J = \int_0^{T_J} e^2(t) dt = \int_0^{T_J} (y_N(t) - y(t))^2 dt \quad (3.6-56)$$

實務上控制器的設計，這些計算必須以離散時間的方式進行，誤差信號及成本函數如方程式(3.6-57)及(3.6-58)。

$$e(n) = y_N(n) - y(n) \quad (3.6-57)$$

$$J = \sum_{n=1}^{N_J} e^2(n) = \sum_{n=1}^{N_J} (y_N(n) - y(n))^2 \quad (3.6-58)$$

其中， J 為成本函數， n 為取樣資料的指標， T_J 為計算成本函數的取樣期間， N_J 為取樣次數， $y_N(n)$ 為離散時間的標稱響應軌跡， $y(n)$ 為離散時間的實際響應軌跡。

取樣期間 T_J 相當於取樣次數 N_J 乘上取樣週期 T_s ，方程式(3.6-59)。

$$T_J = N_J T_s \quad (3.6-59)$$

因為無法取得受控設備的標稱模型，另一種較受限制的成本函數假設標稱響應軌跡和參考信號相同，如方程式(3.6-60)。

$$y_N(t) = r(t) \quad (3.6-60)$$

為實務上計算成本函數，假設參考輸入為單位步級信號。

針對 FOPDT 受控設備模型與內部模型控制，把一階的方程式(3.6-9)及不可倒置部份的方程式(3.6-1)代入方程式(3.6-13)，可以得到閉迴路系統的輸出，如方程式(3.6-61)。

$$Y(s) = \frac{e^{-Ls}}{T_F s + 1} R(s) \quad (3.6-61)$$

針對單位步級參考輸入，時域的受控設備輸出信號如方程式(3.6-62)。

$$y(t) = \left(1 - e^{-\frac{t-L}{T_F}}\right) \mathbf{1}(t-L) \quad (3.6-62)$$

時域的誤差信號如方程式(3.6-63)。

$$e(t) = r(t) - y(t) = \begin{cases} 1 & , 0 \leq t < L \\ e^{-\frac{t-L}{T_F}} & , L \leq t \end{cases} \quad (3.6-63)$$

平方誤差積分如方程式(3.6-64)。

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \int_0^L dt + \int_L^{\infty} e^{-\frac{2(t-L)}{T_F}} dt = L + \frac{T_F}{2} \quad (3.6-64)$$

絕對誤差積分(IAE, Integral Absolute Error)及時間絕對誤差積分(ITAE, Integral Time Absolute Error)是另外兩種常見的成本函數，在此提供作為比較參考。

絕對誤差積分如方程式(3.6-65)。

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt = \int_0^L dt + \int_L^{\infty} e^{-\frac{t-L}{T_F}} dt = L + T_F \quad (3.6-65)$$

時間絕對誤差積分如方程式(3.6-66)

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt = \int_0^L tdt + \int_L^{\infty} te^{-\frac{t-L}{T_F}} dt = \frac{L^2}{2} + LT_F + T_F^2 \quad (3.6-66)$$

針對增益裕度為 3 及相位裕度為 60 度的情況而言，把方程式(3.6-67)代入上述的方程式(3.6-64)、(3.6-65)及(3.6-66)，可以得到以受控設備模型的時間延遲 L 表示的成本函數，如方程式(3.6-67)、(3.6-68)及(3.6-69)。

$$ISE = L + \frac{T_F}{2} = \left(\frac{3}{\pi} + \frac{1}{2}\right)L \quad (3.6-68)$$

$$IAE = L + T_F = \frac{6}{\pi}L \quad (3.6-69)$$

$$ITAE = \frac{L^2}{2} + LT_F + T_F^2 = \left(\frac{3}{2} - \frac{6}{\pi} + \frac{36}{\pi^2}\right)L^2 \quad (3.6-70)$$

但是，因為前述受內部模型控制 PI 控制器控制的系統，其受控設備模型是基於泰勒級數展開式近似法，所以計算上會有近似法產生的誤差，所以這些成本函數方程式所得的也是近似值。

3.6.8 效能評估

為評估經過 IMC-PI 調整的控制器效能，另外取 Ziegler-Nichols [25] 及 Refined Ziegler-Nichols [26] 這兩種常見的控制器調整法作為對照。

為計算 Refined Ziegler-Nichols 調整法的控制參數，其受控設備的終極增益(Ultimate Gain) K_u 及終極週期(Ultimate Period) T_u 採用 FOPDT 模型參數換算，如方程式(3.6-71)及(3.6-72)。

$$K_u = \frac{T}{KL} \quad (3.6-71)$$

$$T_u = 4L \quad (3.6-72)$$

這3種PI控制調整法相關的方程式列在表 3.6-1。時域及頻域兩種性能指標列在表 3.6-2 及表 3.6-3。

調整法	K_p	T_i	備註
IMC	$\frac{T}{K(T_F + L)}$	T	$T_F = \left(\frac{6}{\pi} - 1\right)L$
ZN (Ziegler-Nichols)	$\frac{0.9T}{KL}$	$3L$	
RZN (Refined Ziegler-Nichols)	$\frac{5K_u}{6} \left(\frac{12 + K_u K}{15 + 14K_u K} \right)$	$\frac{T_u}{5} \left(\frac{4}{15} K_u K + 1 \right)$	$K_u = \frac{T}{KL}, T_u = 4L$

表 3.6-1: PI 控制調整法的方程式

符號	說明	單位	偏好
T_s	受控設備輸出的安定時間	秒	小
PO_y	受控設備輸出的超量(Overshoot)百分比	%	小
ISE	平方誤差積分 (100 秒)		小
IAE	絕對誤差積分 (100 秒)		小
ITAE	時間絕對誤差積分 (100 秒)		小
PO_u	控制器輸出的超量(Overshoot)百分比	%	小
IP	消耗能量 (100 秒)		小

表 3.6-2: 時域性能指標

符號	說明	單位	偏好
A_M	增益裕度	dB	大
ω_{AM}	增益裕度的頻率	rad/s	
ϕ_M	相位裕度	deg	大
$\omega_{\phi M}$	相位裕度的頻率	rad/s	

表 3.6-3: 頻域性能指標

a. 操作點 1

此操作點的受控設備 FOPDT 模型參數為 $K=5.9390$ 、 $T=0.1491$ 及 $L=0.1000$ 。相對應的終極增益、終極週期及 IMC 濾波器時間常數為 $K_u=0.2511$ 、 $T_u=0.4000$ 及 $T_F=0.0910$ 。

3 種調整法的步級響應如圖 3.6-3，控制器參數及時域性能指標列於表 3.6-4，頻域性能指標列於表 3.6-5。

Ziegler-Nichols 調整法有最大的比例控制增益及積分時間，並提供快速的初步反應及緩慢的誤差修正，其跡象為控制器輸出超量百分比比較大及安定時間較長。

Refined Ziegler-Nichols 調整法有最小的比例控制增益及積分時間，並提供緩慢的初步反應及誤差修正，但是控制器輸出的超量百分比卻是三者之中最大的。

IMC 調整法有中等的比例控制增益及積分時間，並提供最快速的安定時間、最小的控制器輸出超量百分比、最小的絕對誤差積分、最小的時間絕對誤差積分，並保持受控設備輸出超量百分比及平方誤差積分在很小的程度。

此 3 者的控制器輸出消耗能量相當一致。

在頻域性能指標方面，IMC 調整法提供固定的增益裕度 9.54dB 及相位裕度 60 度，而 Ziegler-Nichols 調整法的穩定裕度較小，Refined Ziegler-Nichols 調整法的穩定裕度較大。

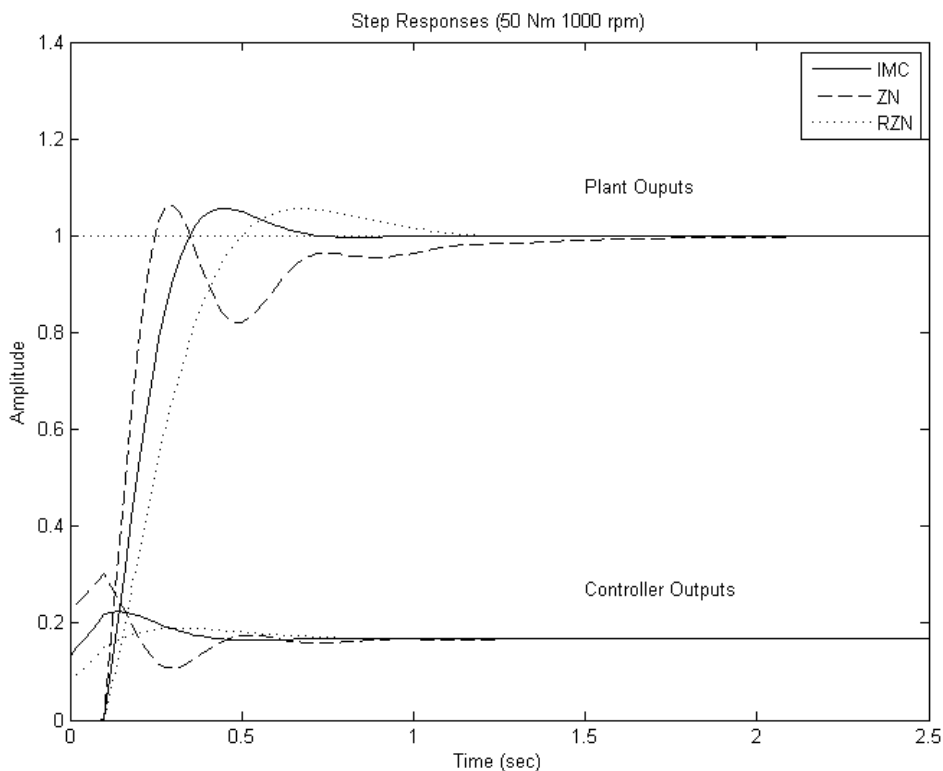


圖 3.6-3: 操作點 1 的步級響應

調整法	K_p	T_i (s)	T_s (s)	PO_y (%)	ISE	IAE	ITAE	PO_u (%)	IP
ZN	0.2259	0.3000	1.1340	6.1025	0.1576	0.2426	0.0640	78.9031	2.8400
RZN	0.0787	0.1118	0.9604	5.5742	0.2117	0.2903	0.0554	67.1089	2.8384
IMC	0.1315	0.1491	0.6033	5.6468	0.1757	0.2240	0.0285	32.7621	2.8414

表 3.6-4: 操作點 1 的控制器參數及時域性能指標

調整法	A_M (dB)	ω_{AM} (rad/s)	ϕ_M (deg)	$\omega_{\phi M}$ (rad/s)
ZN	6.20957	17.485	66.341	7.27992
RZN	12.7544	14.5105	60.7834	3.93767
IMC	9.54169	15.7066	60	5.23599

表 3.6-5: 操作點 1 的頻域性能指標

b. 操作點 5

此操作點的受控設備 FOPDT 模型參數為 $K=8.1370$ 、 $T=0.414$ 及 $L=0.1000$ 。相對應的終極增益、終極週期及 IMC 濾波器時間常數為 $K_u=0.5094$ 、 $T_u=0.4000$ 及 $T_f=0.0910$ 。

3 種調整法的步級響應如圖 3.6-4，控制器參數及時域性能指標列於表 3.6-6，頻域性能指標列於表 3.6-7。

Ziegler-Nichols 調整法有最大的比例控制增益及中等的積分時間，由控制器及受控設備輸出超量百分比為 3 者中最大可看出此調整法提供積極的初步反應，並造成延續數週期的振盪及較長的安定時間。

Refined Ziegler-Nichols 調整法有最小的比例控制增益及積分時間，並提供緩慢的初步反應及誤差修正，但是受控設備輸出的超量百分比卻很大。

IMC 調整法有中等的比例控制增益及最長的積分時間，並提供最快速的安定時間、最小的受控設備輸出超量百分比、最小的平方誤差積分、最小的絕對誤差積分、最小的時間絕對誤差積分，但是控制器輸出超量百分比稍高於 Refined Ziegler-Nichols 調整法。

此 3 者的控制器輸出消耗能量相當一致。

在頻域性能指標方面，IMC 調整法提供固定的增益裕度 9.54dB 及相位裕度 60 度，而 Ziegler-Nichols 調整法的穩定裕度較小，Refined Ziegler-Nichols 調整法的增益裕度較大，而相位裕度與 Ziegler-Nichols 調整法相同。

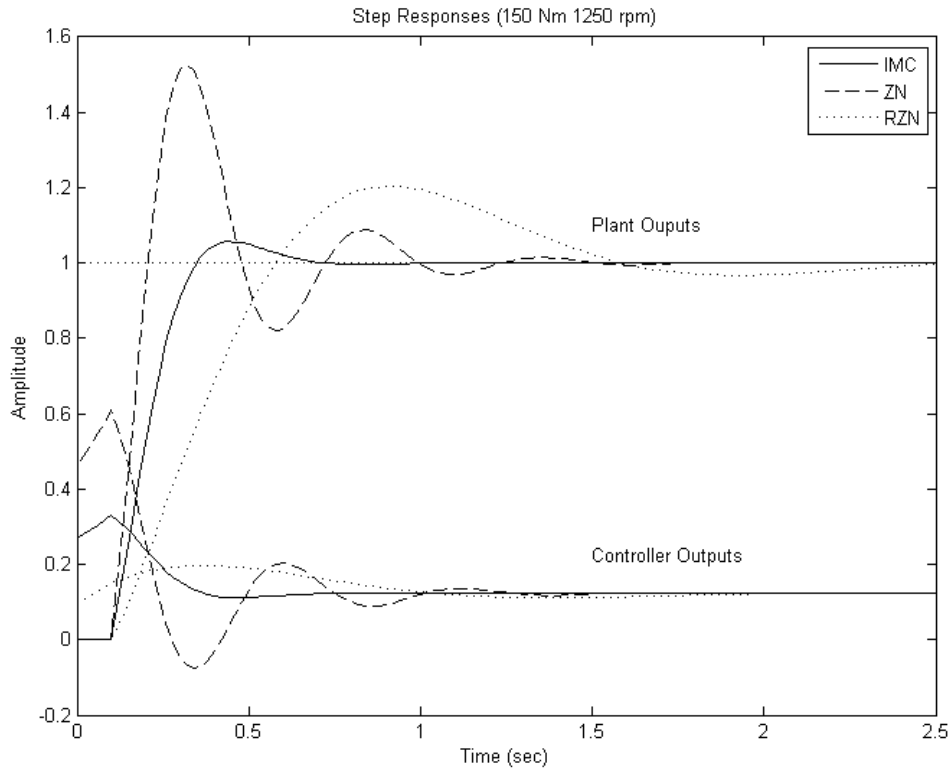


圖 3.6-4: 操作點 5 的步級響應

調整法	K_P	T_I (s)	T_S (s)	PO_y (%)	ISE	IAE	ITAE	PO_u (%)	IP
ZN	0.4585	0.3000	1.1655	52.2487	0.1882	0.3039	0.0816	396.5517	1.5661
RZN	0.0938	0.1684	2.2258	20.2982	0.2784	0.4774	0.2315	59.2282	1.5240
IMC	0.2667	0.4145	0.6028	5.6461	0.1757	0.2240	0.0285	169.2330	1.5292

表 3.6-6: 操作點 5 的控制器參數及時域性能指標

調整法	A_M (dB)	ω_{AM} (rad/s)	ϕ_M (deg)	$\omega_{\phi M}$ (rad/s)
ZN	5.85351	17.0412	58.1064	7.88456
RZN	13.0328	14.1403	57.9235	3.92853
IMC	9.54169	15.7066	60	5.23599

表 3.6-7: 操作點 5 的頻域性能指標

c. 操作點 6

此操作點的受控設備 FOPDT 模型參數為 $K=4.4888$ 、 $T=0.1527$ 及 $L=0.1200$ 。相對應的終極增益、終極週期及 IMC 濾波器時間常數為 $K_u=0.2835$ 、 $T_u=0.4800$ 及 $T_F=0.1092$ 。

3 種調整法的步級響應如圖 3.6-5，控制器參數及時域性能指標列於表 3.6-8，頻域性能指標列於表 3.6-9。

Ziegler-Nichols 調整法有最大的比例控制增益及積分時間，但是安定時間卻很長。

Refined Ziegler-Nichols 調整法有最小的比例控制增益及積分時間，並提供緩慢的初步反應及誤差修正，而受控設備及控制器输出的超量百分比是這 3 者中最小的。

IMC 調整法有中等的比例控制增益及最長的積分時間，並提供最快速的安定時間、最小的絕對誤差積分、最小的時間絕對誤差積分，但是控制器及受控設備輸出超量百分比為中等。

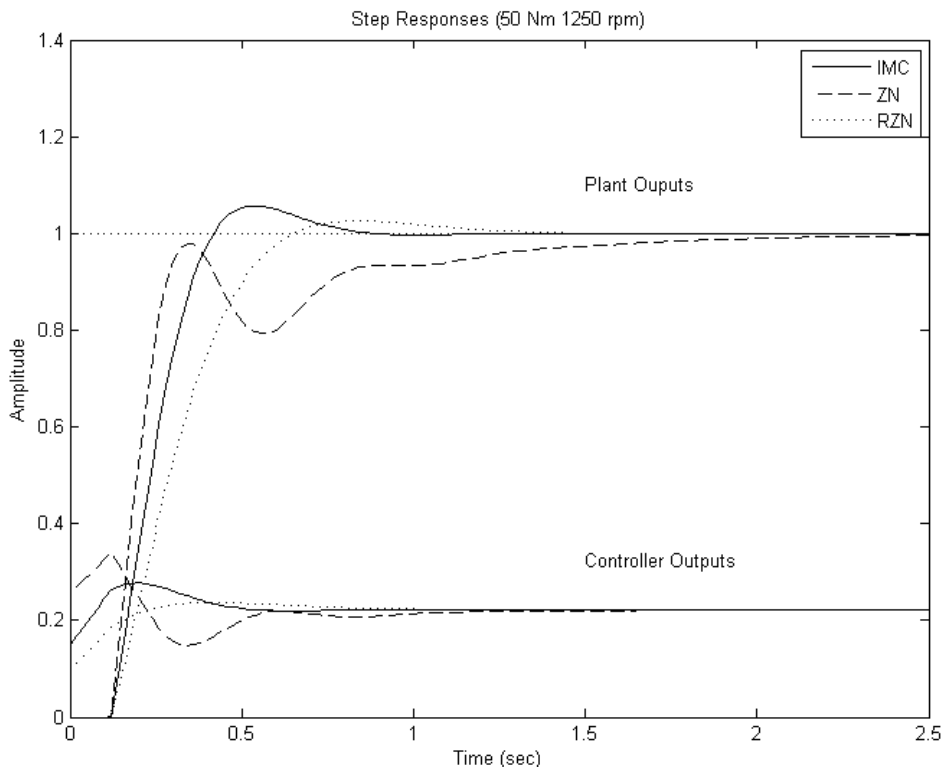


圖 3.6-5: 操作點 6 的步級響應

此 3 者的控制器輸出消耗能量相當一致。

在頻域性能指標方面，IMC 調整法提供固定的增益裕度 9.54dB 及相位裕度 60 度，而 Ziegler-Nichols 調整法的增益裕度較小，Refined Ziegler-Nichols 調整法的增益裕度較大，而 Ziegler-Nichols 調整法及 Refined Ziegler-Nichols 調整法相位裕度較大。

調整法	K_P	T_I (s)	T_S (s)	PO_y (%)	ISE	IAE	ITAE	PO_u (%)	IP
ZN	0.2551	0.3600	1.6573	N/A	0.1935	0.3246	0.1263	52.6595	4.9648
RZN	0.0955	0.1286	0.9834	2.5762	0.2479	0.3313	0.0668	6.3275	4.9645
IMC	0.1484	0.1527	0.7241	5.6414	0.2088	0.2667	0.0411	24.1235	4.9716

表 3.6-8: 操作點 6 的控制器參數及時域性能指標

調整法	A_M (dB)	ω_{AM} (rad/s)	ϕ_M (deg)	$\omega_{\phi M}$ (rad/s)
ZN	6.62865	14.9937	76.5759	5.34412
RZN	12.5781	12.4704	64.0237	3.23893
IMC	9.54194	13.0892	60	4.36332

表 3.6-9: 操作點 6 的頻域性能指標

3.7 類即時自動調整系統

類即時自動調整系統是基於本研究所發展的遞迴 ARMAX 演算法，實作 MATLAB 與控制器間的通訊介面、模擬受控設備與控制器、遞迴系統識別及自動 IMC-PI 調整法。

本系統的設計受到 MATLAB 系統辨識工具箱的 segment 函數的激勵 [16]。Segment 函數是一種多重模型適應遺忘法(AFMM, Adaptive Forgetting through Multiple Models)的實作 [4, 27]，但是卻不適合應用在時變的時間延遲造成的可變模型架構的場合。另一種有一種基於最小算數平均平方差的梯度法可以偵測時間延遲，稱為改進式適應時間延遲估算法(MADE, Modified Adaptive Delay Estimation) [28]，可以偵測整數及分數時間延遲，但是也同樣面對遞迴 ARMAX 方法相同的問題。

以下的內容說明本系統實作的細節。第 3.7.1 及 3.7.2 節說明實作的概念及控制器通訊介面；第 3.7.3 節解釋決定操作點的方法；第 3.7.4 及 3.7.5 節討論遞迴系統辨識演算法及控制器調整法；第 3.7.6 及解釋受控設備和控制器的模擬，及收斂時間；第 3.7.8 節說明實驗資料的測試結果。

3.7.1 實作的概念

本研究最富挑戰性的部份為對含有可變偏差值並受無法移除低頻雜訊干擾的受控設備進行即時偵測時變的時間延遲。

對參數系統識別而言，模型參數的品質高度地視模型架構的選擇決定。時間延遲的改變代表模型架構的改變。對 FOPDT 模型，穩態增益及時間常數的辨識嚴重地受到時間延遲選擇的影響。

有兩種方法可以處理時變的時間延遲。第一種為在選擇的模型架構中包含多餘的階數涵蓋時間延遲的範圍，第二種為平行識別不同時間延遲的模型架構 [3]。這兩種方法都不夠完美，因為在模型參數在識別之後及用來調整控制器之前都還有額外的程序必須要完成。

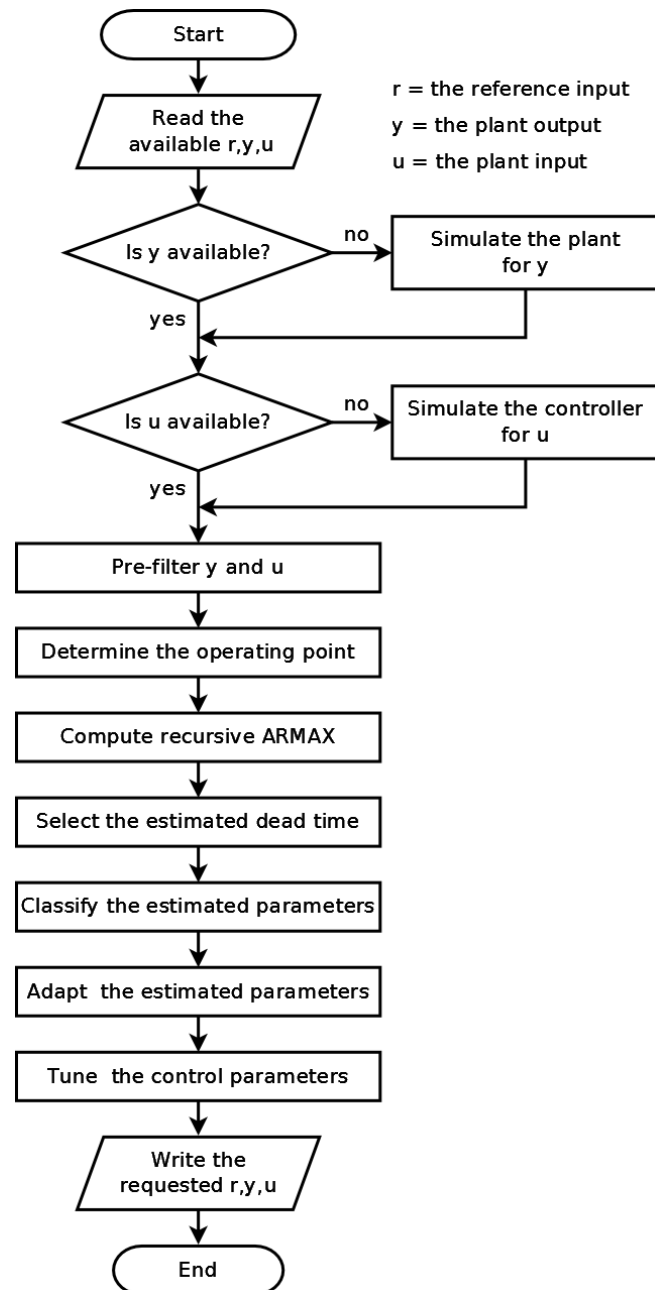


圖 3.7-1: 自動調整系統的作業流程

對第一種方法而言，因為大部份的 PI(D)控制器參數調整法只能適用到低階的系統，所以這種方法得到的較高階模型架構，在使用某些降階演算法(MOR, Model Order Reduction)降低模型階數之前無法直接運用到控制器的調整 [29-31];但是降階演算法無法提供解析解，而且也必須付出額外的心力克服穩定度的問題。

對第二種方法而言，在運用控制器調整法之前，必須由識別的結果中選出最佳的模型。此法可以運用成本函數評估每個模型的平方預測誤差，具有最低成本的模型為最佳的模

型。但是，遞迴系統辨識法對模型資料非常敏感，這些資料嚴重地受到偏差值及無法濾除的低頻雜訊干擾；因此，由候選的模型選出最佳的選擇並不容易。

本研究以第二種方法實作，並搭配額外的變更以改善估算模型參數的穩定度，時間延遲選擇演算法於第 3.7.4 節說明。自動調整系統的作業流程由[4, 5, 32-34]改善而來，如圖 3.7-1 所示。

首先，遞迴程序由讀取可獲得的參考輸入、受控設備的輸入及輸出開始；如果無法獲得受控設備的輸出，則可以由模型參數及受控設備的輸入模擬出來；同樣地，如果無法獲得受控設備的輸入，則可以由控制器參數及參考輸入模擬出來。

其次，使用前置濾波器去除受控設備輸入及輸出的雜訊，並決定系統的操作點。再其次，平行地評估不同時間延遲的遞迴 ARMAX 模型參數。然後，由候選的模型中選出含有最佳時間延遲的模型，並對估算的模型參數進行分類。最後，接受估算的模型參數，並調整控制器參數。

3.7.2 控制器通訊介面

控制器通訊介面軟體提供基於視窗作業系統(Windows Operating System, 此為微軟公司的註冊商標)元件物件模型(COM, Component Object Model)通訊機制的應用程式介面(API, Application Programming Interface)，容許 MATLAB 與控制器連線，並控制資料的收集。

自動調整系統有讀取與寫入的旗標(Flag)，用來控制相關信號的流向。

若某些讀取旗標被解除(Disabled)，則系統處於部份模擬模式，系統依照旗標的設定，讀取預先儲存在特定.mat 檔案的資料，或藉由預先定義的參考輸入激發模擬受控設備及控制器。

若某些寫入旗標被設定(Enabled)，則自動調整系統會把指定的信號透過通訊介面軟體寫入控制器。

若全部讀取及寫入旗標都被解除，則系統處於純模擬模式，與控制器通訊軟體沒有連線。

3.7.3 決定操作點

控制器決定依照系統運轉的需求決定操作點，自動調整系統必須即時地由系統的運作狀況抓住操作點，選擇適當的分割點(Break Point)，並執行其他相關的工作。

在執行重複的調整程序之前，分割點相關的上下限會根據分割點及其裕度事先計算出來。

自動調整系統在遞迴環路中執行的第一件工作即為決定操作點，針對本研究所發展出來決定操作點的方法流程圖如圖 3.7-2。

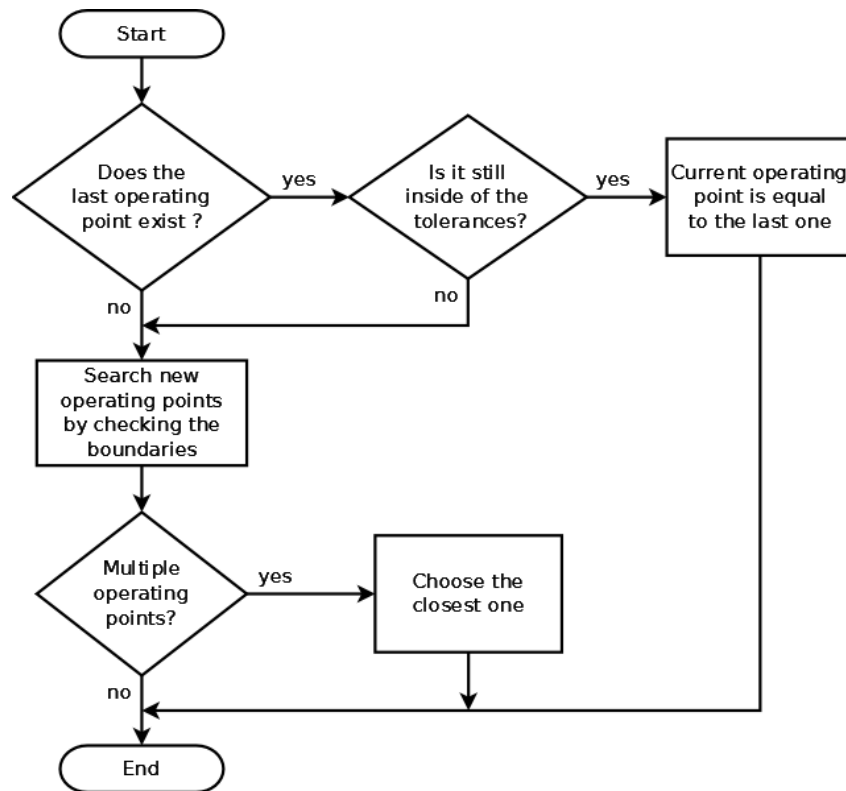


圖 3.7-2: 決定操作點的作業流程

首先，檢查前次運算的操作點是否改變。對因為裕度過大，造成操作點的上下限重疊的系統而言，這個動作很重要。

其次，若操作點已經改變，則檢查分割點的上下限，以搜尋新的操作點。若有多個分割

點都符合上下限，則選擇最接近的那一個。

一旦偵測到新的操作點，在相關的圖形軌跡上標示‘+’符號。

3.7.4 遞迴系統識別

運用遞迴最大相似法(RML, Recursive Maximum Likelihood)及擴展的最小平方法(ELS, Extended Least Square)可以遞迴的方式估算 ARMAX 模型的參數[4]。MATLAB 系統辨識工具箱的遞迴 ARMAX 函數即採用遞迴最大相似法[16]。

a. 前置濾波器

本研究設計一個 5 階 Butterworth 帶通濾波器去除模型資料中的高頻雜訊及直流偏差值，因為低通濾波器的設計已經在第 3.5.3 節中說明，故本節只說明高通濾波器的計算。

受控設備的最大時間常數約為 0.5 秒，受控設備的最小截止頻率為 2 rad/s 或 0.3183 Hz，如方程式(3.7-1)及(3.7-2)。

$$\omega_{MIN} = \frac{1}{T_{MAX}} = \frac{1}{0.5} = 2 \text{ rad/s} \quad (3.7-1)$$

$$f_{MIN} = \frac{\omega_{MIN}}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} = 0.3183 \text{ Hz} \quad (3.7-2)$$

為避免受控設備的動態特性受到濾波器太多影響，高通濾波器的截止頻率選為受控設備的最小截止頻率的一半，即 1 rad/s 或 0.1592 Hz，如方程式(3.7-3)及(3.7-4)。

$$\omega_{HPF} = 0.5\omega_{MIN} = 0.5 \times 2 = 1 \text{ rad/s} \quad (3.7-3)$$

$$f_{HPF} = 0.5f_{MIN} = 0.5 \times 0.3183 = 0.1592 \text{ Hz} \quad (3.7-4)$$

經過控制迴路 Nyquist 頻率正規化的高通濾波器截止頻率為 6.3662×10^{-3} ，如方程式(3.7-5)。

$$\omega_{HPFN} = \frac{\omega_{HPF}}{\omega_N} = f_{HPFN} = \frac{f_{HPF}}{f_N} = \frac{1}{157.0796} = 6.3662 \times 10^{-3} \quad (3.7-5)$$

把正規化的截止頻率套用到第 3.5.3 節說明之濾波器設計函數，可以得到離散時間轉移函數，如方程式(3.7-6)。

$$C_{PF}(z) = \frac{0.0001416z^{10} - 0.000708z^8 + 0.001416z^6 - 0.001416z^4 + 0.000708z^2 - 0.0001416}{z^{10} - 8.737z^9 + 34.42z^8 - 80.55z^7 + 124z^6 - 131.3z^5 + 96.73z^4 - 49.02z^3 + 16.35z^2 - 3.239z + 0.2897} \quad (3.7-6)$$

此前置濾波器的波德圖及步級響應如圖 3.7-3。

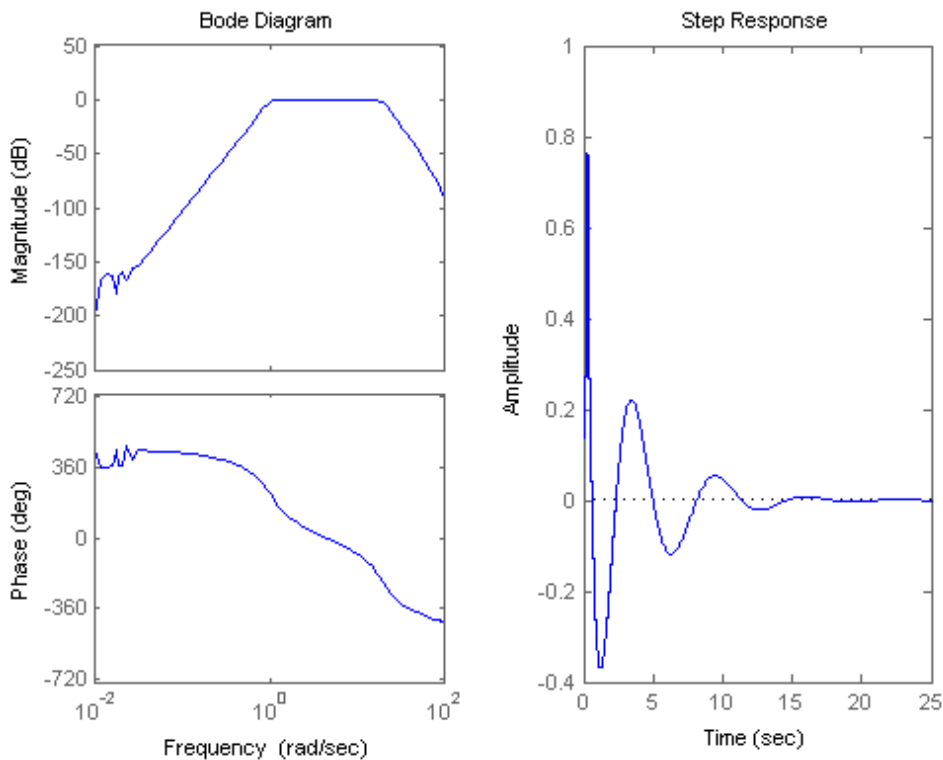


圖 3.7-3: 5 階 Butterworth 帶通濾波器的波德圖及步級響應

b. 遞迴最大相似法

遞迴最大相似法是根據遞迴預測誤差最小化法(RPEM, Recursive Prediction Error Minimizing) [4]。共有 4 種演算法可以用來更新估算的模型參數，因考慮受控設備時變的特性，本研究選擇遺忘因子(Forgetting Factor)及 Kalman 濾波器 2 種方法 [4, 16]。

藉由調整更新方向及適應增益，套入方程式(3.7-7)，估算模型參數可以疊代的方式更新 [4, 16]。

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)\varepsilon(t) \quad (3.7-7)$$

其中， $\hat{\theta}(t)$ 及 $\hat{\theta}(t-1)$ 為目前及前次估算模型參數向量。目前的估算參數可由前次的數值加上誤差修正計算。

$\varepsilon(t)$ 為預測誤差，其定義為受控設備的實測輸出 $y(t)$ 與預測輸出 $\hat{y}(t)$ 的差值，如方程式(3.7-8)。

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (3.7-8)$$

$L(t)$ 為增益向量，由前次參數的協方差矩陣(Covariance Matrix) $P(t-1)$ 、梯度向量(Gradient Vector) $\psi(t)$ 、及遺忘因子演算法的遺忘因子 λ 或Kalman濾波器演算法的更新變異矩陣(Innovations Variance Matrix) $R_2(t)$ 計算，如方程式(3.7-9)。

$$L(t) = \frac{P(t-1)\psi(t)}{R_2(t) + \psi^T(t)P(t-1)\psi(t)} \quad (3.7-9)$$

$\psi(t)$ 為梯度向量，由前次估算誤差多項式 $\hat{C}(q)$ 、前次梯度向量 $\psi(t-1)$ 、及迴歸向量(Regression Vector) $\varphi(t)$ 計算，如方程式(3.7-10) [4]。

$$\psi(t) = -\hat{c}_1(t-1)\psi(t-1) - \dots - \hat{c}_{N_c}(t-1)\psi(t-N_c) + \varphi(t) \quad (3.7-10)$$

$P(t)$ 為參數協方差矩陣，由前次參數協方差矩陣 $P(t-1)$ 、增益向量 $L(t)$ 、及參數協方差矩陣的變化 $R_1(t)$ 計算，如方程式(3.7-11) [4]。

$$P(t) = P(t-1) - L(t)\psi^T(t)P(t-1) + R_1(t) \quad (3.7-11)$$

對遺忘因子演算法而言，參數協方差矩陣的變化 $R_1(t)$ 為0，而更新變異矩陣 $R_2(t)$ 等於遺忘因子 λ [4, 16]。

c. 決定遺忘因子 λ

由最小平方法，成本函數 $V_i(\theta, Z^t)$ 以權重因子 $\beta(t, k)$ 表示，如方程式(3.7-12) [4]。

$$V_i(\theta, Z^t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varepsilon^2(k, \theta) \quad (3.7-12)$$

一般而言，權重因子 $\beta(t, k)$ 有固定的衰減率，即為遺忘因子 λ ，如方程式(3.7-13) [4]

$$\beta(t, k) = \lambda^{t-k} = e^{(t-k)\ln \lambda} \approx e^{-(t-k)(1-\lambda)} = e^{-\frac{t-k}{T_0}} \quad (3.7-13)$$

預測誤差在 1 個記憶時間常數(Memory Time Constant) T_0 樣本時的權重因子大約為 0.36 [4]。

遺忘因子 λ 一般選擇在 0.97 至 0.995 的範圍 [16]，表 3.7-1 列有一些遺忘因子及其相對應的記憶時間常數。

λ	T_0 (樣本)	T_0 (秒)	備註
0.97	33	0.66	較快
0.98	50	1	快
0.99	100	2	慢
0.995	200	4	較慢
1	∞	∞	Kalman 濾波器

表 3.7-1: 遺忘因子與記憶時間常數

較大的遺忘因子會使得記憶時間常數變長及模型參數的追蹤率變慢，遞迴 ARMAX 演算法對模型資料非常敏感，因此設定遺忘因子為 0.995 以穩定估算的模型參數。

若設定遺忘因子為 1，則記憶時間常數為無限大，此時的遺忘因子演算法相當於 $R_2(t) = 0$ 的 Kalman 濾波器演算法 [16]。

d. 時間延遲的選擇

穩態增益及時間常數的品質與時間延遲的正確性相關。當受控設備偏差值改變的暫態期

間，模型參數的預測誤差並不穩定。本研究設計一種方法改善估算時間延遲的品質，其流程圖如圖 3.7-4 所示。

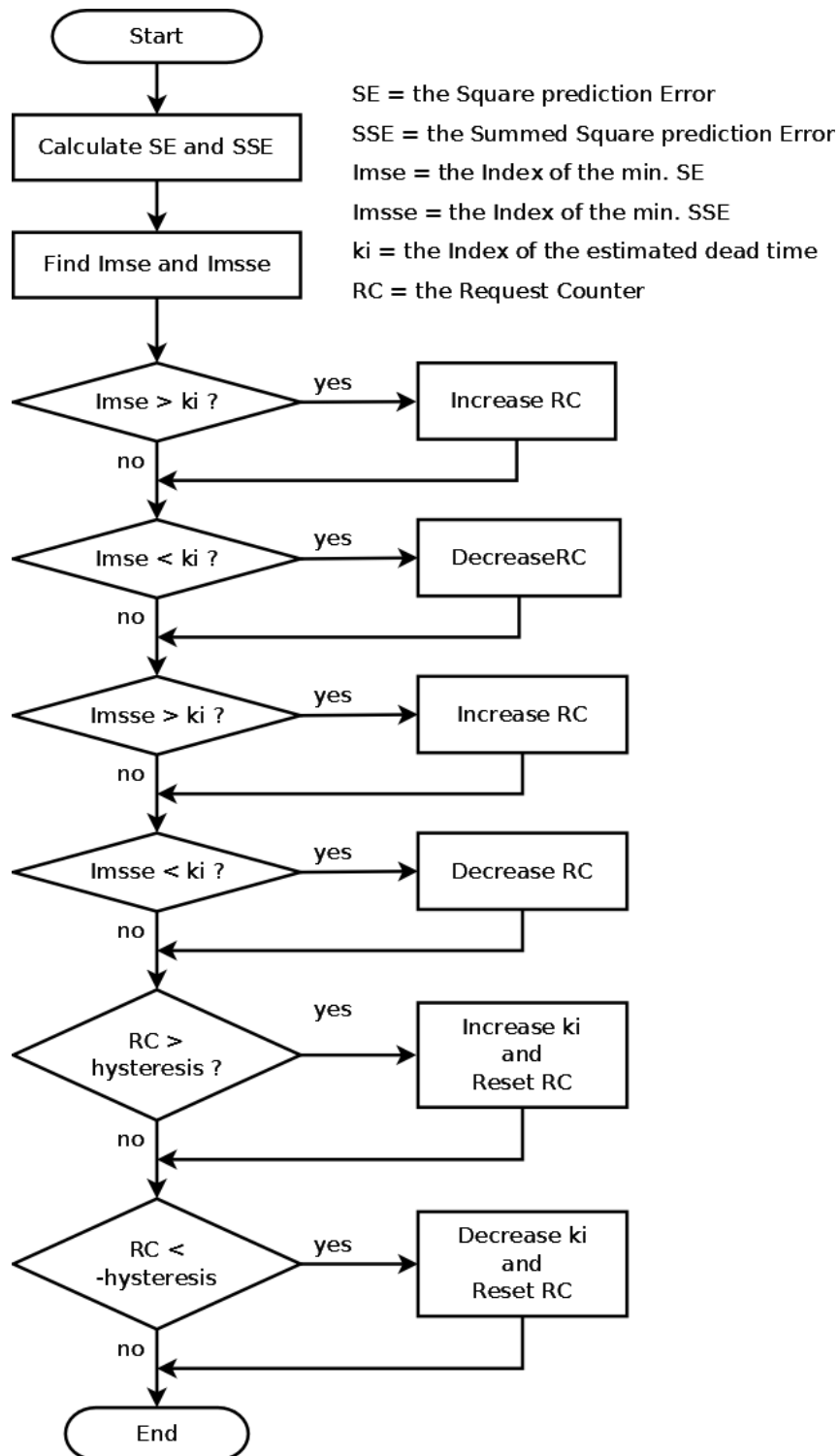


圖 3.7-4: 選擇時間延遲的作業流程

此機制假設時間延遲的改變是連續的，並導入 1 個移動視窗及 1 對計數器及磁滯功能

以減緩估算時間延遲的變化，並減少估算時間延遲選擇不準確的機會。

在每次疊代運算，每個待評估模型架構的平方預測誤差都先被計算 1 次；之後，使用目前及在移動視窗範圍內的先前平方預測物差計算累計平方預測物差；然後，找出最小的平方預測誤差及累計平方預測誤差的指標；然後，此指標與目前的估算時間延遲比較，以調整需求計數器；最後，需求計數器的數值與磁滯的設定值比較，以改變估算時間延遲。

e. 估算模型參數的分類

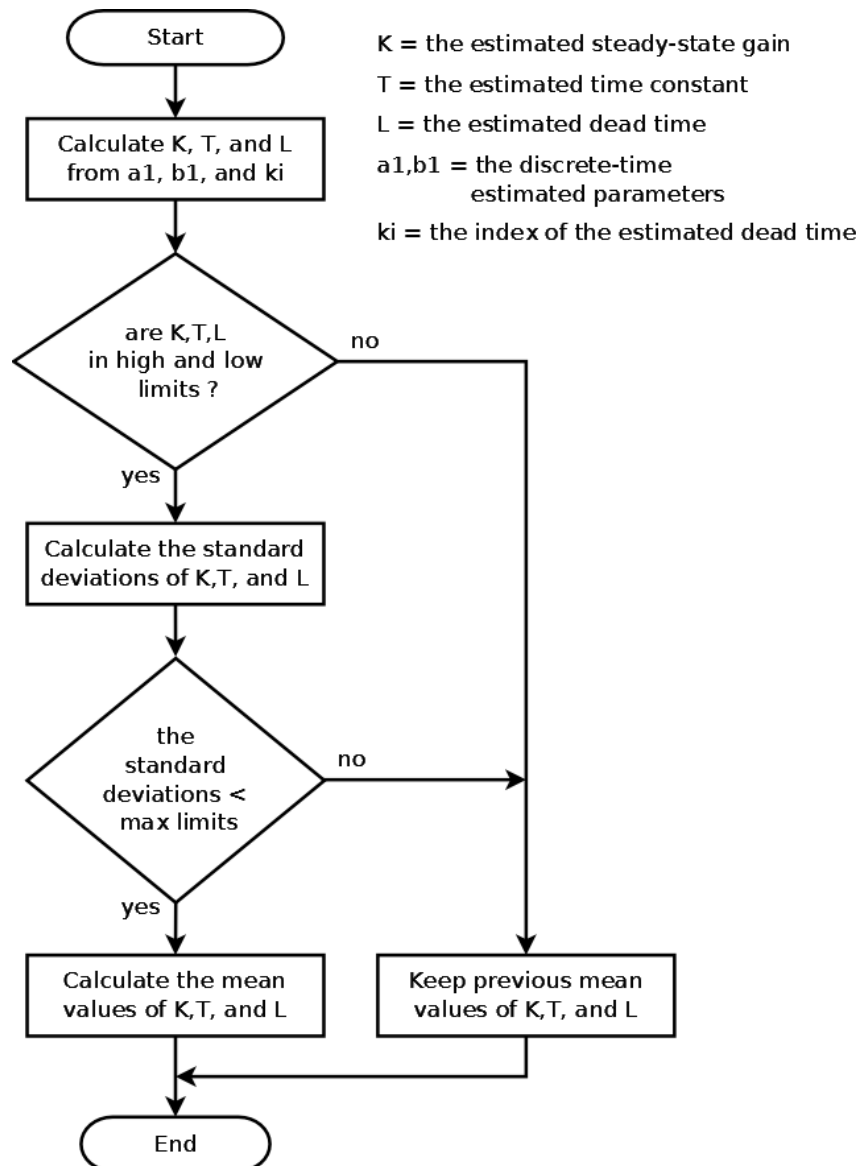


圖 3.7-5: 估算模型參數的分類作業流程

一旦選定估算時間延遲，就可以決定該時間延遲的最佳模型結構，分類估算模型參數的流程圖如圖 3.7-5 所示。

首先，使用第 3.5.6 節的公式從離散時間 ARMAX 估算模型參數計算連續時間 FOPDT 估算模型參數，對此參數檢查上、下限，超過限制值的參數會被捨棄。

其次，對目前及移動視窗範圍內的先前估算模型參數計算標準差；標準差的數值核對預先定義的限制值，以確保估算模型參數的品質在假設預測參數誤差為常態分配的情況下，有 68.26% 的信心。若任一參數超過標準差的限制則該組參數會被捨棄。

最後，計算目前及移動視窗範圍內的估算模型參數的算術平均值。

一旦該組估算模型參數被成功接受，在相關的圖形軌跡上標示‘●’符號。

f. 融合估算模型參數

估算模型參數的算術平均值 K_{MEAN} 、 T_{MEAN} 及 L_{MEAN} 以預定的融合率 C_{AR} 加入累計估算模型參數 K_a 、 T_a 及 L_a ，如方程式(3.7-14)、(3.7-15)及(3.7-16)。

$$K_a = K_a * (1 - C_{AR}) + K_{MEAN} * C_{AR} \quad (3.7-14)$$

$$T_a = T_a * (1 - C_{AR}) + T_{MEAN} * C_{AR} \quad (3.7-15)$$

$$L_a = L_a * (1 - C_{AR}) + L_{MEAN} * C_{AR} \quad (3.7-16)$$

若存在標稱模型參數 K_n 、 T_n 及 L_n ，則累計估算模型參數以預定的融合率 C_{AR} 與標稱模型參數合併，形成最終估算模型參數 K_e 、 T_e 及 L_e ，如方程式(3.7-17)、(3.7-18)及(3.7-19)。

$$K_e = K_n * (1 - C_{AR}) + K_a * C_{AR} \quad (3.7-17)$$

$$T_e = T_n * (1 - C_{AR}) + T_a * C_{AR} \quad (3.7-18)$$

$$L_e = L_n * (1 - C_{AR}) + L_a * C_{AR} \quad (3.7-19)$$

若標稱模型參數不存在，則累計估算模型參數即為最終估算模型參數。

3.7.5 控制參數的調整

每次疊代運算，使用第 3.6.6 節的 IMC-PC 調整法搭配指定的增益裕度、相位裕度及新的估算模型參數調整控制參數。

3.7.6 受控設備及控制器的模擬

本研究的自動調整系統有 2 個內建的模擬器，分別模擬受控設備及控制器的運作，以產生遞迴系統識別所需要的受控設備輸入與輸出信號。

a. 受控設備的模擬

受控設備模擬器搭配預先定義的模型參數矩陣及適當的受控設備輸入，可以用來產生受控設備的輸出。若沒有其他可用的受控設備輸出信號來源，則此模擬器會自動的啟用。受控設備的模型參數以 4 個三維的陣列儲存在.mat 檔案內，在系統啟動的階段會自動載入。模型的參數以內插法(Interpolation)的方式由陣列內查出，用來計算受控設備的模擬輸出。

受控設備的模擬輸出計算方式如方程式(3.7-20)、(3.7-21)、(3.7-22)及(3.7-23)。

$$a_1(k) = e^{-\frac{T_s}{T(k)}} \quad (3.7-20)$$

$$b_1(k) = K(k)(1 - a_1(k)) \quad (3.7-21)$$

$$y_D(k) = a_1(k)y_D(k-1) + b_1(k)u(k-L(k)) \quad (3.7-22)$$

$$y(k) = y_D(k) + O(k) \quad (3.7-23)$$

其中， $K(k)$ 、 $T(k)$ 、 $L(k)$ 及 $O(k)$ 分別為查表所得的模型參數，即穩態增益、時間常數、時間延遲及偏差值； $a_1(k)$ 及 $b_1(k)$ 為描述受控設備動態特性的差分方程式的係數； $u(k)$ 及 $y(k)$ 為受控設備的輸入及輸出； $y_D(k)$ 為受控設備排除偏差值的動態部份輸出。

為避免受控設備輸出超出實際限制，其計算結果在模擬結束前經過檢查及修正。

b. 控制器的模擬

控制器模擬器搭配預先定義的控制器參數矩陣及適當的參考輸入與合理的受控設備的輸出回授，可以用來產生受控設備的輸入。若沒有其他可用的受控設備輸入信號來源，則此模擬器會自動的啟用。PI 控制器的控制參數以 2 個三維的陣列儲存在.mat 檔案內，在系統啟動的階段會自動載入。控制器的參數以內插法(Interpolation)的方式由陣列內查出，用來計算受控設備的模擬輸入。

藉由提供預先定義的激發信號到參考輸入，模擬器執行比例及積分控制演算法，以產生必要的受控設備輸入，如方程式(3.7-24)及(3.7-25)。

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (3.7-24)$$

$$u(k) = (K_p(k) + K_I(k)T_s)e(k) \quad (3.7-25)$$

其中， $K_p(k)$ 及 $K_I(k)$ 查表所得的控制參數，即為比例控制增益及積分控制增益； $r(k)$ 及 $y(k)$ 為參考輸入及回授輸入； $e(k)$ 為追蹤誤差。

若 anti-windup 旗標被設定，則控制器輸出會被限制以防止驅動器的動作超過範圍。

若相對應的讀取或寫入旗標被適當地設定，模擬器可以經由控制器通訊軟體讀取受控設備輸入，執行控制演算法，計算受控設備輸入，再經由控制器通訊軟體把受控設備輸入寫入控制器。

c. 自動調整系統的模擬模式在受控設備有偏差值的情況下測試

本測試在操作點 1 運作，標稱設定點為 400，參考輸入使用±50 振幅的虛擬隨機二進位序列信號(PRBS, Pseudo-Random Binary Sequence)調變。初始控制參數由贊助商提供的 SIMULINK 模型取得，其比例控制增益為-0.018，積分控制增益為-0.3385。受控設備模型參數由第 3.5.9 節取得，其穩態增益為-5.939，時間常數為 0.1491 秒，時間延遲為 0.1 秒，偏差值為 583.4510。使用 IMC-PI 調整法搭配增益裕度為 3，相位裕度為 60 度。

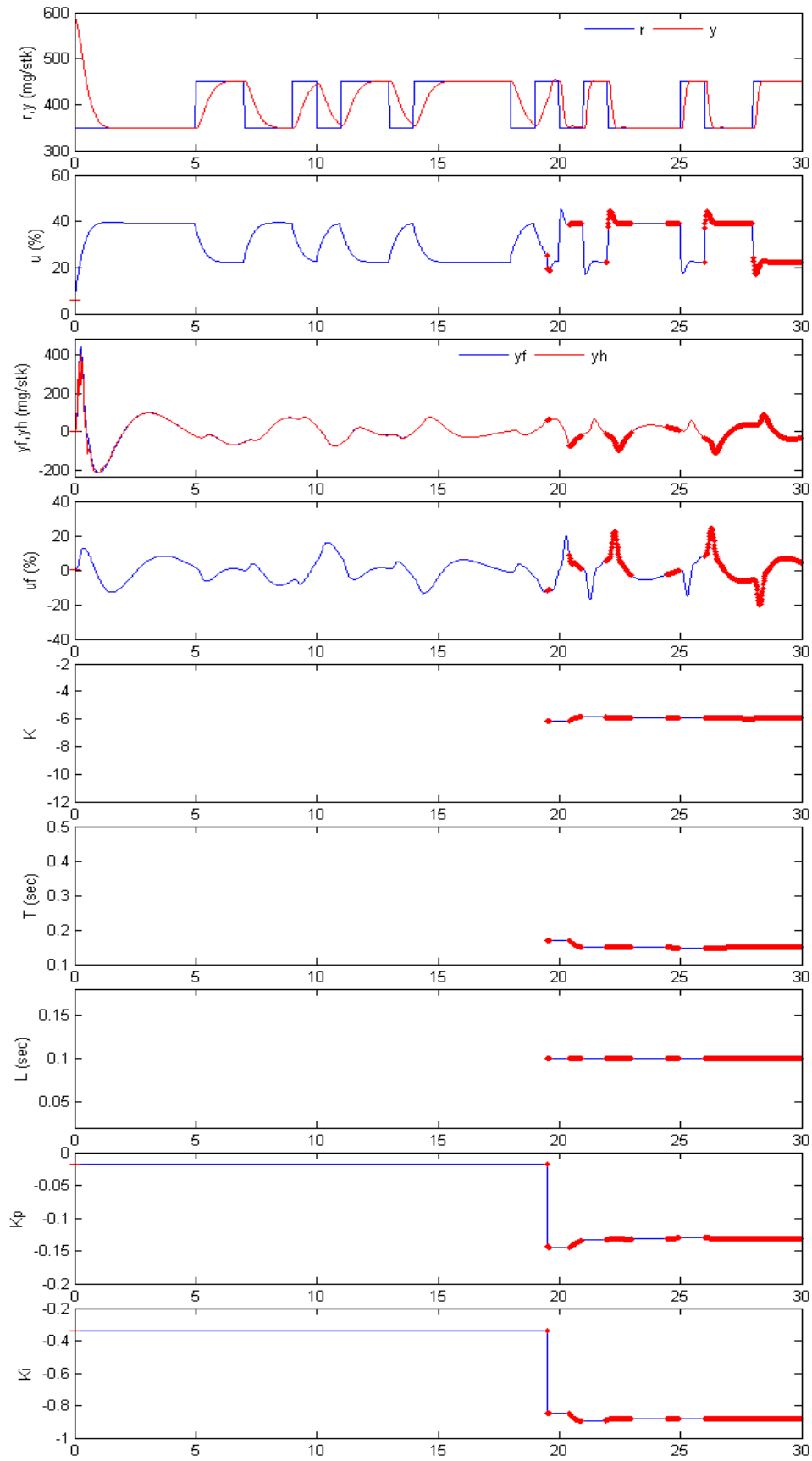


圖 3.7-6: 自動調整系統含受控設備偏差值的模擬結果

(‘+’ 表示操作點開始，‘●’表示成功估算)

圖 3.7-6 及表 3.7-2 顯示模擬的過程及結果。模擬由初始的控制參數開始，其得到的反應相當緩慢；自動調整系統在 19.5 秒時成功的選擇正確的時間延遲，識別出非常接近理論值的模型參數，其穩態增益-6.163 及時間常數 0.1695 秒，系統的反應開始逐漸改善。

經過 5 次連續的成功估算，在模擬結束時的穩態增益為-5.942，時間常數為 0.1495 秒，時間延遲為 0.1 秒，比例控制增益為-0.1318，積分控制增益為-0.8812。穩態增益的最終估算誤差只有理論值的 0.0505%，時間常數為 0.2683%，時間延遲為 0%。系統反應也因此而最佳化。

時間	K_e	T_e	L_e	K_p	K_I	備註
0	N/A	N/A	N/A	-0.018	-0.3385	初始狀況
19.50	-6.163	0.1695	0.10	-0.018	-0.3385	第 1 次成功連續估算
19.52	-6.163	0.1695	0.10	-0.144	-0.8496	
19.62	-6.163	0.1695	0.10	-0.1445	-0.8496	
20.42	-6.13	0.1686	0.10	-0.1446	-0.8497	第 2 次成功連續估算
20.90	-5.855	0.1500	0.10	-0.1343	-0.8929	
21.90	-5.863	0.1498	0.10	-0.1338	-0.8923	第 3 次成功連續估算
23.00	-5.917	0.1494	0.10	-0.1321	-0.8835	
24.46	-5.92	0.1493	0.10	-0.1319	-0.883	第 4 次成功連續估算
24.94	-5.94	0.1476	0.10	-0.1301	-0.8805	
25.98	-5.937	0.1475	0.10	-0.1298	-0.8796	第 5 次成功連續估算
29.98	-5.942	0.1495	0.10	-0.1318	-0.8812	
	-5.939	0.1491	0.10	-0.1315	-0.8816	理論值
	0.0505	0.2683	0	0.2281	0.0454	最終誤差百分比

表 3.7-2: 自動調整系統含受控設備偏差值的模擬結果

d. 自動調整系統的模擬模式在受控設備無偏差值的情況下測試

圖 3.7-7 及表 3.7-3 顯示模擬的過程及結果。自動調整系統在 1.18 秒時成功的選擇正確的時間延遲，並在 1.20 秒時識別出正確的模型參數，在 1.88 秒時到達理論值，其比例控制增益為-0.1315，積分控制增益為-0.8816。

時間	K_e	T_e	L_e	K_p	K_I	備註
0	N/A	N/A	N/A	-0.018	-0.3385	初始狀況
1.18	-5.955	0.1496	0.10	-0.018	-0.3385	第 1 次成功連續估算
1.20	-5.945	0.1496	0.10	-0.1315	-0.8793	
1.88	-5.939	0.1491	0.10	-0.1315	-0.8816	理論值

表 3.7-3: 自動調整系統不含受控設備偏差值的模擬結果

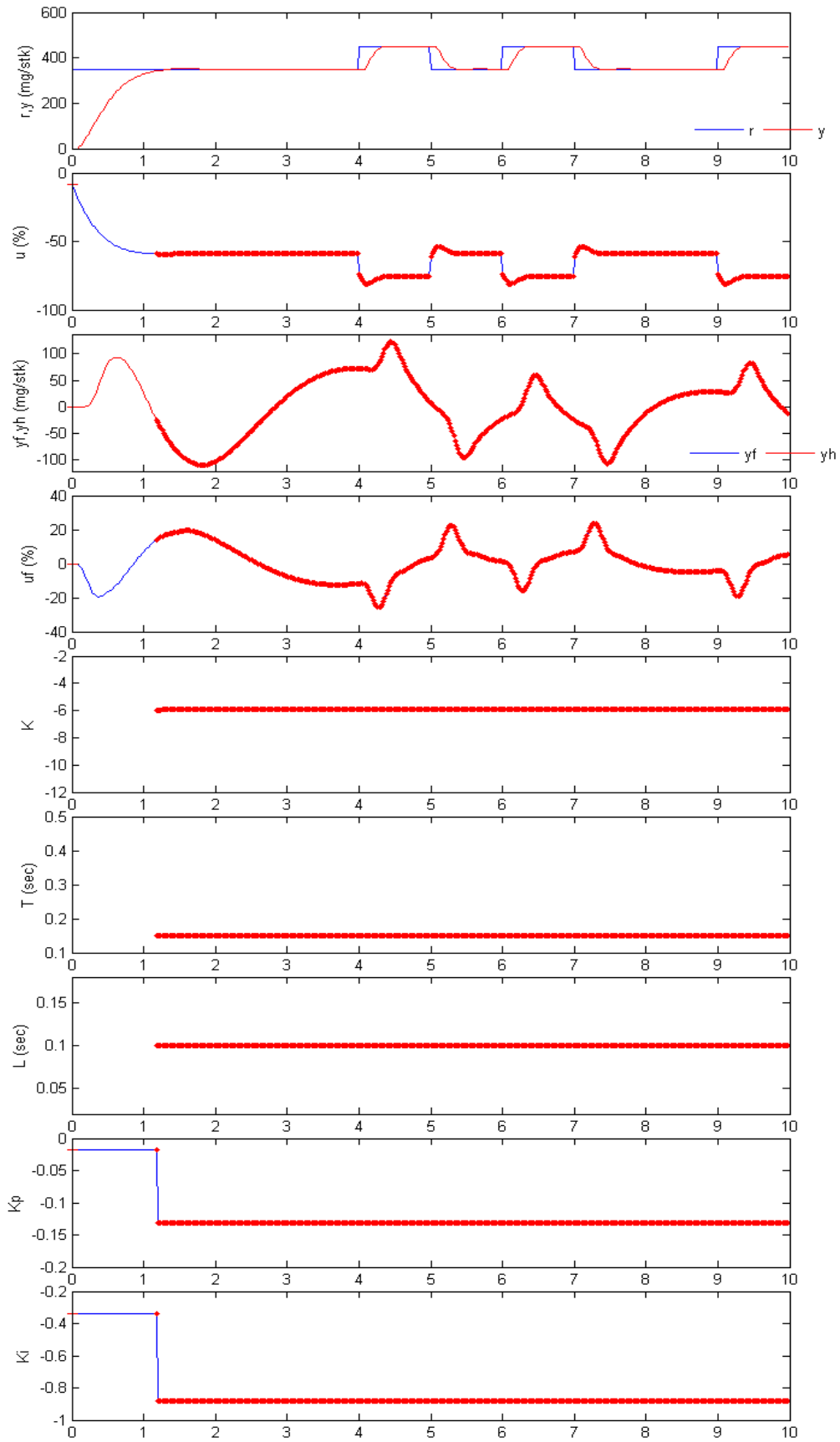


圖 3.7-7: 自動調整系統不含受控設備偏差值的模擬結果

(‘+’ 表示操作點開始，‘●’表示成功估算)

3.7.7 收斂時間的評估

由上一節的模擬結果得知，第 2 個模擬的收斂時間比第 1 個快很多，兩者唯一的差別條件為受控設備的偏差值。

對未受控設備的偏差值干擾的第 2 個模擬而言，首次成功連續估算合理地由 1.18 秒開始，因為其移動視窗的寬度為 1 秒。

第 1 個模擬的偏差值為 583，首次成功連續估算由 19.5 秒開始，較第 2 個模擬慢得多。

由圖 3.7-3 前置濾波器的步級響應來看，其安定時間為 13.5565 秒，相對的時間常數約為四分之一的安定時間，即 3.3891 秒，如方程式(3.7-26)。

$$T_{PF} = \frac{13.5565}{4} = 3.3891 \text{ (sec)} \quad (3.7-26)$$

對一個含有時變偏差值的受控設備，為從模型資料中濾除不需要的成分，相對的直流成分的影響以指數遞減，並於一定時間後消失。在這段期間，會影響模型參數的估算結果，而且無法忽略。受控模型的偏差值延長第 1 個模擬的收斂時間，圖 3.7-6 中遞減震盪的步級響應中斷辨識的過程達 4 次之多。

相對的偏差值與收斂時間的關係可以用不等式(3.7-27)表示。

$$\Delta O e^{-\frac{t_{ID}}{T_{PF}}} < \varepsilon \quad (3.7-28)$$

其中， ΔO 為相對的偏差值； t_{ID} 為收斂時間； T_{PF} 為前置濾波器等效的時間常數； ε 為一個小的數值，表示估算模型參數的品質。

較大的相對偏差值引起的收斂時間較長，反之亦然。

3.7.8 以實際實驗資料測試自動調整系統

自動調整系統以贊助商提供的實驗資料進行測試，以評估其性能。

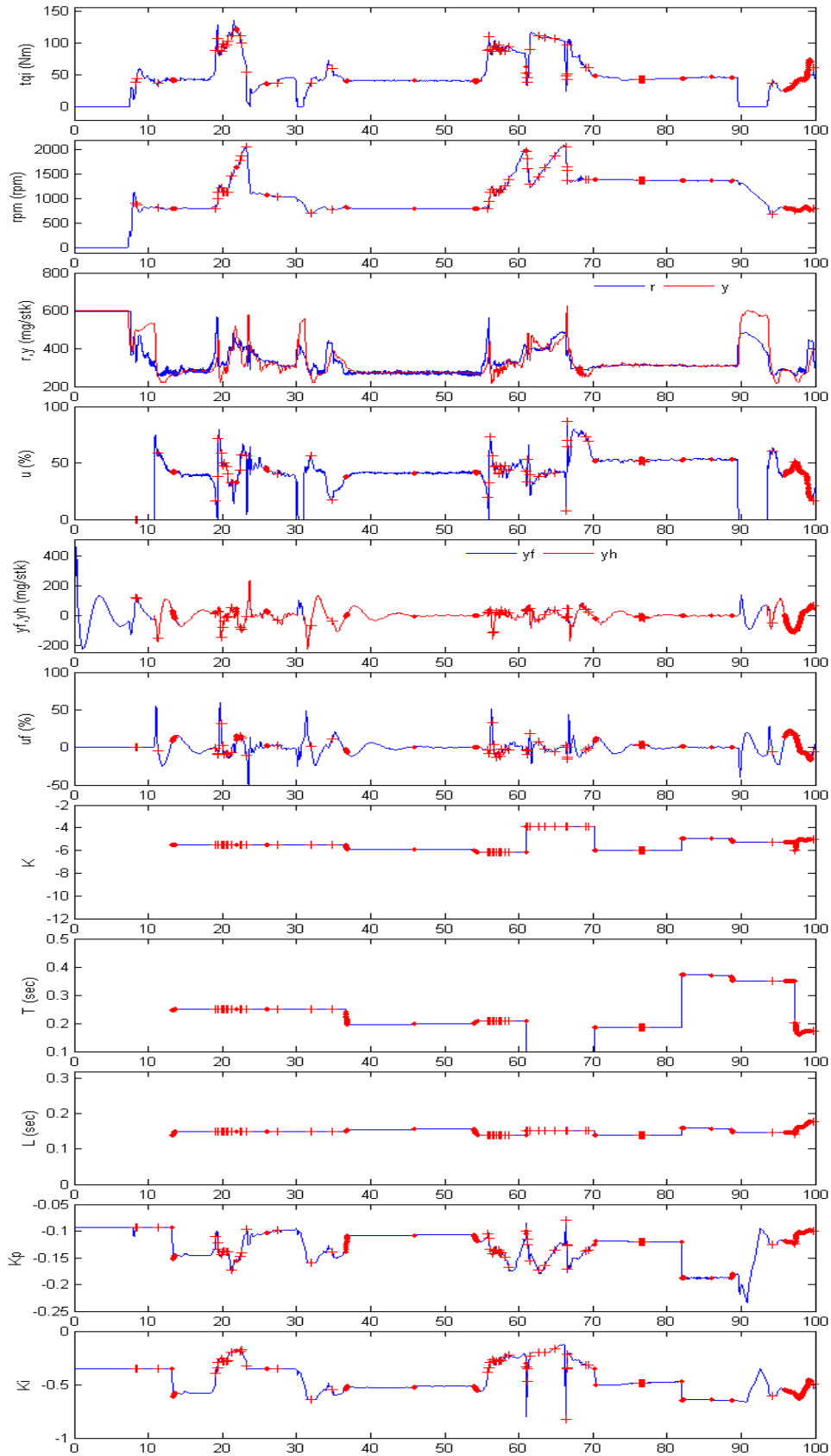


圖 3.7-8: 自動調整系統搭配實驗資料的測試結果

(‘+’ 表示操作點開始，‘•’ 表示成功估算)

完整的遞迴系統辨識結果如圖 3.7-8，部份結果列於表 3.7-4。表中 K_p 及 K_I 的數值由三維陣列中以內插法查表，因此其數值不能直接對應 IMC-PI 的調整法。但是，控制參數調整的結果可以由比較相鄰的 K_p 及 K_I 數值看出。

與第 3.5.9 節的離線系統識別結果比較，這樣的結果是合理的。但是，這個測試面臨與前述模擬相同的問題，由於操作點經常改變，偏差值也隨著改變，造成收斂時間變化。

製程必須停留在某個操作點附近較長的時間，以避免時變偏差值因起的問題，並改善估算模型參數的品質。

時間	K_e	T_e	L_e	K_p	K_I	備註
0	N/A	N/A	N/A	-0.094	-0.352	初始狀況
13.24	-5.481	0.2474	0.14	-0.094	-0.352	第 1 次成功連續估算
13.26	-5.481	0.2473	0.1401	-0.1525	-0.6103	
36.66	-5.547	0.2418	0.15	-0.1391	-0.5507	第 4 次成功連續估算
36.90	-5.95	0.196	0.1541	-0.1084	-0.5153	

表 3.7-4: 遞迴系統辨識的部份結果

3.8 結論

現有工業製程控制的其中一個問題為機件功能衰退及運轉需求改變引起受控設備的時變的特性。為克服這樣的問題，本題目專注於研究適應控制的方法以最佳化工業製程的性能。運用參數系統識別及內部模型控制的適應控制方法在研究初期提出，並成為後續研究的基本架構。

包括一階帶延遲模型、泰勒級數及 Padé 展開式近似法、PI 及 PID 控制、穩定度分析等控制技術經過評估，以提供適應控制方法的基礎知識。

運用離線系統識別方法對贊助商提供的實驗資料進行分析，以瞭解製程受控設備的模型參數。針對此受控設備而言，ARMAX 模型為最適合的架構。製程的雜訊分布在很寬廣的範圍，包括可以濾除的高頻部份，不可濾除的低頻部份，及時變的偏差值等。模型參數不一致地分布在各個操作點上，控制參數則在各操作點上進行調整。與贊助商提供的模型參數比較，本研究的模型參數對實驗資料有更佳的效果。在發展離線識別系統的過程中，也設計了一個 MATLAB 的 Butterworth 低通及帶通濾波器的設計函數。

內部模型控制的原理經過評估，並應用到泰勒級數及 Padé 展開式近似的一階帶延遲模型上。本研究找到一種基於內部模型控制搭配增益裕度及相位裕度的控制參數調整法，選擇平方誤差積分做為成本函數，並搭配如安定時間、消耗能量、最大超量百分比等指標評估系統的性能。另外，選取 Ziegler-Nichols 及 Refined Ziegler-Nichols 調整法比較不同調整法的性能差異。

本研究並發展出一套類即時自動調整系統以進行製程控制參數的調整，運用帶通濾波器濾除實驗資料中的高頻雜訊及直流偏差值。以一種改良的最小預測誤差法從候選模型架構中選擇最佳的時間延遲，並找出模型參數的收斂時間與帶通濾波器的安定時間、偏差值的變化及估算參數的品質有指數的關係。自動調整系統有內建的受控設備及控制器模擬器的設計，以測試遞迴系統識別及控制參數調整法的功能，並顯示系統反應的改善結果。遞迴系統識別法也用由實際製程截取下來的實驗資料進行檢驗，並成功的識別出合理的模型參數。

4. 出國期間所遭遇之困難與特殊事項

初到英國感受到環境的差異除了語言不同之外，就要算是靠路左邊走路的規定不同，還好這些都是事先預料到的情況，很快就能適應。由於在國內就已經瞭解從機場到學校宿舍的交通方式，所以雖然沒有安排接機，在親切的路人及公車司機協助下，也能安全迅速的到達目的地。

英國是一個多種族融合的國家，在法律上各族群、宗教、性別都有平等的地位；因此，基本上，各個族群的英國人及各個國家來的留學生都能和諧的相處。當地政府在各個族群及宗教的節慶期間也辦理相關的活動，除了表示對不同文化背景的重視外，也是招攬生意、促進經濟發展的方法之一。

英國的金融服務非常發達，大部份的消費都可以用提款卡支付，不用隨身攜帶許多現金；少部份的商店用提款卡付款要收取交易手續費，所以付款前要先詢問清楚，以免事後有爭議。大部份留學生都會申辦銀行帳號，方便由國內匯款；由於英國人生活步調比較慢，申辦銀行帳戶除要備妥護照，還要學校開立的入學通知書及介紹函，事先預約大約一星期後與銀行員面談開戶，開戶後一星期才能拿到提款卡；所以在銀行帳戶可以運作之前，必須準備相當數額的現金或旅行支票，以便應付生活開銷。

曼徹斯特是英國的第二大城，有完整的公路與鐵路網，市區、郊區及與其他城市的交通都非常方便，只是交通費用非常昂貴，即使學生有相當額度的優惠，但比起台灣的價差還是很大。生活費用較台灣高出許多，約 3 坪大的學校宿舍租金每月約新台幣 25000 元，學校餐廳的午餐大約新台幣 200 元，以公司的贊助支付生活費相當緊澀。

市中心有中國城，除了有中式食材與餐飲外，也可找到許多東方文化的生活用品。生活上的瑣碎問題，在曼徹斯特台灣同學會邢會長、聖彼得之家鍾牧師及其他同學與朋友的協助下，也都能順利的解決。因為有機會與不同國家的留學生相處，所以能接觸到多姿多彩的飲食、宗教及文化，這是學習技術及獲得學位之外的最大收穫。

5. 心得與感想及建議

5.1 心得與感想

1. 目前工業製程在現場設備控制的層次仍以傳統的 PI(D)單迴路控制為主；在高階控制方面，比較廣泛應用的技術為模型預測控制(MPC, Model Predictive Control)。
2. 高階控制技術主要功能為製程的最佳化，所以不直接控制現場設備的動作，而是提供設定點給基層的控制器。要發揮高階控制的功能必須要有基層控制器的配合，從現場設備、基層控制器、到高階控制器都要維持適當的品質，才能發揮整體的效能。
3. 設備的特性會隨機件的老化而改變，因此控制器的參數也必須隨著調整，以確保製程的效能不至於偏離太多。
4. 即使是經過極度簡化的一階模型，在控制系統的分析與設計時，仍然會產生複雜的數學運算，有時必須放棄尋求解析解，退而求其次尋找數值解。
5. 研究的過程遇到許多無法短期解決的問題，在考慮計畫的規模與時間的限制下，有時必須做出合理的假設，使研究能進入下一階段。

5.2 建議

1. 由 DCS 或 PI 系統的即時或歷史紀錄資料，運用系統識別技術，取得受控設備的數學模型參數，瞭解設備的特性。
2. 針對電廠單迴路控制器，應用專題研究之方法($K_p = \frac{T}{K(T_F + L)}$ 及 $T_i = T$)調整 PI 控制器參數，改善系統的反應及提升穩定度。

6. 參考資料

- [1] The University of Manchester, "History and origins (The University of Manchester)", <http://www.manchester.ac.uk/abouts/facts/history>, Accessed on 10th February 2010
- [2] Shanghai Ranking Consultancy, "Academic Ranking of World Universities - 2008", <http://www.arwu.org/ARWU2008.jsp>, Accessed on 10th February 2010
- [3] J. E. Normey-Rico and E. F. Camacho, *Control of Dead-time Processes*: Springer-Verlag, 2007.
- [4] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, 2nd ed.: Prentice Hall PTR, 1999.
- [5] Lund Institute of Technology, Lund University, "A Manual for System Identification", Accessed on 28th May 2009
- [6] K. J. Åström, "On the choice of sampling rates in parametric identification of time series," *Information Sciences*, vol. 1, pp. 273-278, 1969.
- [7] D. G. Manolakis, V. K. Ingle, and S. M. Kogon, *Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing*: ARTECH HOUSE, INC., 2005.
- [8] T. T. Soong, *Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers*: John Wiley & Sons, Ltd., 2004.
- [9] H. Cramer, *Mathematical Methods of Statistics*: Princeton University Press, 1999.
- [10] D. Stranneby and W. Walker, *Digital Signal Processing and Applications*, 2nd ed.: Newnes, 2004.
- [11] *Signal Processing Toolbox 6 User's Guide*: The MathWorks, Inc., 2009.
- [12] B. A. Shenoi, *Introduction to Digital Signal Processing and Filter Design*: John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [13] L. Ljung, *System Identification Toolbox 7 User's Guide*, 2009 ed.: The MathWorks, Inc., 2009.
- [14] *MATLAB 7 Function Reference* vol. 2: The MathWorks, Inc., 2009.
- [15] I. D. Landau and G. Zito, *Digital Control Systems - Design, Identification and Implementation*. London: Springer-Verlag, 2006.
- [16] L. Ljung, *System Identification Toolbox 7 Reference*, 2009 ed.: The MathWorks, Inc., 2009.
- [17] D. E. Seborg, T. R. Edgar, and D. A. Mellichamp, *Process Dynamics and Control*: John Wiley and Sons, 1989.
- [18] W. S. Levine, *The Control Handbook*: CRC-Press, 1996.
- [19] M. L. Luyben and W. L. Luyben, *Essentials of Process Control*: McGraw-Hill Companies, 1997.

- [20] B. R. Holt and M. Morari, "Design of resilient processing plants--VI. The effect of right-half-plane zeros on dynamic resilience," *Chemical Engineering Science*, vol. 40, pp. 59-74, 1985.
- [21] I. Kaya, "Tuning PI controllers for stable processes with specifications on gain and phase margins," *ISA Transactions*, vol. 43, pp. 297-304, 2004.
- [22] Newcastle University, "Internal Model Control", Accessed on 14th May 2009
- [23] D. E. Rivera, M. Morari, and S. Skogestad, "Internal model control: PID controller design," *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 25, pp. 252-265, 1986.
- [24] K. J. Astrom and T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, 2nd ed.: Instrument Society of America, 1995.
- [25] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 115, pp. 220-222, 1993.
- [26] C. C. Hang, K. J. Astrom, and W. K. Ho, "Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula," *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, vol. 138, pp. 111-118, 1991.
- [27] P. Andersson, "Adaptive forgetting in recursive identification through multiple models," *International Journal of Control*, vol. 42, pp. 1175 - 1193, 1985.
- [28] L. Teng Joon and M. D. Macleod, "Adaptive algorithms for joint time delay estimation and IIR filtering," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 43, pp. 841-851, 1995.
- [29] S. W. Sung, I.-B. Lee, and B.-K. Lee, "On-line process identification and automatic tuning method for PID controllers," *Chemical Engineering Science*, vol. 53, pp. 1847-1859, 1998.
- [30] W. H. A. Schilders, H. A. v. d. Vorst, and J. Rommes, *Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications*: Springer, 2008.
- [31] A. Visioli, *Practical PID Control*: Springer, 2006.
- [32] G. Feng and R. Lozano, *Adaptive Control Systems*: Newnes, 1999.
- [33] P. E. Wellstead and M. B. Zarrop, *Self-Tuning Systems: Control and Signal Processing*: Wiley, 1991.
- [34] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Adaptive Control*, 2nd ed.: Addison-Wesley, 1995.