

公務出國報告

(出國類別：研究)

九十二年度台俄技術合作計畫 模擬器技術研習報告

出國人服務機關：中山科學研究院

出國人職稱：技正

出國人姓名：鄭秋彬

出國地區：蘇聯 莫斯科

出國期間：92/09/06-92/11/26

報告日期：九十二年十二月五日

40/CO9300125

摘 要

模擬器心臟在模擬標的物之動態數學模式，模擬器顏面是視效系統以及圖像儀表系統，模擬器感覺在動感系統以及力感系統。

蘇聯目前已完整建立十七種以上之飛機動態數學模式，包括 Su-27、Su-33、Mi-24 等等，並應用於真實模擬器中，其仿真度由 1985 年之 50% 提昇至今年 95%。蘇聯曾投資開發視效系統，但品質不如歐美國家，目前僅知兩家較有名，但也僅能應用於簡單之模擬系統，他們對於需求度較高之模擬系統，則採用美國 E&S 系統或進口挪威 3D Perception 系統互相配合。蘇聯之 3D 圖像儀表相當逼真，可媲美於歐美國家及我國。蘇聯的動感系統主要有兩型，一為史都瓦平台，一為 Gyroscope 型之動感系統，以前大多採油壓系統，目前已開始採用電動馬達驅動。蘇聯曾自製較簡單之油壓式力感系統，但他們也進口荷蘭 Fokker 之力感系統。

蘇聯模擬器之國外市場無法與歐美相比，大多屬於其武器輸出國，但是他們有一大群來自 TsAGI、FRI、以及 TsIAM 之科學家，熟識各種動態數學模式之設計與分析，他們掌握模擬心臟，軟體能力也強，他們有快速成長的潛力。蘇聯模擬器口碑尚好之公司 Dynamika，其領導人說他們不會有人力問題！

本報告即針對受訓期間所學習或蒐集之上述現象作進一步描述，報告中較珍貴或為蘇聯特色者均以底線標示，有助於選讀，希望吾人能在蘇聯模擬器建模過程中領悟珍貴之經驗！

註：TsAGI：Central Aerohydrodynamic Institute，FRI：Flight Research Institute，TsIAM：Central Aircraft Engine Institute.

目 錄

壹、目的	5
貳、過程	6
一、飛機動態模擬模式研習規劃.....	6
二、飛行控制模擬模式研習規劃.....	7
三、其他模擬技術蒐集.....	8
四、公共關係活動.....	9
參、心得	10
一、蘇聯模擬器現況概觀.....	10
1、動態數學模式.....	10
2、視效系統.....	14
3、動感與力感系統.....	16
4、蘇聯模擬業務與模擬能量.....	19
二、蘇聯飛機動態方程式設計與分析.....	21
1、基本動態方程式.....	21
2、縱向動態模式分析與建模.....	25
3、橫航向動態模式分析與建模.....	37
三、蘇聯飛機飛行控制設計與模擬模式.....	49
1、飛行控制器之設計.....	51
2、飛行控制元件模擬模式研究與分析.....	58
3、縱向飛行控制設計.....	69
4、橫航向飛行控制.....	81

5、自動駕駛.....	91
6、特殊飛行控制研究.....	100
四、個案飛行研究與練習.....	112
1、縱向動態模式模擬分析_個案一	112
2、縱向動態模式模擬分析_個案二	119
3、致動器家族頻率反應_個案三	121
4、延時參數對縱向回饋增益研究_個案四	128
5、縱向回饋控制增益值研究_個案五	130
6、橫航向操縱品質氣動力參數研究_個案六	138
肆、建議與結論	143
一、蘇聯模擬器能量分析.....	143
二、蘇聯與台灣模擬事業合作分析.....	143
三、本合作案重要技術成果	144
四、結語	145
伍、附件一部份活動相片.....	146

壹、目的

國內模擬器自製量已突破 39 套(UTDx6、EPTx2、F5Ex2、DISOx1、ESTx1、NVTSx1、M48H/M60A3x24、TH67x2)，培養了國內多家公司之合作能量。也預期於三年內將會有額外之多套訂單，我們即將成為東南亞最大模擬器設計及製造機構。

自今年起我們規劃開始將行銷拓展至國外，我們用心經營參加巴黎航太展，展開國外可能的資料蒐集、接觸、與談判。

我國想要進軍國際市場，沒有模擬標的物之動態數學模式時，寸步難行，談判籌碼也少很多，往往需仰賴雙邊合作之結果。我們也曾經因為缺乏蘇聯戰機之動態數學模式而喪失一個大機會。

我們知道模擬器的心臟”模擬標的物之動態數學模式”為最重要之核心技術，他除包含標的物本體動態數學模式外，尚需包括其附屬系統之數學模式，如致動器、引擎、武器、導控、地表界面(起落架、輪)、結構等等。蘇聯難能願意把其戰機之動態數學模式與數據賣給我們！但我們知道蘇聯在飛行控制與模擬建模方面，有很多其獨到之處，希望經由本台俄技術合作機會，學習其保貴的經驗，讓我國在建模技術方面更上層樓。

另外也希望在此進行相關模擬資料之蒐集，展開行銷國際之前哨業務。例如在什麼條件下蘇聯願意出售戰機之動態數學模式、他們有無視效與圖像產品、他們動感系統如何設計、未來他們有無與台灣合作之機會等等。

貳、過程

本次台俄技術合作計畫模擬器技術研習主要內容與時程如下：

內容 \ 時程	09/06-07	09/08	09/15	09/22	09/29	10/06	10/13	10/20	10/27	11/03	11/10	11/17	11/24	11/25-26
啟程	■													
飛機動態模擬模式研習				■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	
飛行控制模擬模式研習	■	■	■			■	■	■	■	■	■	■	■	
其他模擬技術蒐集							■		■		■			
公共關係活動		■	■			■				■	■		■	
回程														■

一、飛機動態模擬模式研習規劃

1. Aircraft motion equation

- coordinate systems, notations and terms used in flight dynamics, according to ISO 1151 standards;
- general aircraft spatial(6-D) motion equations in different form(Euler angles form, directing cosines form, quaternion form);
- linearization of an aircraft motion equation;
- Separation of longitudinal and lateral-directional motions and appropriate particular motion equations(longitudinal motion equations, lateral-directional motion equations);

2. Analysis of an aircraft longitudinal motion equations

- general aircraft longitudinal motion equations;
- linearization of longitudinal motion equations and types of longitudinal motion modes (short-period mode, fugaloidal mode);
- notations of aircraft static stability margins for longitudinal motion, influence of main aircraft layout parameters on these margins;
- aircraft trimming conditions and choice of an aircraft layout parameters;
- characteristics of an aircraft in longitudinal motion as controlled object;
- requirements to the aircraft stability and controllability characteristics;

3. Analysis of an aircraft lateral-directional motion dynamics

- equation of disturbed lateral-directional(side) aircraft motion;
- types of lateral-directional motion (roll mode, Dutch-roll mode, spiral mode) and its characteristics;
- notations of aircraft static stability margins for lateral-directional motion, influence of main aircraft layout parameters on these margins;
- lateral-directional aircraft trimming for different cases (side wind at landing, engine failure);
- characteristics of an aircraft in lateral-directional motion as controlled object;
- requirements to the aircraft stability and controllability characteristics in lateral-directional motion;

二、飛行控制模擬模式研習規劃

1. Purposes, design concepts and structure of the complex aircraft control system:
 - methods of the aircraft motion control, general aircraft control system flowchart, destination of various control subsystems;
 - types of manual aircraft control systems (direct mechanical control system, powered mechanical control system, fly-by-wire control system);
 - methods of manual aircraft control systems and automatic control systems coupling;
 - flight safety principles of an aircraft control system design (failure-safe and practically failure-free systems);
 - elements of the aircraft control system (sensors, computers, actuators) and their mathematical models;
 - aircraft control system and flight safety.
2. Stability and controllability augmentation systems (CSAS), destination and classification.
 - 2.1 CSAS for the longitudinal motion of an aircraft;
 - characteristics of an aircraft in longitudinal motion as controlled object;
 - requirements to the aircraft stability and controllability characteristics;
 - pitch damper, automatic system for the longitudinal control, integral CSAS; their influence on the aircraft stability and handling qualities;
 - control algorithms for the modern fly-by-wire longitudinal CSAS;
 - aeroservoelasticity problem at control system design.
 - 2.2. CSAS for the lateral motion of the aircraft:

- characteristics of an aircraft in lateral-directional motion as controlled object;
 - requirements to the aircraft stability and controllability characteristics in lateral-directional motion;
 - roll damper;
 - yaw damper;
 - yawing stability augmentation system.
3. Aircraft autopilots, their destination and autopilot mode classification:
- angle stabilization autopilot modes - pitch, roll and yaw angle stabilization;
 - c.g. motion stabilization modes - altitude, track and speed stabilization;
 - automatic control of an aircraft at landing.
4. Active control systems: destination, classification and design principles:
- load alleviation control system;
 - ride control systems (crew and passengers comfort improvement control systems);
 - flutter suppression control systems.

Note : Lectures will be accompanied with practice included the demonstration exercises on a personal computer realized via FlightSim program toolbox for MATLAB[®]/Simulink[®].

三、其他模擬技術蒐集

1. 10/16 拜會 TsAGI 飛行力學暨控制系統所副所長 Mr. Bushgens，請其協助安排拜訪蘇聯知名模擬公司，並從 Mr. Bushgens 獲得下列資料。
 - (1) “Simulation Technology & Training : Research, Engineering & Market Challenges”, TsAGI, Zhukovsky, Moscow Regin, Russia, May, 2001.
 - (2) “Aerodynamics, Flight Dynamics, Aircraft Strength”, TsAGI, Zhukovsky, Moscow Regin, Russia, August, 2003.
2. 10/30 與 Dynamika 模擬公司 PR and Special Event Manager, Katja

Biouchguens，等人見面，瞭解該公司組織、產品、技術、與模擬業務狀況，並獲得相關資料近二十頁。

3. 11/10 與蘇聯 ICTC 公司 Program Manager, Andrey Danilin 會面，瞭解蘇聯目前在模擬器動感致動器之製造以及 3D 圖像技術等之現況。收獲並不豐富，但 Andrey 同意爾後持續幫忙。他也希望當台俄合作之橋樑。

四、公共關係活動

1. 09/08 參加教師聯誼會，由莫斯科物理技術學院航空力學暨飛行工程學系助理 Natalia A. Babikova 安排與 Vladimir Kouvshinov 及 Aleksei I. Dynnikov 兩位教授見面，研究課程安排等相關事宜，並於會後正式開訓。
2. 09/14 拜會莫斯科大學俄文系教師 Olga，請教短期俄文成長作法。
3. 10/10 赴莫斯科市參加中華民國九十二年雙十國慶會，與我國駐俄代表、企業家、莫斯科大學留學生等交換心得。
4. 11/07 拜會我國駐俄羅斯代表處經濟組，並請協助安排拜訪蘇聯模擬器相關產業或模擬器設計公司。
5. 11/10 於莫斯科會見今年第二位參加台俄技術合作計畫案汪立德先生，彼此交換技轉心得以及注意事項。
6. 11/21 參加合作計劃結案聯歡會，由該院航空力學暨飛行工程學系助理 Natalia A. Babikova 主辦，與會人員有 Vladimir、Aleksei 兩位教授、以及學校系裡幾位朋友等。

參、心得

本章首先對蘇聯目前模擬器技術層次、產品趨向、以及業務概況作概觀性陳述，然後從第二節起對蘇聯建立”飛機動態數學模式”之過程與技術作深入探討。於報告中，凡是較為珍貴或為蘇聯特色者均以底線標示。

一、蘇聯模擬器現況概觀

1、動態數學模式

飛機飛行動態數學模式是他們最成功之產品，他們發展飛行動態數學模式程序如圖 3-1-1。主要在氣動力資料之建立相當專業，最後之驗證或認證程序也十分嚴謹。他們動態數學模式架構如圖 3-1-2，並以駕駛員飛行控制與自動飛行控制再細分如圖 3-1-3。

每一部份模式都因為有 TsAGI、FRI、以及 TsIAM 等等單位合作，經驗豐富，技術、實驗裝備、與人才均堪稱一流。目前已經發展成熟並應用於模擬系統者至少有如表 3-1-1。

蘇聯也建立 MathLab\Simulink 之 Adaptation，使這些模式可直接與研究互相串聯，例如 FlightSim。他們亦可與 DeskSim 連接，提供完整且逼真之顯示工具，使學理研究與系統發展結合應用。

定翼型	定翼型	旋翼型
Su-24	Tu-154M	Mi-8
Su-27	Tu-204	Mi-24
Su-33	L-39	Ka-27
Mig-21	Yak-130	Ka-50
Mig-29	C-80	
Mig-31	M-110	
Mig-AT		

表 3-1-1 蘇聯成熟之飛機動態數學模式

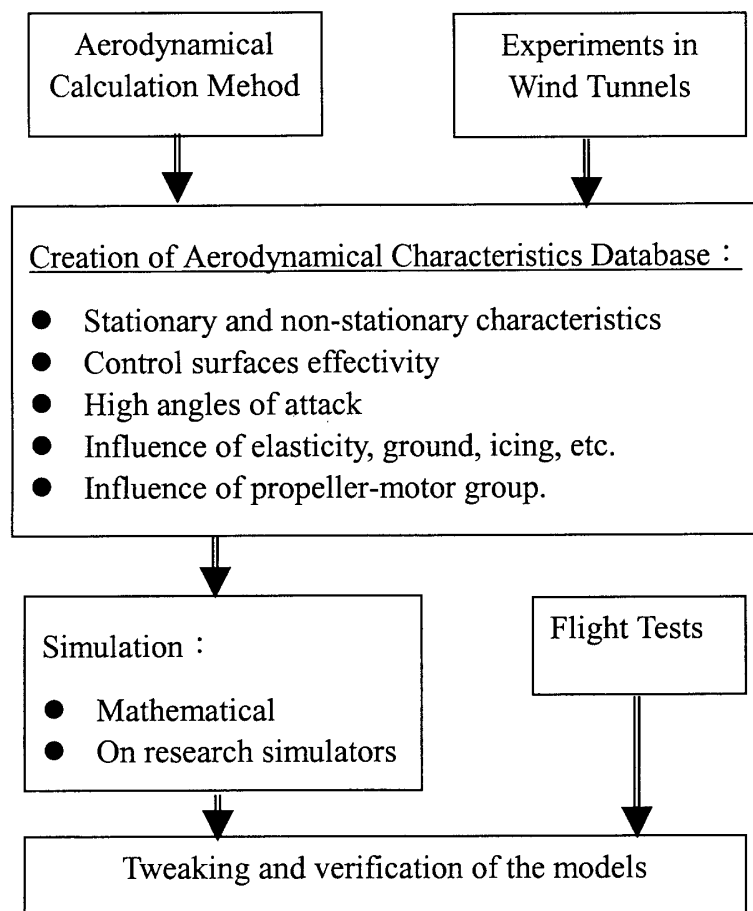


圖 3-1-1 飛行動態數學模式發展程序

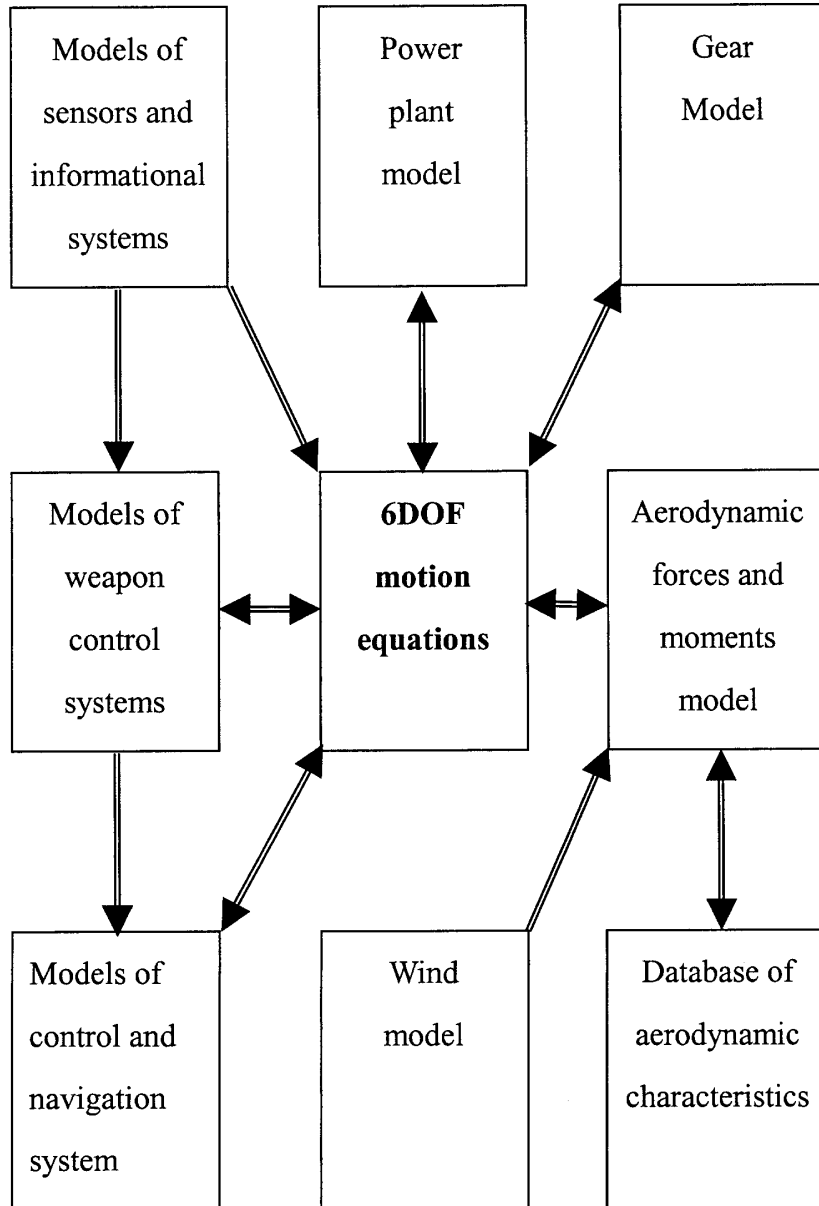


圖 3-1-2 飛行動態數學模式架構

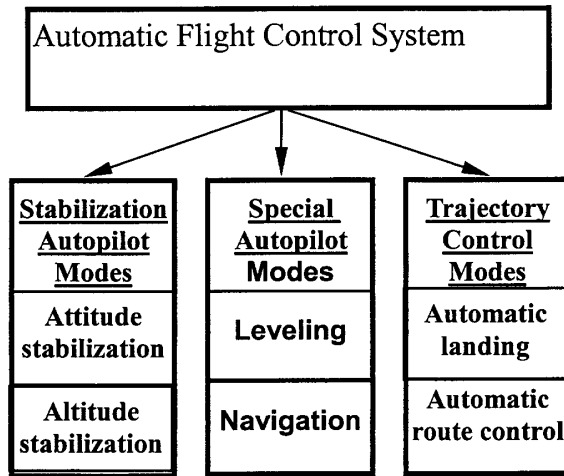
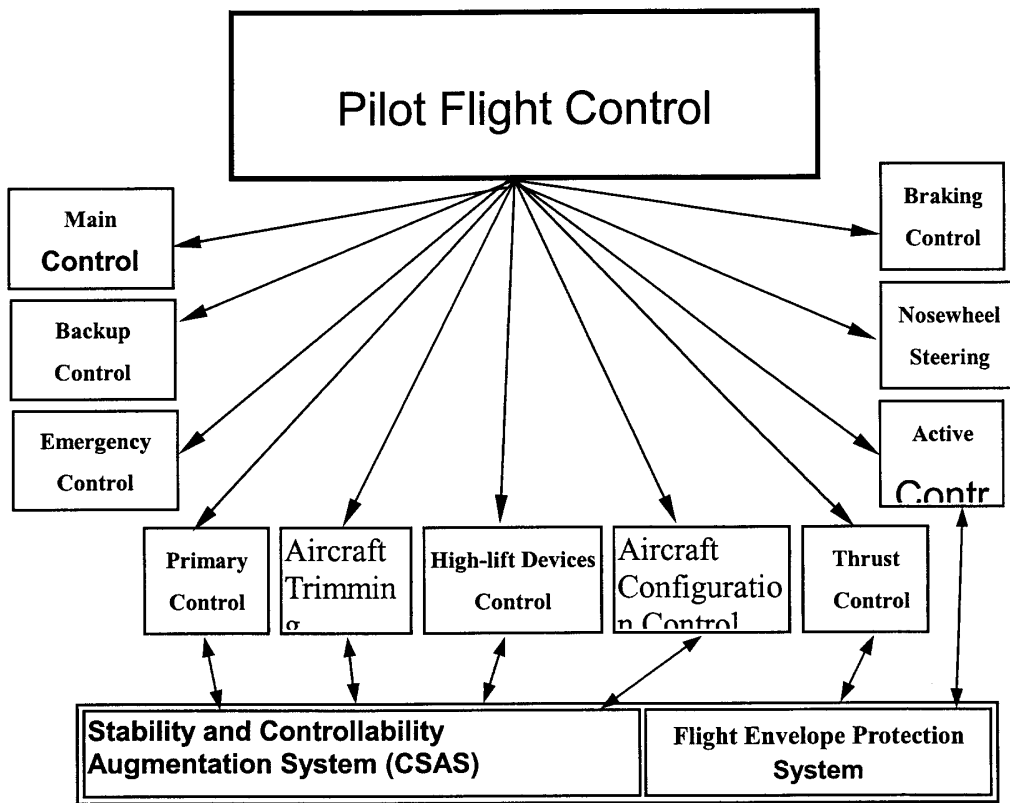


圖 3-1-3 飛機飛行控制動態模式項目

2、視效系統

蘇聯曾短期投資人力從事影像產生器開發，後來並無深入研究或開發，僅有兩家持續推出產品，但蘇聯自己認為較簡易之系統才使用該產品，其價位也較低。需求較高者還是要進口國外之產品。目前所使用的系統有：

廠商名稱
Transas
Constanta-Design
Evans&Sutherland
Vega
3D-Perception
。 。 。

表 3-1-2 視效廠商名稱

前者為俄羅斯廠家，E&S 等為美國廠家，後者為挪威廠家。蘇聯會選擇這些廠家支援其視效系統，足為我們參考，3D-Perception 對影像重疊有獨到技術，蘇聯人員對這家產品尚稱滿足，也瞭解我國已有這方面技術。

至於視效資料庫工具方面，他們與我國一致，仍然以 Multi-Gen 為主。有關圖像儀表方面(包含 Head-up display 與 Head-down display 等)，他們自行發展軟體系統，套裝程式名為 DeskSim。其產品展示如圖 3-1-4 及圖 3-1-5。

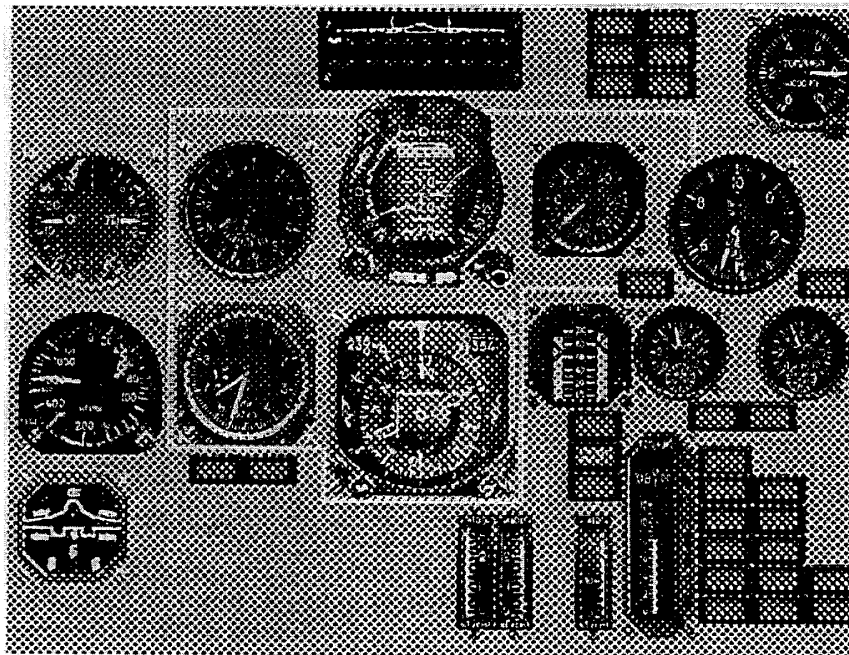


圖 3-1-4 3D-Graphic Panel

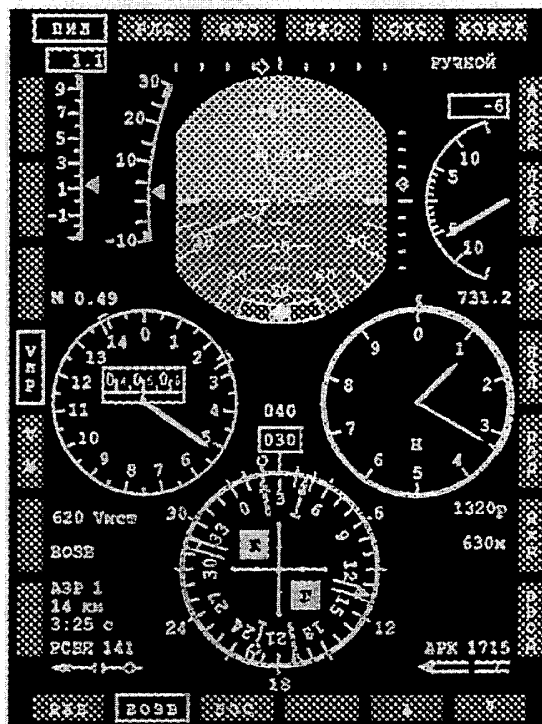


圖 3-1-5 3D-Graphic Display

3、動感與力感系統

蘇聯有 150 套 Su-24、Su-29、以及 Mig-29 等迷你模擬器未設計動感系統，這種迷你模擬器之硬體部份設計為從座椅起之座艙頭，包括座椅、操縱機構、廊板、面板、儀表、以及儀表上方安裝單槍 CRT 視效等，如圖 3-1-6。另外有 9 套屬於 Su-24、Su-33、Mig-31、以及直昇機 Ka-27、Ka-50 之”Part-Task”模擬器，這些模擬器均未配備動感系統！

蘇聯模擬器使用動感系統者有如圖 3-1-7、圖 3-1-8、以及圖 3-1-9。主要區分為史都瓦平台型動感系統與 Gyroscope 型動感系統。其致動器大多以 Moog 致動缸及 Parker 致動缸為主，但是他們強調動感控制係自行發展，他們有資深之控制與軟體人員。

圖 3-1-8 為四自由度之動感系統，其特點在約束器與致動方式，雖然較史都瓦簡單很多，但自由度是他的限制。據悉此系統曾出售至中國大陸做研究用途。

在力感方面，有多種飛機(尤其是 power irreversible 者)只要以彈簧機構設計即可，蘇聯也自行設計多種液壓致動式力感系統，但他們對於近年來高品質之模擬器需求，亦向 Fokker 採購電馬達致動式力感系統，這點驗證我國作法正確！

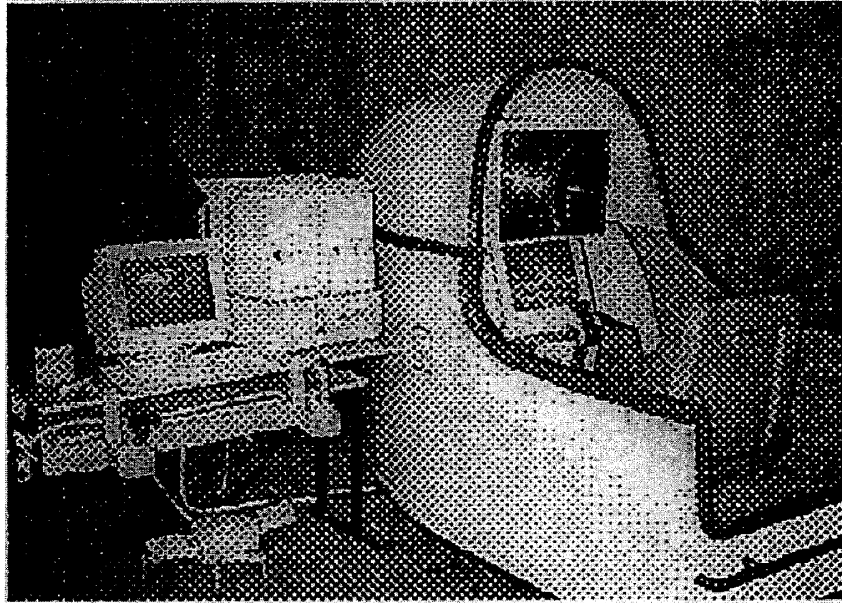


圖 3-1-6 蘇聯 Mini-Simulator

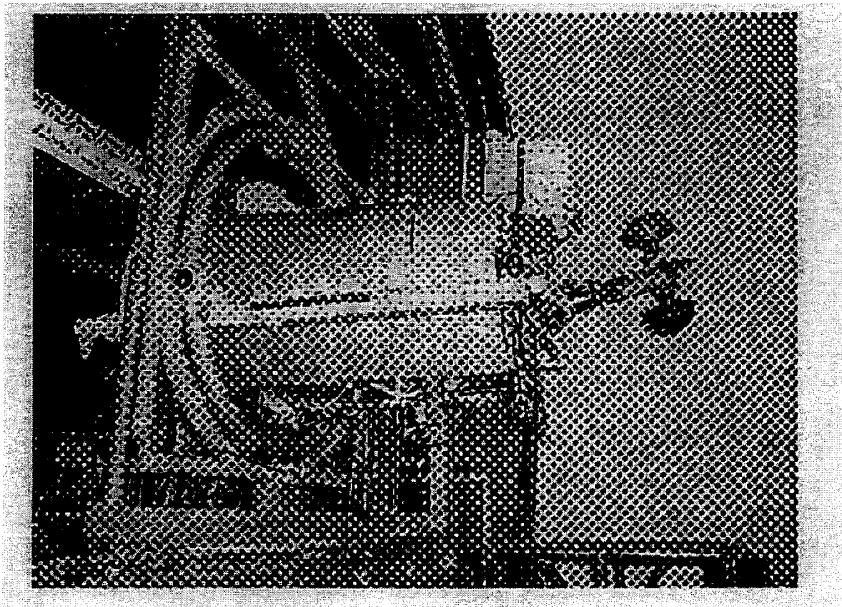


圖 3-1-7 Simulator with gyroscope 型動感設計

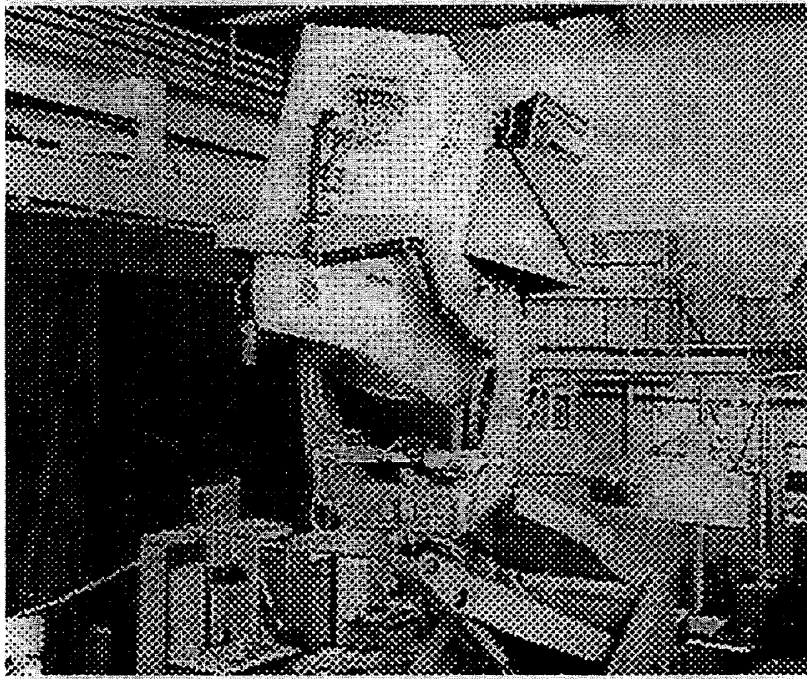


圖 3-1-8 Simulator with 4 自由度動感設計

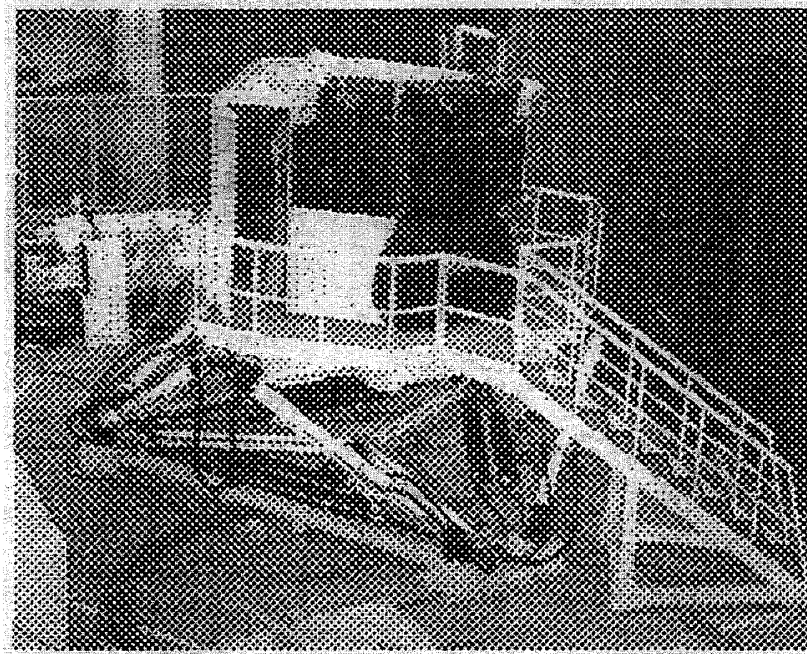


圖 3-1-9 Simulator with 6 自由度動感設計

4、蘇聯模擬業務與模擬能量

從蒐集到之資料觀之，蘇聯模擬產業是個自給自足之國家(不含航生裝備)，但是其模擬器輸出量也很少(據蒐集到資料應該在 10 套上下)，主要銷售給向他們買飛機或武器之國家。過去他們無法像美國有這麼多國際市場！

蘇聯國內市場不斷，但大多來自政府，例如額外發展 3 套 Mig-29B 模擬器、更新現有模擬器 Su-24、Su-33、Tu-22M3、Ka-27 等、改善 Su-27 模擬器技術、以及建立 Mi-8MTV 半球型模擬器等等。

近年來蘇聯一樣面臨國防預算縮短問題，部份研究院面臨裁員 (TsAGI 也是)，蘇聯模擬產業已蓄勢待發，Dynamika 就是一群從研究院出來組成之模擬公司，如果有他們可立足之國際市場，他們絕不會輕易放棄。

表 3-1-3 簡單列舉目前蘇聯之模擬能量現況，其模擬器發展成本約為我國 $3.0M/3.2M=0.9$ 倍(此值係訪問現場以一案例各自計算之比值，僅供參考)，雖然 Dynamika 領導人表示樂觀合作機會，他們也無絕對不賣 Model 的預設條件(當然要輸出許可)，但 0.9 顯示我們要從蘇聯取得訂單相當艱難，但請蘇聯合作開發部份次系統是可能的(政治問題暫不考量)。

模擬標的物動態數學模式	<ul style="list-style-type: none"> ● 有近 20 種現成模式，逼真度 90% 以上。 ● 有完整經驗、裝備、與人力開發新需求。 ● 有多種現成軟體工具(如 FlightSim)，協助開發與驗證。
視效系統	<ul style="list-style-type: none"> ● 國內(蘇聯)公司產品不如歐美，但價位具競爭力。 ● 可隨時切換國外產品(E&S、3D-Perspective 等等)。
動感系統	<ul style="list-style-type: none"> ● 6D 以上(含)採 Moog/Parker 產品。 ● 6D 以下自製(以蒐集資料論)。 ● <u>但所有控制軟體自製，有本錢壓低價位。</u>
圖像儀表與顯像系統	<ul style="list-style-type: none"> ● 軟體完全自製。
座艙系統	<ul style="list-style-type: none"> ● 完全自製。
電腦系統	<ul style="list-style-type: none"> ● 採用 IBM compatible systems。

表 3-1-3 蘇聯模擬能量現況簡表

二、蘇聯飛機動態方程式設計與分析

蘇聯飛機動態方程式分析能力為世界首屈一指，此為眾所周知，而且氣動力分析重鎮乃在莫斯科東南郊區 Zhukovski 鎮之 TsAGI(Central Aerohydrodynamics Institute)研究院為主。本次飛機動態方程式設計與分析研習由 TsAGI 研究院之資深科學家 Aleksei Dymnikov 主講。

演講內容除了包含蘇聯飛機動態方程式設計方式之特色外，也展現其動態方程式所反應飛機動態行為的物理特性清楚程度，以及左右飛機飛行控制設計的思考邏輯！本節將自蘇聯飛機基本動態方程式起，研究各項設計考量，進而深入其設計與分析。

1、基本動態方程式

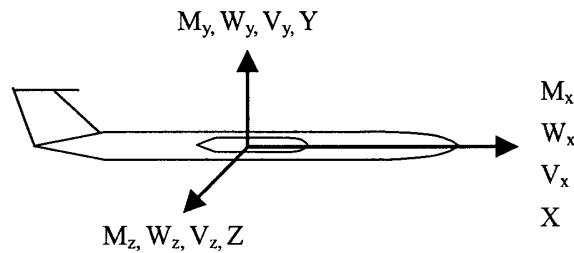


圖 3-2-1 蘇聯飛機座標符號

飛機力方程式如下：

$$m \left(\frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{V} \right) = \vec{F}$$

其中

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dV_x}{dt} \\ \frac{dV_y}{dt} \\ \frac{dV_z}{dt} \end{bmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}, \quad \vec{W} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ W_x & W_y & W_z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

展開而得

$$m \left(\frac{dV_x}{dt} + W_y \bullet V_z - W_z \bullet V_y \right) = F_x$$

$$m \left(\frac{dV_y}{dt} + W_z \bullet V_x - W_x \bullet V_z \right) = F_y$$

$$m \left(\frac{dV_z}{dt} + W_x \bullet V_y - W_y \bullet V_x \right) = F_z$$

同理飛機力矩方程式如下：

$$\frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{W} \times \vec{K} = \vec{M}$$

其中

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad \vec{K} = \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x W_x - J_{xy} W_y - J_{xz} W_z \\ -J_{yx} W_x + J_y W_y - J_{yz} W_z \\ -J_{zx} W_x - J_{zy} W_y + J_z W_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x W_x - J_{xy} W_y \\ -J_{yx} W_x + J_y W_y \\ J_z W_z \end{bmatrix},$$

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \begin{bmatrix} J_x \frac{dW_x}{dt} - J_{xy} \frac{dW_y}{dt} \\ -J_{yx} \frac{dW_x}{dt} + J_y \frac{dW_y}{dt} \\ J_z \frac{dW_z}{dt} \end{bmatrix}$$

$$\vec{W} \times \vec{K} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ W_x & W_y & W_z \\ J_x W_x - J_{xy} W_y & -J_{yx} W_x + J_y W_y & J_z W_z \end{vmatrix}$$

展開而得

$$J_x \frac{dW_x}{dt} - J_{xy} \frac{dW_y}{dt} + J_z W_z W_y + J_{xy} W_x W_z - J_y W_y W_z = M_x$$

$$-J_{yx} \frac{dW_x}{dt} + J_y \frac{dW_y}{dt} + J_x W_x W_z - J_{yx} W_y W_z - J_z W_x W_z = M_y$$

$$J_z \frac{dW_z}{dt} + J_y W_x W_y - J_{xy} (W_x^2 - W_y^2) - J_x W_x W_y = M_z$$

以下就蘇聯符號與國際差異作一比較，

	蘇聯	國際
Velocity	V_x, V_y, V_z	$U, -W, V$
Force	X, Y, Z	$X, -Z, Y$
Angular Rate	W_x, W_y, W_z	$p, -r, q$
Moment	M_x, M_y, M_z	$L, -N, M$
Inertia	J_x, J_y, J_z, J_{xy}	I_x, I_z, I_y, I_{xz}

本比較表亦可由圖 3-2-1 與圖 3-2-2 比較而獲得。

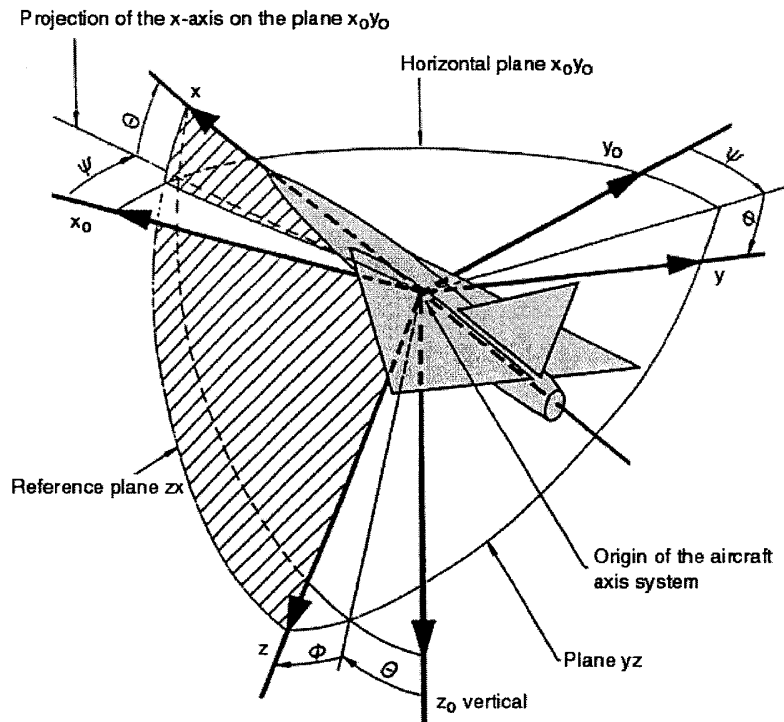


圖 3-2-2 國際飛機座標符號

因此得下列國際符號之力方程式：

$$\dot{U} = RV - QW - G \sin(\theta) + (C_x \bar{q} S + T) / m$$

$$\dot{V} = -RU + PW + G \sin(\phi) \cos(\theta) + C_y \bar{q} S / m$$

$$\dot{W} = QU - PV + G \cos(\phi) \cos(\theta) + C_z \bar{q} S / m$$

其中包含氣動力與推力，力矩方程式如下：

$$J_x \dot{p} + J_x z \dot{r} + J_y (-qr) + J_x z (pq) - J_z (-rq) = L$$

$$-J_x z \dot{p} + J_z (-\dot{r}) + J_x (pq) - J_z x (-rq) - J_y (pq) = -N$$

$$J_y \dot{q} + J_z (-pr) - J_x z (p^2 - r^2) - J_x (-pr) = M$$

為完整理論因素，在第三節起，吾人直接使用下列已知之力矩公式(推導省略)：

$$\dot{q} = (M_\alpha - T x_{eng} \sin(\varphi_{eng} + \Delta\varphi_{Thr})) / I_y$$

$$\dot{\gamma} = \frac{g}{V} ((Z_\alpha + T \sin(\alpha + \varphi_{eng} + \Delta\varphi_{Thr})) / G - \cos(\gamma))$$

$$\dot{V} = g ((-X_\alpha + T \cos(\alpha + \varphi_{eng} + \Delta\varphi_{Thr})) / G - \sin(\gamma))$$

$$\dot{\theta} = q$$

$$\dot{H} = V \sin(\gamma)$$

where,

$$M_\alpha = C_m Q S c$$

$$Z_\alpha = C_L Q S$$

$$X_\alpha = C_D Q S$$

$$\dot{\beta} = \bar{Y}_\beta \beta + \bar{Y}_r r + \bar{Y}_p p + \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \varphi + \bar{Y}_{\delta_a} \delta_a + \bar{Y}_{\delta_r} \delta_r$$

$$J_z \dot{r} = J_{xz} \dot{p} + N_\beta \beta + N_r r + N_p p + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r$$

$$J_x \dot{p} = J_{xz} \dot{r} + L_\beta \beta + L_r r + L_p p + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r$$

$$\dot{\varphi} = p + r \cdot \tan \theta_0$$

2、縱向動態模式分析與建模

(1)、氣動力中心分析

首先定義標準化之 Focus Position \overline{X}_F 為

$$\overline{X}_F = \frac{X_F}{B_A}$$

其中 X_F 為機翼氣動力(升力 Y_F)中心位置， B_A 為 Mean Aerodynamic Cord, B_A 之數學式如下，或者以幾何圖形表示如圖 3-2-3 粗線者。

$$B_A = \frac{2}{S} \int_0^{l/2} b^2(z) dz$$

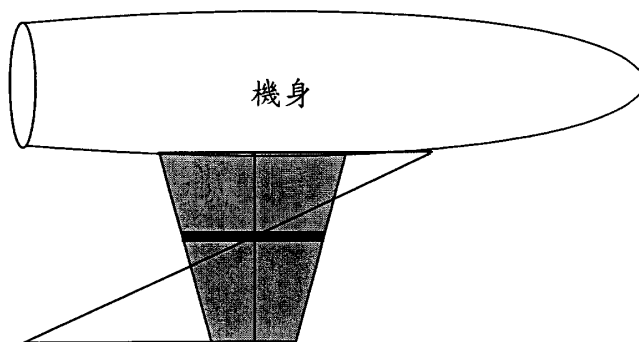


圖 3-2-3 B_A 之幾何圖形表示法

整架飛機之升力點除了上述機翼所產生升力 Y_W 之位置外，還有機身所產生升力 Y_F 之位置以及水平尾翼所產生升力 Y_H 之位置，以下分析其與 Pitch Moment 之關係。

由圖 3-2-4 知

$$Y_F \cdot (L_F - \Delta X_F) = Y_W \cdot \Delta X_F \quad \text{or}$$

$$\Delta \bar{X}_F = \frac{Y_F \cdot \bar{L}_F}{Y_W + Y_F}$$

其中 $\Delta \bar{X}_F$ 及 \bar{L}_F 乃是 ΔX_F 及 L_F 經由 B_A 標準化者，又

$$Y_F = C_{YF}^\alpha \cdot q \cdot S_F \cdot \alpha$$

$$Y_W = C_Y^\alpha \cdot q \cdot S \cdot \alpha$$

所以吾人有

$$\Delta \bar{X}_F = \frac{C_{YF}^\alpha \cdot \bar{S}_F \cdot \bar{L}_F}{C_Y^\alpha + C_{YF}^\alpha \cdot \bar{S}_F}$$

其中 \bar{S}_F 為 S_F 經由 S 標準化者，以下為一參考數值：

$$\Delta \bar{X}_F = \frac{2.0 \cdot 0.06 \cdot 5}{4.0 + 2.0 \cdot 0.06} = \frac{0.6}{4.12} = 0.146$$

其值大約為 MAC 之 0.15，也就是說如果原來 $Y_W=0.25$ ，則

$Y_{FW}=0.11$ 。

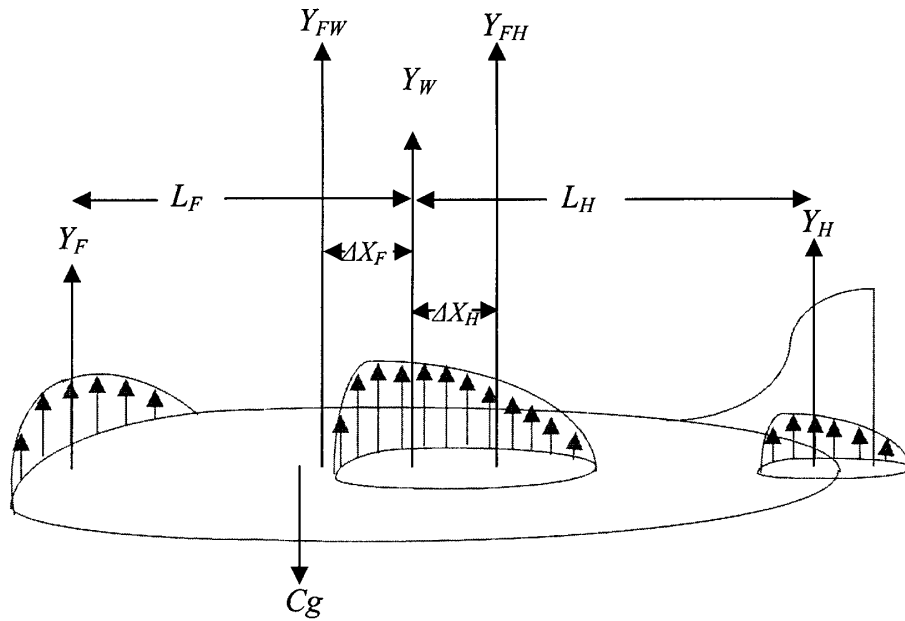


圖 3-2-4 升力位置分析

同理推 ΔX_H 如下

$$Y_H = C_{YH}^\alpha \cdot q \cdot S_H \cdot (\alpha - \varepsilon)$$

其中 ε 為主翼對尾翼產生之 Down Flow，

$$\Delta \bar{X}_H = \frac{C_{YH}^\alpha \cdot \bar{S}_H \cdot \bar{L}_H (1 - \varepsilon^\alpha)}{C_Y^\alpha + C_{YH}^\alpha \cdot \bar{S}_H (1 - \varepsilon^\alpha)}$$

其中 \bar{S}_H 為 S_H 經由 S 標準化者，以下為一參考數值：

$$\Delta \bar{X}_F = \frac{0.045 \cdot 0.2 \cdot 0.81}{0.055} = 0.068$$

其值大約為 MAC 之 0.068，也就是說如果原來 $Y_W=0.25$ ，則 $Y_{FH}=0.3168$ 。

(2)、縱向穩定性分析

首先吾人分析縱向 Short Period Mode $\omega_z = 0, \alpha(t) \neq Const.$ 之情況，縱軸力矩方程式展開：

況，縱軸力矩方程式展開：

$$M_z = M_{z0} + M_z^\alpha \alpha + M_z^{\omega_z} \omega_z + M_z^\alpha \alpha + M_z^\delta \delta$$

考慮干擾項

$$\begin{aligned} \Delta M_z &= \Delta Y (X_T - X_F) \\ q S B_A \Delta m_z &= q S \Delta C_Y (X_T - X_F) \end{aligned}$$

再定義

$$m_z^{C_Y} = \frac{\partial m_z}{\partial C_Y} (\bar{X}_T - \bar{X}_F)$$

其中 \bar{X}_T 與 \bar{X}_F 為 X_T 與 X_F 經 B_A 標準化之值，由此可知 $m_z^{C_Y} < 0$ 為飛機縱向穩定之條件，也就是說當飛機受干擾而 Pitch-Up 時，因為升力增加(攻角增加)在重心之後，自然產生反向之力矩將飛機回復。當飛機受干擾而 Pitch-Down 時，因為升力減少在重心之後，自然產生反向之力矩將飛機回復。

一般飛機之 X_F 位置會隨速度增加而後移，所以條件 $m_z^{C_y} < 0$ 會更為保證。吾人將 $(X_F - X_T)$ 定義為 Stability Margin，如圖 3-2-5。

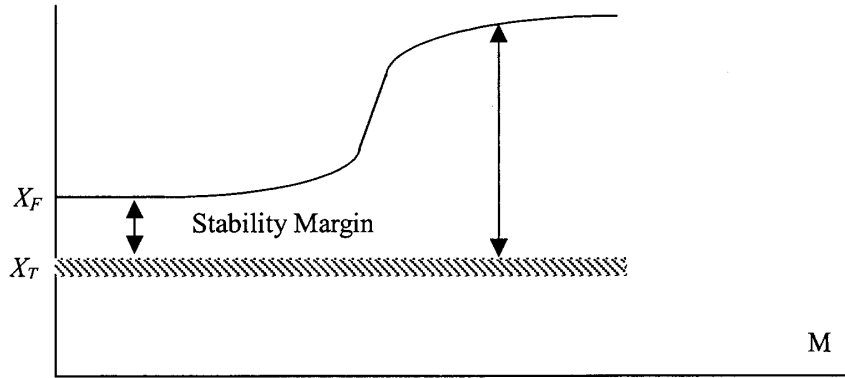


圖 3-2-5 縱向穩定邊界

其次吾人分析縱向 Short Period Mode $\omega_z \neq Const., \alpha(t) = Const.$ 之情況，假設 $V = Const.$ ，則

$$\omega_z m V = \Delta Y = q S \Delta C_y$$

吾人有

$$\omega_z = \frac{q S \Delta C_y}{m V}$$

又

$$\begin{aligned} \Delta M_z &= q S B_A (M_z^{C_y} \Delta C_y + M_z^{\omega_z} \omega_z \frac{B_A}{V}) \\ &= q S B_A (M_z^{C_y} \Delta C_y + M_z^{\omega_z} \frac{q S \Delta C_y B_A}{m V V}) \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_z}{\partial C_y} &= \bar{X}_T - \bar{X}_F + \frac{M_z^{\omega_z} q S B_A}{m V V} = \bar{X}_T - \bar{X}_F + \frac{M_z^{\omega_z} S B_A}{m V V} \cdot \frac{\rho V^2}{2} \\ &= \bar{X}_T - \bar{X}_F + \frac{M_z^{\omega_z}}{\mu} \end{aligned}$$

其中

$$\mu = \frac{2m}{\rho S B_A}$$

由上式知 $M_z^{\omega_z} / \mu$ 為 $\omega_z \neq 0$ 所造成影響之項目。這也是分析 Short Period Mode 需注意者。

(3)、縱向平衡條件分析

本節主要在分析影響平衡之因子，從而瞭解模擬模式之重要測試事項。飛機平飛狀態條件是 $Y=G$ 、 $M_z=0$ 。於是

$$qS(C_{Y_0} + C_Y^\alpha \alpha + C_Y^\delta \delta) = qSC_{Y_{HF}}$$

$$M_{z_0} + M_z^{C_Y} C_Y^\alpha \alpha + M_z^\delta \delta = 0$$

整理得

$$M_{z_0} + M_z^{C_Y} (C_{Y_{HF}} - C_{Y_0} - C_Y^\delta) + M_Y^\delta \delta = 0$$

$$\begin{aligned} \delta_{HF} &= -\frac{M_{z_0} + M_z^{C_Y} (C_{Y_{HF}} - C_{Y_0})}{M_z^\delta - M_z^{C_Y} C_Y^\delta} \\ &= -\frac{M_{z_0} + M_z^{C_Y} (C_{Y_{HF}} - C_{Y_0})}{M_z^\delta (1 - M_z^{C_Y} C_Y^\delta / M_z^\delta)} \\ &= -\frac{M_{z_0} + M_z^{C_Y} (C_{Y_{HF}} - C_{Y_0})}{M_z^\delta (1 + M_z^{C_Y} / L_{HT})} \end{aligned}$$

若忽略近乎零之項目則得：

$$\delta_{HF} = -\frac{M_z^{C_Y} (C_{Y_{HF}})}{M_z^\delta (1 + M_z^{C_Y} / L_{HT})}$$

由於 $C_{Y_{HF}}$ 隨著速度增加而減少，但是 L_{HT} 在穿音速處突然變化如

圖 3-2-5。因此吾人得圖 3-2-6 之結果。(註： δ_{HT} 為負值)

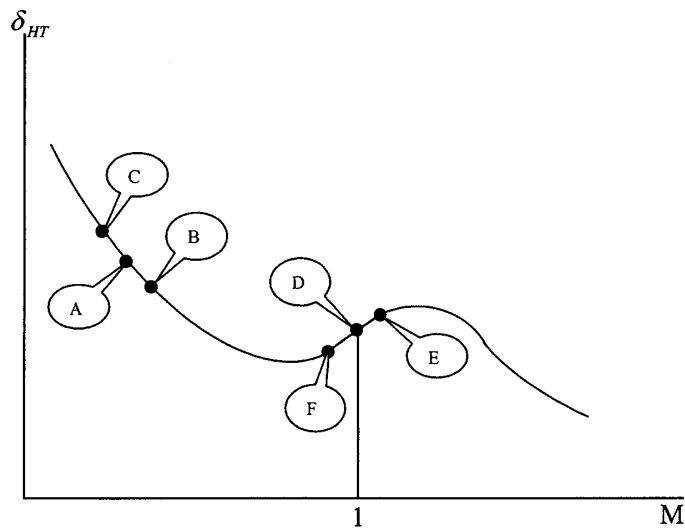


圖 3-2-6 平飛之水平尾翼與速度關係圖

當飛機在 A 點受干擾而速度跑到 B 點時，此時因 δ 角度較(負向)大，使攻角增加，飛機阻力增加而減速。當飛機在 A 點受干擾而速度跑到 C 點時，此時因 δ 比應該值小(近零)，使攻角減少，飛機阻力減少而加速。

當飛機在 D 點受干擾而速度跑到 E 點時，此時因 δ 角度較 E 點小，使攻角減少，飛機阻力因減少而加速。當飛機在 D 點受干擾而速度跑到 F 點時，此時因 δ 比應該值大(負向)，使攻角增加，飛機阻力增加而減速。

這些特性在模擬器中應該要有正確呈現，俾使飛行員有正確之操縱！

另外吾人考慮 Moment Velocity Stability δ_v 如下：

$$\delta_v = \frac{dM_z}{dC_Y} = \frac{\partial M_z}{\partial C_Y} + \frac{\partial M_z}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial C_Y}$$

其中

$$C_Y = \frac{G}{qS} = \frac{G}{S\rho V^2/2} = \frac{G}{S\rho(\mu a)^2/2}$$

因此

$$\frac{\partial C_Y}{\partial \mu} = -\frac{2G/S}{\rho\mu^3 a^2/2} = -\frac{2}{\mu} \frac{G/S}{\rho V^2/2} = -\frac{2C_{Y_{HF}}}{\mu}$$

所以

$$\delta_v = \frac{dM_z}{dC_Y} = \frac{\partial M_z}{\partial C_Y} - \frac{\partial M_z}{\partial \mu} \frac{\mu}{2C_{Y_{HF}}}$$

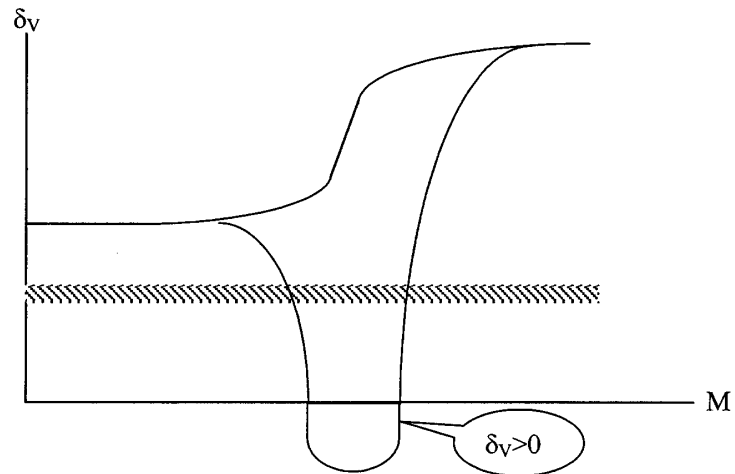


圖 3-2-7 Moment Velocity Stability

在穿音速時因 Moment Velocity Stability 為正，飛機由 $M > 1$ 進入 $M < 1$ 時會產生 Pitch-Up，反之飛機由 $M < 1$ 進入 $M > 1$ 時會產生 Pitch-Down。圖 3-2-7 之結果可由圖 3-2-8a 及圖 3-2-8b 整體推得。

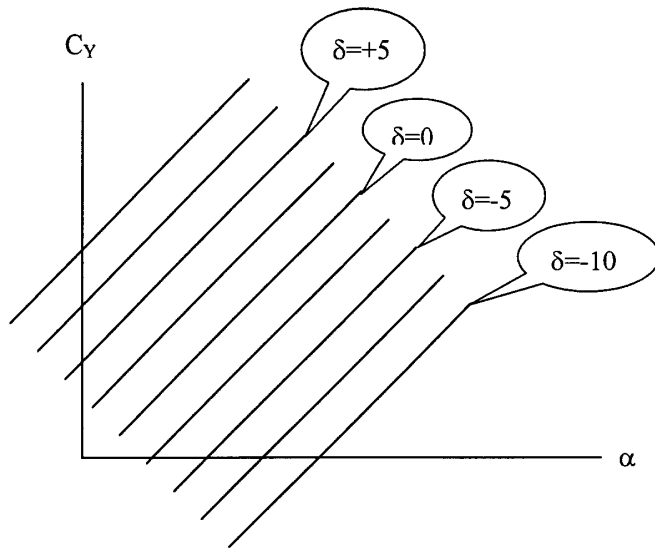


圖 3-2-8a

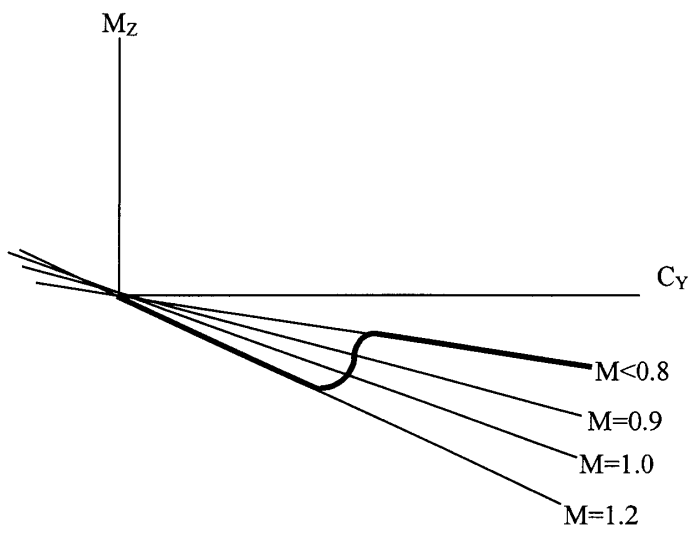


圖 3-2-8b

(4)、升阻比分析

$$K = \frac{Y}{X} = \frac{qSC_Y}{qSC_X} = \frac{C_Y}{C_X}$$

C_Y 與 C_X 之關係如圖 3-2-9，

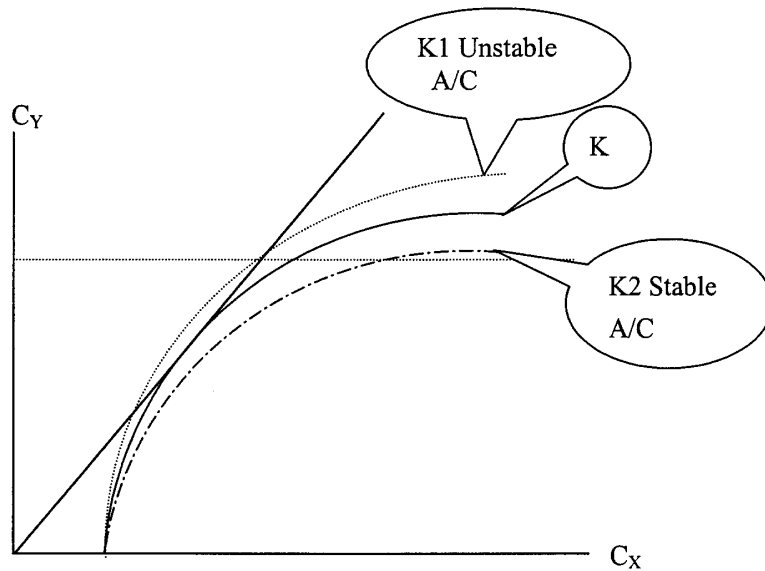


圖 3-2-9 升阻比分析圖

穩定性飛機之 H.T. 往上打，減少飛機整體升力，故其升阻比曲線往下掉，不穩定性飛機之 H.T. 往下打，增加飛機整體升力，故其升阻比曲線往上升，也因此不穩定性飛機在無推力下可滑行較遠。

以下吾人分析 Force Speed Stability 如下，由圖 3-2-9 可推得圖 3-2-10，為阻力與速度關係圖，通常 V_{Kmax} 並不是航行之速度，航行之速度要稍微比 V_{Kmax} 大一點，理由是：

當飛機在 A 點飛行，受干擾而速度變為 B 點速度時，此時推力小於阻力，速度自然回復至 A 點。或受干擾而速度變為 C 點速度時，

此時推力大於阻力，速度自然回復至 A 點。

當飛機在 D 點飛行，受干擾而速度變為 E 點速度時，此時推力小於阻力，速度反而再降，速度無法回復至 A 點。或受干擾而速度變為 F 點速度時，此時推力大於阻力，速度反而再增加，速度無法回復至 A 點。

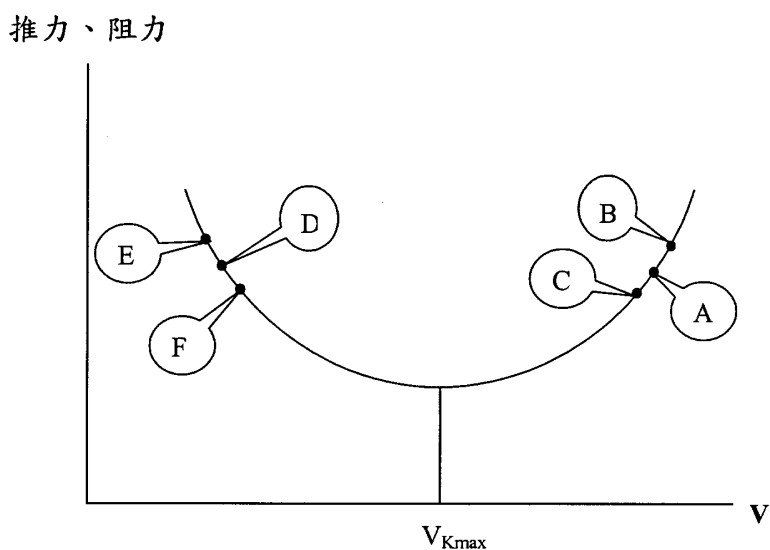


圖 3-2-10，阻力與速度關係圖

這種現象在起飛與下降時要 Pilot 特別注意儀表，並以操縱桿與油門保持需要的速度，模擬時應當注意這種現象之訓練。

(5)、無桿力穩定分析

本節探討無桿力之穩定性，亦即 $m_H = 0$ ，讓升降舵 free。此問題將從以下數學式分析起：

$$m_H = m_{H_0} + m_H^\alpha \alpha + m_H^\delta \delta$$

從此式解得

$$\delta = -\frac{m_{H0} + m_H^\alpha \alpha}{m_H^\delta}$$

將此式代入 Pitch Moment 之變異量得：

$$\begin{aligned}\Delta M_z &= m_z^{C_y} C_y^\alpha \alpha + m_z^\delta \delta \\ &= m_z^{C_y} C_y^\alpha \alpha - m_z^\delta \frac{m_{H0} + m_H^\alpha \alpha}{m_H^\delta}\end{aligned}$$

最右項分子分母同乘 C_y^α 並忽略 m_{H0} 可得

$$\Delta M_z = m_z^{C_y} C_y^\alpha \alpha - m_z^\delta \frac{m_H^\alpha C_y^\alpha \alpha}{m_H^\delta C_y^\alpha}$$

兩邊同除 $C_y^\alpha \alpha$ ，再整理後得

$$\frac{dM_z}{dC_y} = \frac{\Delta M_z}{C_y^\alpha \alpha} = m_z^{C_y} - \frac{m_z^\delta m_H^\alpha}{m_H^\delta C_y^\alpha}$$

由於 $m_z^\delta < 0, m_H^\alpha < 0, m_H^\delta < 0, C_y^\alpha > 0$ ，因此最後項與其前面負號對 $m_z^{C_y}$ 形成正值效應，為 Pitch Moment 降低穩定邊界。

從飛機機構觀點而言，水平尾翼缺乏升降舵之作用，等於水平尾翼產生大部份升力之機構消失，因此對 Pitch Moment 當然產生不好的影響，也有可能使 $\frac{dM_z}{dC_y} > 0$ ，這將形成不穩定結果。

(6)、水平尾翼設計分析

本節僅就水平尾翼設計面需求與選擇作一說明，圖 3-2-11 之 X_F 為飛機既定之值， X_{SM} 為自 X_F 起所期望之穩定區間，水平尾翼設計面必需選擇在 X_{SM} 之上。

X_{GD} 則為飛機臨地飛行無機翼 Down Wash 之水平尾翼設計面需求，水平尾翼設計面必需選擇在 X_{GD} 之上。如果飛機飛行過程 c.g. 之變化範圍如 CGW 這麼寬，對應上來後，由圖之起碼水平尾翼設計面必需選擇 A_X 。

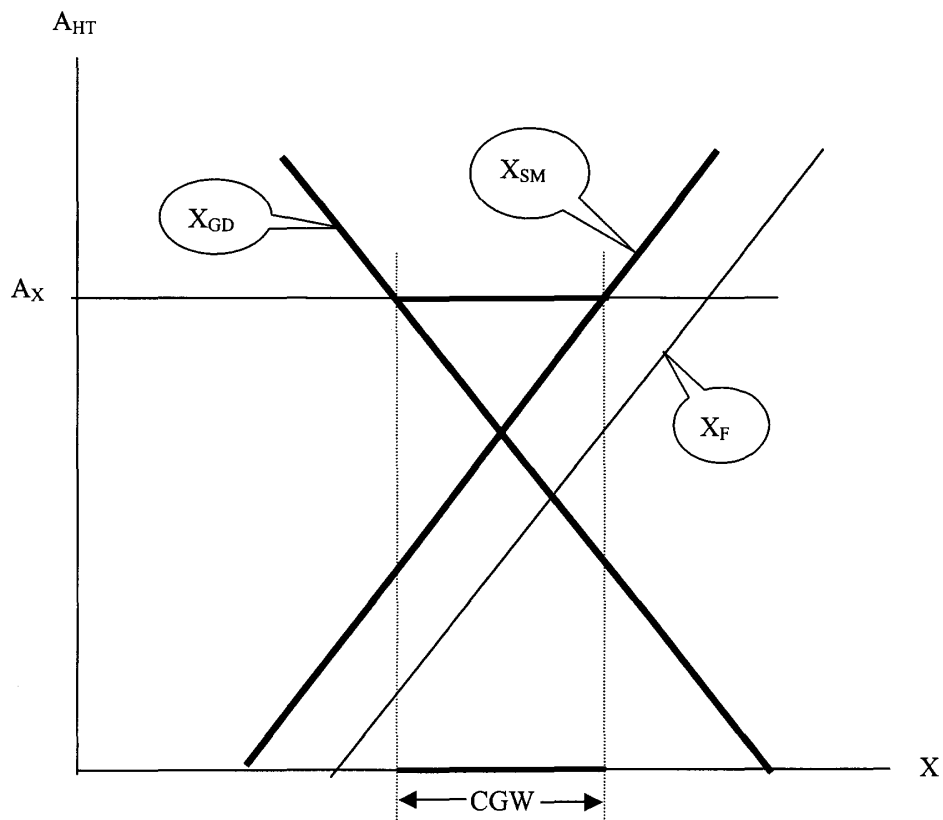


圖 3-2-11 水平尾翼設計分析

3、橫航向動態模式分析與建模

首先回顧力矩方程式如下，由於目前考量橫航向，吾人令下列

$$\begin{aligned} J_x \frac{dW_x}{dt} - J_{xy} \frac{dW_y}{dt} + J_z W_z W_y + J_{xy} W_x W_z - J_y W_y W_z &= M_x \\ -J_{xy} \frac{dW_x}{dt} + J_y \frac{dW_y}{dt} + J_x W_x W_z - J_{yx} W_y W_z - J_z W_x W_z &= M_y \\ J_z \frac{dW_z}{dt} + J_y W_x W_y - J_{xy} (W_x^2 - W_y^2) - J_x W_x W_y &= M_z \end{aligned}$$

方程式之 $W_z = 0$ ，重組前兩方程式如下：

$$\begin{aligned} J_x \frac{dW_x}{dt} - J_{xy} \frac{dW_y}{dt} &= M_x \\ -J_{xy} \frac{dW_x}{dt} + J_y \frac{dW_y}{dt} &= M_y \end{aligned}$$

解之得：

$$\begin{aligned} \frac{dW_x}{dt} &= \frac{\begin{vmatrix} M_x & -J_{xy} \\ M_y & J_y \end{vmatrix}}{J_x J_y - J_{xy}^2} \\ &= \frac{M_x J_y + M_y J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2} \\ &= \left(\frac{M_x}{J_x} + \frac{M_y J_{xy}}{J_x J_y} \right) \frac{1}{\left(1 - \frac{J_{xy}^2}{J_x J_y} \right)} \\ &\equiv \tilde{M}_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dW_y}{dt} &= \frac{\begin{vmatrix} J_x & M_x \\ -J_{xy} & M_y \end{vmatrix}}{J_x J_y - J_{xy}^2} \\
&= \frac{M_y J_x + M_x J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2} \\
&= \left(\frac{M_y}{J_y} + \frac{M_x J_{xy}}{J_x J_y} \right) \frac{1}{\left(1 - \frac{J_{xy}^2}{J_x J_y} \right)} \\
&\equiv \tilde{M}_y
\end{aligned}$$

於是推得 Roll Rate 與 Yaw Rate 第一項係數各別如下：

$$\begin{aligned}
\tilde{M}_x^\beta &= \left(\frac{M_x^\beta}{J_x} + \frac{M_y^\beta J_{xy}}{J_x J_y} \right) \frac{1}{\left(1 - \frac{J_{xy}^2}{J_x J_y} \right)} \\
\tilde{M}_y^\beta &= \left(\frac{M_y^\beta}{J_y} + \frac{M_x^\beta J_{xy}}{J_x J_y} \right) \frac{1}{\left(1 - \frac{J_{xy}^2}{J_x J_y} \right)}
\end{aligned}$$

又因為

$$\begin{aligned}
\Delta Y(z) &= C_y^\alpha \Delta \alpha q B(z) dz \\
&= C_y^\alpha \frac{z \omega_x}{V} q B(z) dz \\
\Delta M_x &= \Delta Y(z) z = C_y^\alpha \frac{z^2 \omega_x}{V} q B(z) dz
\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}
M_x &= 2 \int_0^{l/2} \frac{q C_y^\alpha B(z) z^2 \omega_x}{V} dz = q S l m_x \\
m_x^{\omega_x} &= \frac{2}{S l V} \int_0^{l/2} C_y^\alpha B(z) z^2 \omega_x dz
\end{aligned}$$

或是

$$\bar{M}_x^{\omega_x} = \frac{2}{Sl^2} \int_0^{l/2} C_Y^\alpha B(z) z^2 \omega_x dz$$

其中

$$\bar{M}_x = \frac{l}{V} m_x$$

同理推得 $\bar{M}_x^{\omega_y}$ 、 $\bar{M}_y^{\omega_x}$ 、 $\bar{M}_y^{\omega_y}$ ，於是有下列橫航向角速度方程式：

$$\begin{aligned}\omega_x &= \bar{M}_x^\beta \beta + \bar{M}_x^{\omega_x} + \bar{M}_x^{\omega_y} + \bar{M}_x^{\delta_A} \delta_A + \bar{M}_x^{\delta_r} \delta_r \\ \omega_y &= \bar{M}_y^\beta \beta + \bar{M}_y^{\omega_x} + \bar{M}_y^{\omega_y} + \bar{M}_y^{\delta_A} \delta_A + \bar{M}_y^{\delta_r} \delta_r\end{aligned}$$

最後兩操縱面相關係數，亦即 $\bar{M}_x^{\delta_A}$ 、 $\bar{M}_x^{\delta_r}$ 、 $\bar{M}_y^{\delta_A}$ 、以及 $\bar{M}_y^{\delta_r}$ 需由風洞吹得，或由試飛校正。以上力矩與角速度方程式將為以下各小節探討。

(1)、橫航穩定條件

航向穩定之基本條件為 $M_Y^\beta < 0$ 如圖 3-2-12，也就是當飛機受一正向側滑角 β 時，機首固然有正向之 Yaw 力，但機尾垂直尾翼(Rudder)產生負向之 Yaw 力較大，會把飛機轉回來。

但攻角逐漸增加時 Blanketing 現象亦逐漸產生，最後 M_Y^β 變正值，此時 Rudder 作用消失，飛機變成不穩定性。這種不穩定性似乎可用 Rolling 再補以控制而解，但實驗(蘇聯)告知其失控為瞬間發生，飛機立即進入 Spin，甚難以控制面補償！

為安全考量，通常會設定攻角極限如圖 3-2-12，以免飛機失控！

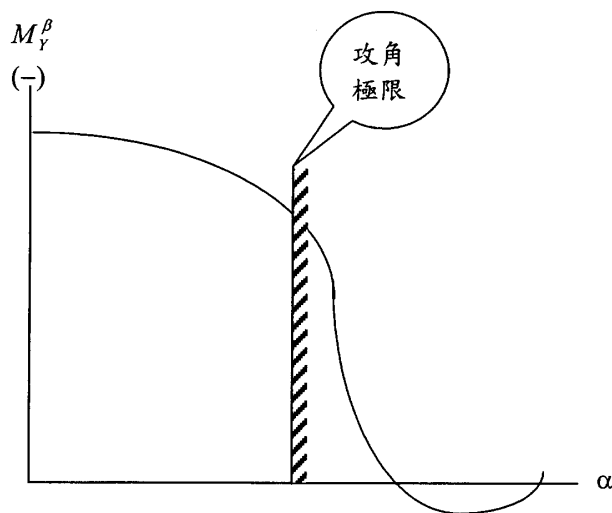


圖 3-2-12 M_Y^β 與 α 關係圖

其次分析橫向現象，當飛機受干擾而有一 Rolling 之 γ 角時，如圖 3-2-13，此時飛機因受兩力(重力與升力)作用在不同線上而產生側滑力，此時轉角 γ 引導出側滑角 β ，飛機變成側滑現象，再根據 $M_Y^\beta < 0$

讓飛機回復。

在高攻角時，假如右翼氣流開始分裂如圖 3-2-14(飛機朝向讀者)，此時左翼升力較大使飛機開始右滾，右滾時因右翼下方氣流有向上分量，會讓右翼攻角加強，相反的也讓左翼攻角減緩，如此更增益驅動右滾行為，這是高攻角產生之橫向不穩定性。

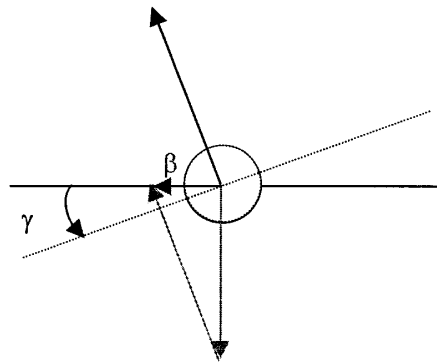


圖 3-2-13 飛機受 γ 角干擾時

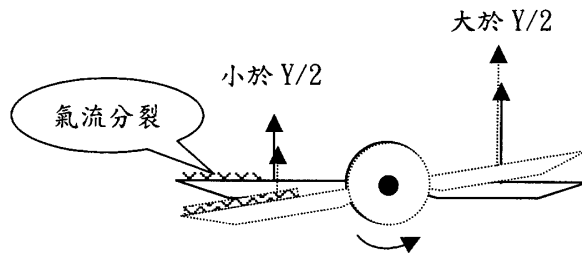


圖 3-2-14 高攻角對橫向之影響

另外有關機翼在機體上中下之位置與其形狀設計說明如圖
3-2-15a 至圖 3-2-15c。其基本問題在穩定性與可控性。

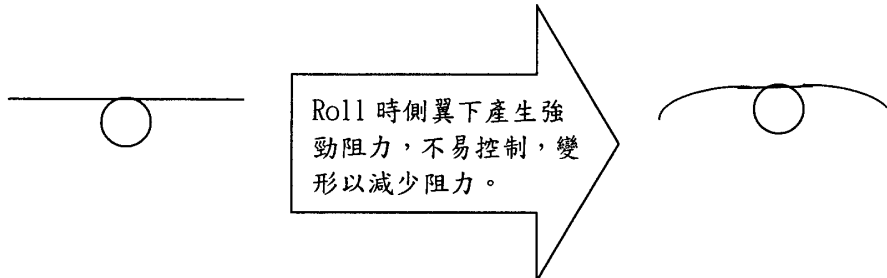


圖 3-2-15a(蘇聯飛機)

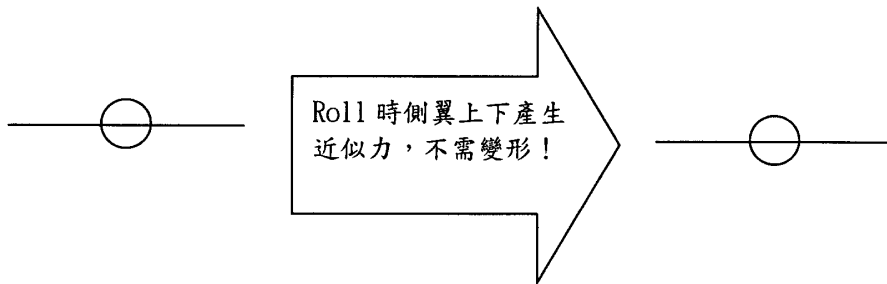


圖 3-2-15b(歐美飛機)

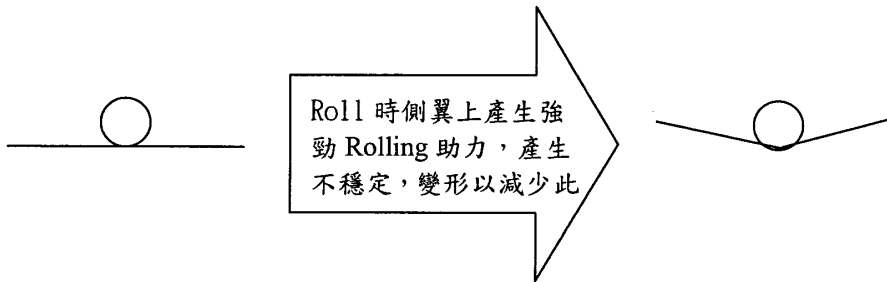


圖 3-2-15c

(2)、橫航向模式分析

蘇聯飛機橫航向飛行模式亦區分為 Spiral Mode、Rolling Mode、Dutch-Roll Mode 等三種模式，本節將進行重點分析。

首先回顧飛機橫航向動態方程式：

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_x &= \tilde{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \tilde{M}_x^{\omega_y} \omega_y + \tilde{M}_x^{\omega_\beta} \beta + \tilde{M}_x^{\delta_A} \delta_A + \tilde{M}_x^{\delta_R} \delta_R \\ \dot{\omega}_y &= \tilde{M}_y^{\omega_x} \omega_x + \tilde{M}_y^{\omega_y} \omega_y + \tilde{M}_y^{\omega_\beta} \beta + \tilde{M}_y^{\delta_A} \delta_A + \tilde{M}_y^{\delta_R} \delta_R \\ \dot{\beta} &= \frac{g}{V} n_z^\beta \beta + \omega_y \cos(\alpha) + \omega_x \sin(\alpha) + \frac{g}{V} \gamma \cos(\alpha) \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - \omega_y \tan(\alpha)\end{aligned}$$

假定飛機水平穩定飛行之攻角為 α ，而且 α 很小。吾人定義

$$\begin{aligned}\omega_x &= \omega_x \cos(\alpha) - \omega_y \sin(\alpha) \\ \omega_y &= \omega_x \sin(\alpha) + \omega_y \cos(\alpha)\end{aligned}$$

再予標準化得

$$\begin{aligned}\bar{M}_x &= \tilde{M}_x \cos(\alpha) - \tilde{M}_y \sin(\alpha) \\ \bar{M}_y &= \tilde{M}_x \sin(\alpha) + \tilde{M}_y \cos(\alpha)\end{aligned}$$

代入原方程式，並令部份 $\sin(\alpha)=0$ ， $\cos(\alpha)=1$ 得

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_x' &= \bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_x^{\omega_\beta} \beta + \bar{M}_x^{\delta_A} \delta_A + \bar{M}_x^{\delta_R} \delta_R \\ \dot{\omega}_y' &= \bar{M}_y^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_y^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_y^{\omega_\beta} \beta + \bar{M}_y^{\delta_A} \delta_A + \bar{M}_y^{\delta_R} \delta_R \\ \dot{\beta} &= \frac{g}{V} n_z^\beta \beta + \omega_x' + \frac{g}{V} \gamma' \\ \dot{\gamma}' &= \omega_x'\end{aligned}$$

取 Laplace Transform 後以矩陣展開得

$$\begin{bmatrix} s - \frac{g}{V} n_z^\beta & -1 & 0 & -\frac{g}{V} \\ -\bar{M}_Y^\beta & s - \bar{M}_Y^{\omega_y} & -\bar{M}_Y^{\omega_x} & 0 \\ -\bar{M}_X^\beta & -\bar{M}_X^{\omega_y} & s - \bar{M}_X^{\omega_x} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_y \\ \omega_x \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}_Y^{\delta_A} \delta_A \\ \bar{M}_X^{\delta_A} \delta_A \\ 0 \end{bmatrix}$$

經解開後，得四根如下：

$$\lambda_{sp} = -\frac{g}{V} \frac{\bar{M}_Y^\beta \bar{M}_X^{\omega_y} - \bar{M}_X^\beta \bar{M}_Y^{\omega_x}}{\bar{M}_Y^\beta \bar{M}_X^{\omega_x} - \bar{M}_X^\beta (\bar{M}_Y^{\omega_x} + \frac{g}{V})}$$

$$\lambda_r = \bar{M}_X^{\omega_x} - \frac{\bar{M}_X^\beta}{\bar{M}_Y^\beta} (\bar{M}_Y^{\omega_x} + \frac{g}{V})$$

$$\lambda_{dr} = -\xi\omega \pm i\omega$$

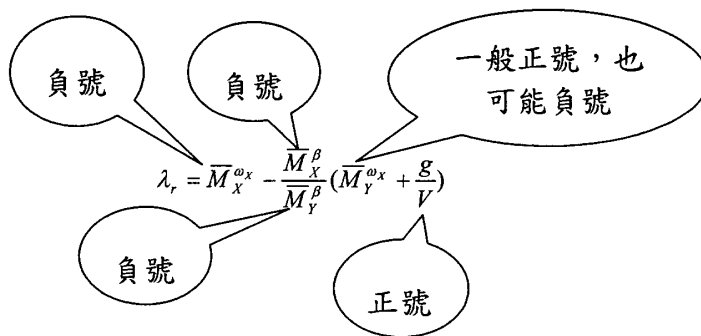
其中

$$\xi\omega = -\frac{g}{V} n_z^\beta - \bar{M}_Y^{\omega_y} - \frac{\bar{M}_X^\beta}{\bar{M}_Y^\beta} (\bar{M}_Y^{\omega_x} + \frac{g}{V})$$

$$\omega^2 = -(\tilde{M}_Y^\beta \cos(\alpha) + \tilde{M}_X^\beta \sin(\alpha))$$

首先分析 Spiral Mode，由於 $-g/V \cong 1/30:1/40$ ，是一個很小值，根 λ_{sp} 在複數平面上會落在接近原點的實數軸上，如圖 3-2-16，但可能在左半面也可能在右半面，由於它小，會使 Spiral Mode 拖得很長，即使不穩定都可由控制包含掉。

就 Rolling Mode 而言，其根 λ_r 雖然大多在左半面，而且離原點較遠，正常會自行收斂掉，但在部份飛行條件下也可能變號，成為不穩定特性，其各參數分析如下：



當 $\overline{M}_y^{\omega_x}$ 變負號時，本模式才有可能變為不穩定性，但是要注意根的位置會影響發散之速度，應該用模擬去瞭解飛機可能之行為。

另外由於

$$\frac{\overline{M}_x^\beta}{\overline{M}_y^\beta} = \frac{qS l m_x^\beta / J_x}{qS l m_y^\beta / J_y} = \frac{m_x^\beta J_y}{m_y^\beta J_x}$$

而且飛機 Y 軸之不對稱性遠超過 X 軸，於是 $J_y \gg J_x$ ，這也說明了 λ_r 為何在圖 3-2-16 之靠左位置。

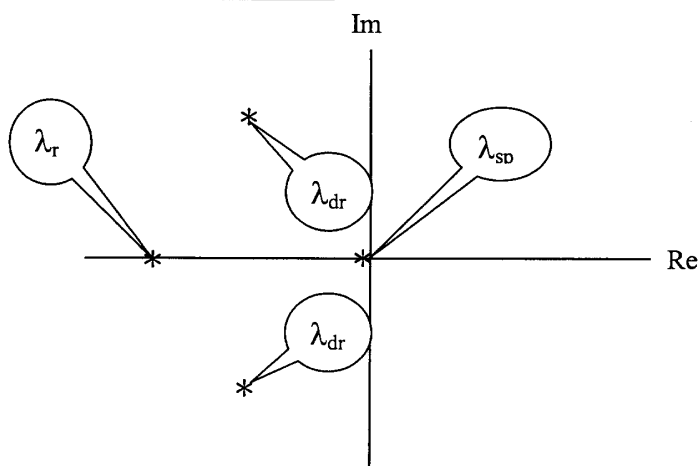


圖 3-2-16 橫航向方程式根位置圖

吾人取 roll angle 對 Aleron 之 Transfer Function 得

$$\frac{\gamma}{\delta_A} = \frac{\overline{M}_x^{\delta_A} (S^2 + 2\xi_1 \omega_1 S + \omega_1^2)}{(S - \lambda_{sp})(S - \lambda_r)(S^2 + 2\xi_2 \omega_2 S + \omega_2^2)}$$

如果著眼於操縱品質，因為 $\xi_1 \omega_1 \cong \xi_2 \omega_2$ ，若再以 $\dot{\gamma} = \omega_x'$ 取代之，吾人可得下列轉移函數：

$$\frac{\omega_X'}{\delta_A} = \frac{\overline{M}_X^{\delta_A}}{(S - \lambda_r)}$$

以時間領域觀之，可得

$$\omega_X'(t) = \frac{\overline{M}_X^{\delta_A} \delta_A}{\lambda_r} (1 - e^{\lambda_r t})$$

若定義 $T_r = -1/\lambda_r$ ，則 T_r 為 Roll 對操縱面之反應之延遲時間，要有好的操縱品質，當然 T_r 愈小愈好， λ_r 絕對值愈大愈好。

若定義 $\lambda^2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}$ ， λ 在 1.0 左右邊會有不同的結果，當 $\lambda=1$ ，轉移

函數變為：

$$\frac{\gamma}{\delta_A} = \frac{\overline{M}_X^{\delta_A}}{(S - \lambda_{sp})(S - \lambda_r)}$$

其根軌跡圖可能類似如下：

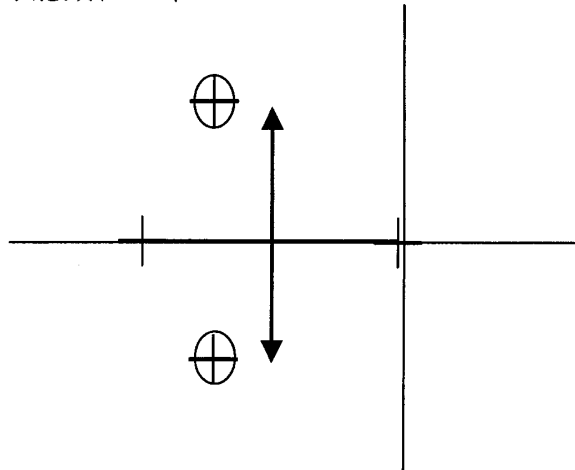


圖 3-2-17a $\lambda=1$

有一對 Poles 與 Zeros 因 $\lambda=1$ 而重疊！剩下兩根分割平面。當 $\lambda < 1$ 時，原與 Poles 重疊之 Zeros 會比較靠實軸，此對 Poles 與 Zeros 形成兩根軌跡，其軌跡圖可能類似如圖 3-2-17b。這種軌跡圖表示回饋增益直可往大設計，以增加控制之精確性，其操縱品質仍然很好！

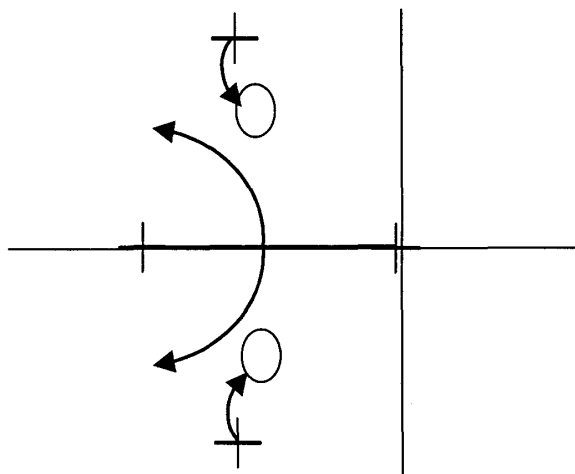


圖 3-2-17b $\lambda < 1$

當 $\lambda > 1$ 時，原與 Poles 重疊之 Zeros 會比較遠離實軸，此對 Poles 與 Zeros 形成兩根軌跡，其軌跡圖可能類似如圖 3-2-17c。這種軌跡圖表示回饋增益值變大可能使系統傾向不穩定！

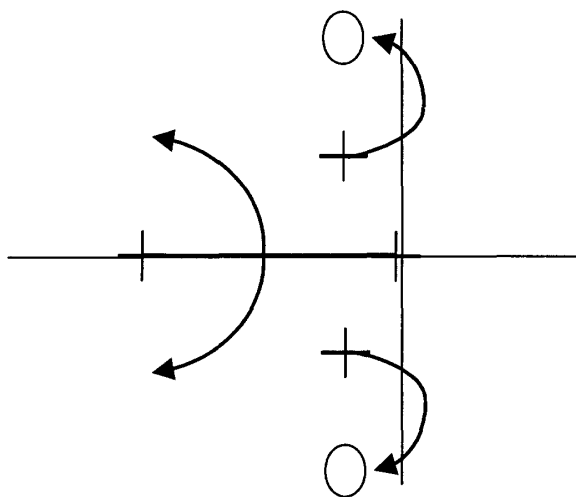


圖 3-2-17c $\lambda > 1$

另外當 λ 很接近 0 時，飛機翻滾動作僅在小角度做振盪，飛行員很難隨心所欲地操縱，若 $\lambda < 0$ 飛機反應就與飛行員操作相反，飛行員要右滾，飛機卻左滾！詳細研究結果請參考個案六。

(3)、引擎失效之橫航力矩需求分析

假設飛機為左右雙引擎、引擎位置距原點為 Z_e 、推力為 P ，當某一引擎失效時，另一引擎對飛機之航向力矩需由航向氣動力來補償，因此

$$\begin{aligned}M_Y &= PZ_e \\m_Y qSc &= PZ_e \\m_Y &= \frac{PZ_e}{qSc}\end{aligned}$$

此時若駕駛員用 Rudder 來補償此力矩，則應該是：

$$m_Y^{\delta_E} \delta_E + m_Y = 0$$

但是若用側滑角引導之航向恢復力矩來補償此力矩，則應該是：

$$m_Y^\beta \beta + m_Y = 0$$

但若 β 過大使氣流在 Rudder 產生分裂，則效果將銳減。我們可由以下公式約略估算 β ，再驗證是否會產生分裂。

$$\beta = \frac{\frac{-PZ_e}{qSc}}{m_Y^\beta} = \frac{-PZ_e}{qScm_Y^\beta}$$

側滑角 β 引導之橫向滾轉也需由 Aileron 補償，亦即：

$$m_X^\beta \beta + m_X^{\delta_A} \delta_A = 0$$

同理我們也需由以下約略估算 Aileron。

$$m_X^{\delta_A} \delta_A \geq -m_X^\beta \beta = \frac{PZ_e m_X^\beta}{qScm_Y^\beta}$$

對螺旋槳飛機而言，引擎失效邊之機翼將因氣流變慢而升力減少，這種左右升力不等所產生之滾轉也得靠打出 Aileron 來補償。

三、蘇聯飛機飛行控制設計與模擬模式

蘇聯在飛機飛行控制上並不如美國，主要差距在控制硬體元件，唯獨蘇凱戰機在飛行臨界點之殊異控制亦為眾所周知，本次飛機飛行控制模擬設計研習由 TsAGI 研究院之飛行動力與控制系統研究所所長 Vladimir Kouvshinov 主講。

演講內容除了包含蘇聯飛機飛行控制設計概念、模擬模式方程式設計，也使用軟體工具進行模擬實驗，展現其動態方程式所反應飛機動態行為的物理特性清楚程度，以及左右飛機飛行控制設計的思考邏輯！首先我們研究其飛行控制架構。

蘇聯飛機飛行控制架構可區分為三階層，如圖 3-3-1，第一層屬飛行軌跡之控制，可以是自動飛行或飛行員飛行，以航向、高度、速度、或姿態等參數之時間或位置函數為主要產出，包括有路徑、導航、進場、降落等等之飛行軌跡。

第二層屬飛行穩定之控制，可以是自動飛行或飛行員飛行，以第一層所要求或規劃之參數值進行跟進控制，讓飛機在穩定的航向、高度、速度、或姿態等條件下飛行。

第三層屬飛行品質之控制，一般都是以飛行控制電腦設計，提供飛機的可控性及穩定性，尤其是不穩定性飛機，輔助飛行員提供高品質之飛行。因此第三層需要引用較細節之控制技術，建立飛行穩定控制律系統(SAS)，以達到提供飛機可控性及穩定性所要求之目標。

本節首先概述飛行控制之設計經歷，其次針對控制元件建模進行研究與分析，再其次為蘇聯飛行控制設計之探討，最後以軟體工具(MatLab/Simulink)進行飛機建模與特殊飛行控制之整合模擬研究。

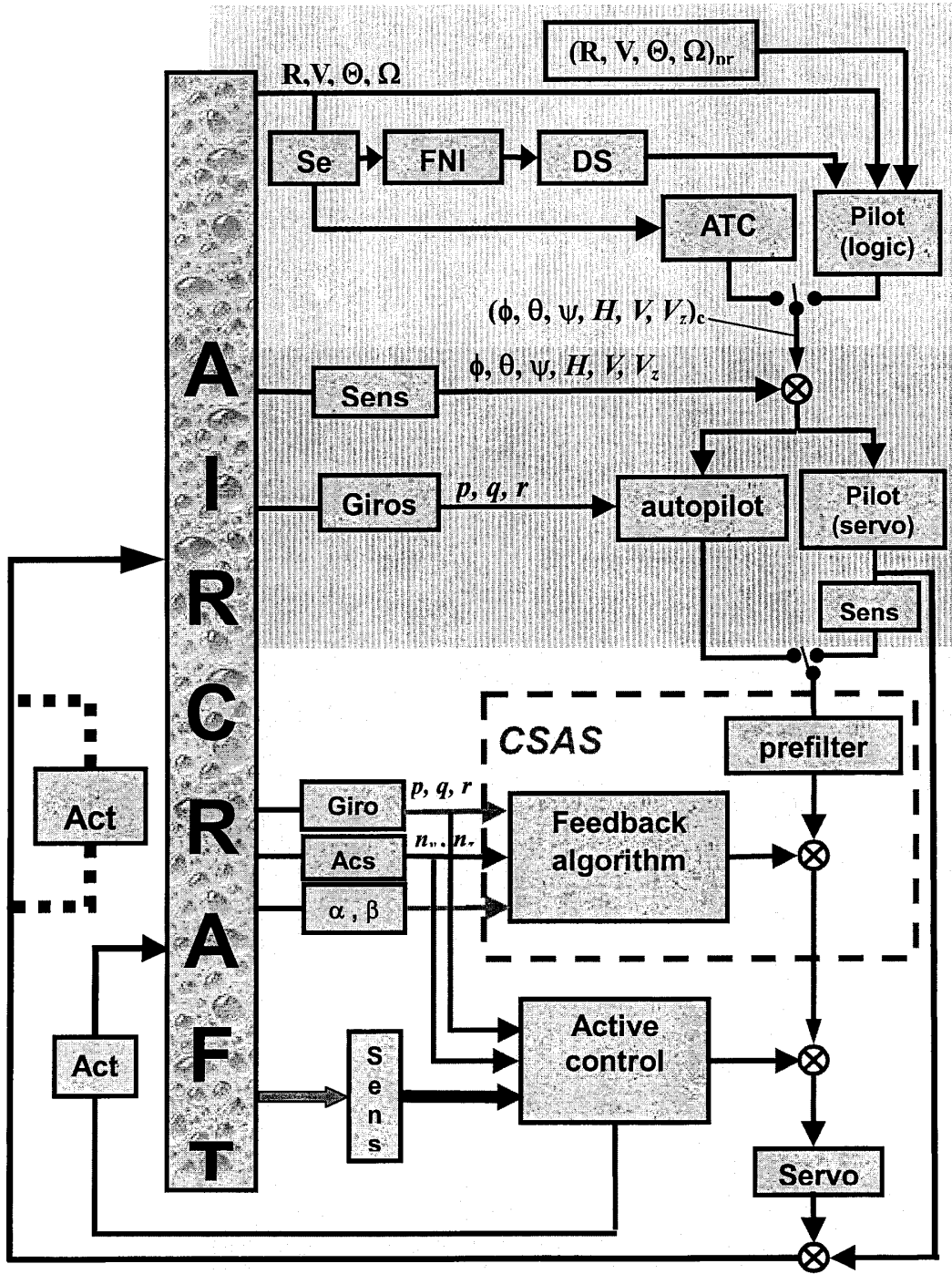


圖3-3-1 Aircraft Control System Hierarchy

1、飛行控制器之設計

飛機飛行控制系統由純機械之無動力飛行控制系統(Unpowered mechanical systems)設計起，由於此類系統對飛行員負荷太大(除非小飛機)、整體飛行領域負荷變化過大、機械連鎖也缺乏剛性，多家飛機公司為此而設計 aircraft trimming 及 elevator control 之 stabilizer，例如 Boeing-707/727/737/747/757/767、Airbus A300/310/320、以及 DC-8/9/10 MD-80 等等。

其次應用 Booster 發展動力可溯之飛行控制系統(Powered reversible mechanical systems)，有如 B-707、Tu-104 等飛機，這種系統之 Stick 不需裝力回饋裝置(如彈簧)，操縱力可達數噸重，如圖 3-3-2，可運用於大型飛機之飛行控制。

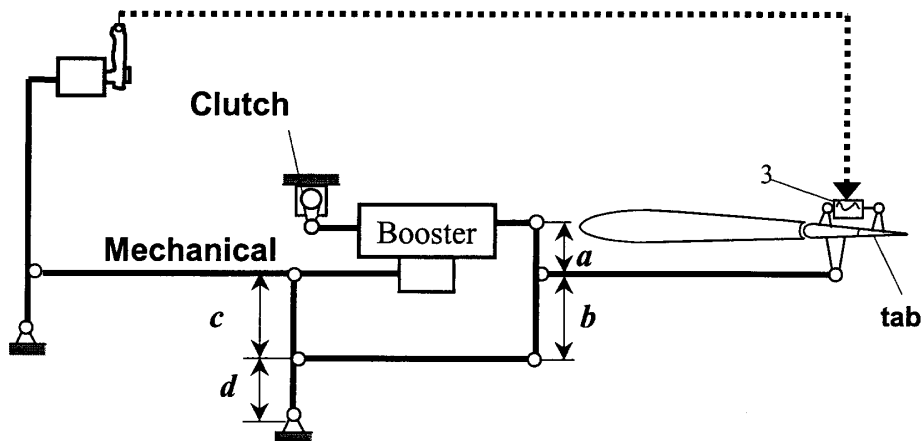


圖 3-3-2 動力可溯之飛行控制系統(附懸掛力矩平衡器)

直到應用致動器(Actuator)之後，動力不可溯之飛行控制系統(Powered irreversible mechanical systems)乃隨之而誕生，例如 Caravella、A-300、B-747、B-737、Tu-154、IL-86 等等，其機構圖與機械連桿圖分別如圖 3-3-3 與圖 3-3-4，這種系統需要 stick 之力感裝置、操縱 displacement sensor、以及 centering spring。不可溯之飛行控制系統為 Fly-By-Wire 前之主要飛行控制系統，他已經需要與自動飛行系統(自動導航、自動駕駛、自動起飛降落)及穩定增益系統(Stability Augmentation Systems)相連接，因此連接方式(Parallel Connection、Consecutive Connection)以及轉移之暫態(Transient States)處理方式等等為當時之一重要技術。採用 Parallel Connection 時，控制動作會與 Pilot Stick 互動，採用 Consecutive Connection 時，控制動作不會與 Pilot Stick 互動，但一般屬於低頻之動作(例如因 C.G.變化所產生之 Elevator Deflection)均傾向設計與 Pilot Stick 互動。

不可溯之飛行控制系統雖然使用了 Booster、Actuator 等高油壓系統，但由圖 3-3-4 可見其機械元件如拉桿、連桿、曲柄、鋼索、滑輪等等整體空間與重量還是相當可觀！

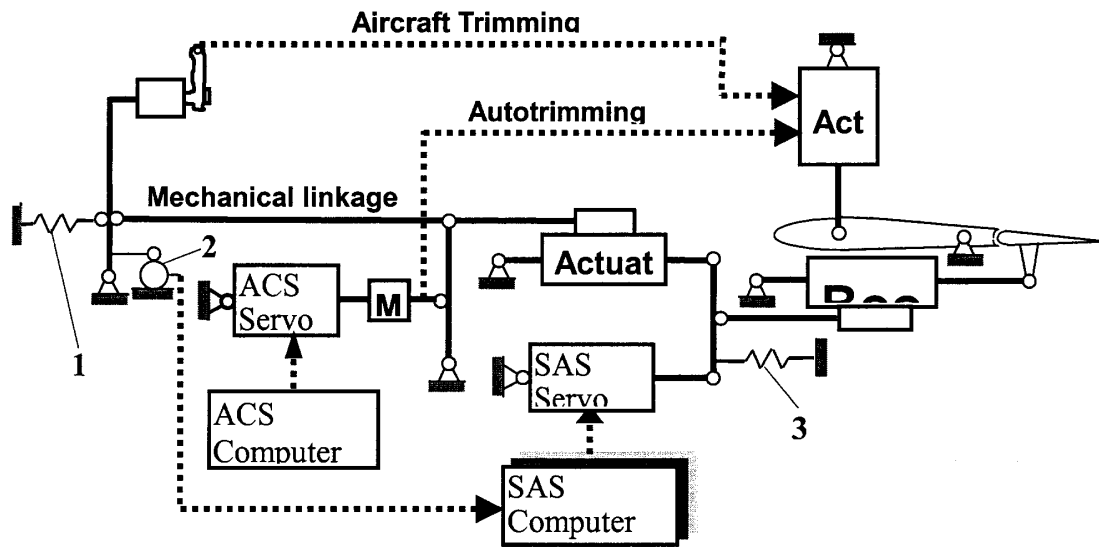


圖 3-3-3 動力不可溯之飛行控制系統

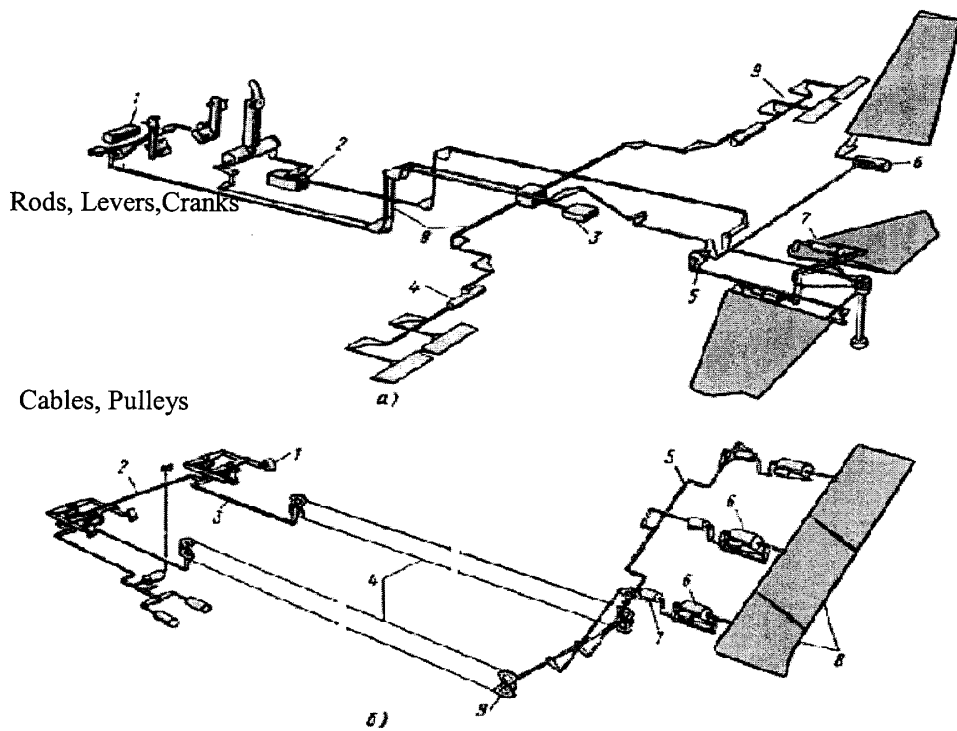


圖 3-3-4 動力不可溯飛行控制系統機械連桿

近十幾年來由於電油伺服致動器之成熟，應用 Fly-by-Wire 設計飛行控制系統已為潮流，例如 Concorde, A-310, B-767, Tu-144, Su-27, F-16, A-320 /330/340, B-777, Tu-204, F-18, 以及新一代 Eurofighter 等等。

Fly-by-Wire 最初始問題在於電子元件可靠度無法像機械元件達 $10^{-7}:10^{-9}$ 之高，這問題引導出複式系統的設計，請參考圖 3-3-5 至圖 3-3-6。

複式系統的設計架構有 Componentwise Redundancy、Channelwise Redundancy、Similar Redundancy、以及 Dissimilar Redundancy。

圖 3-3-5 以及圖 3-3-6 均屬 Similar Redundancy，以其複式元件相同之故。圖 3-3-6 為數位系統，其符號說明如下：

C_i – CSAS computers; **TB** – trimming block;
VE – voting element **LD** – artificial loading device;
SB – sensor's block; **ADS** – air data system;
Sv – servo-actuators; **ACS** – automatic control system;
B – boosters; **INS** – inertia navigation system;
EL – elevator; **HLDCS** – high lift device control system;
St – stabilizer; **ESC** – emergency stabilizer control;

如果圖 3-3-5 其中每一種 Sensor 只選擇一個，單獨與計算單元連接(中間無 VE, Voting Element)。直到四計算單元輸出才有 VE，則為 Channelwise Redundancy。

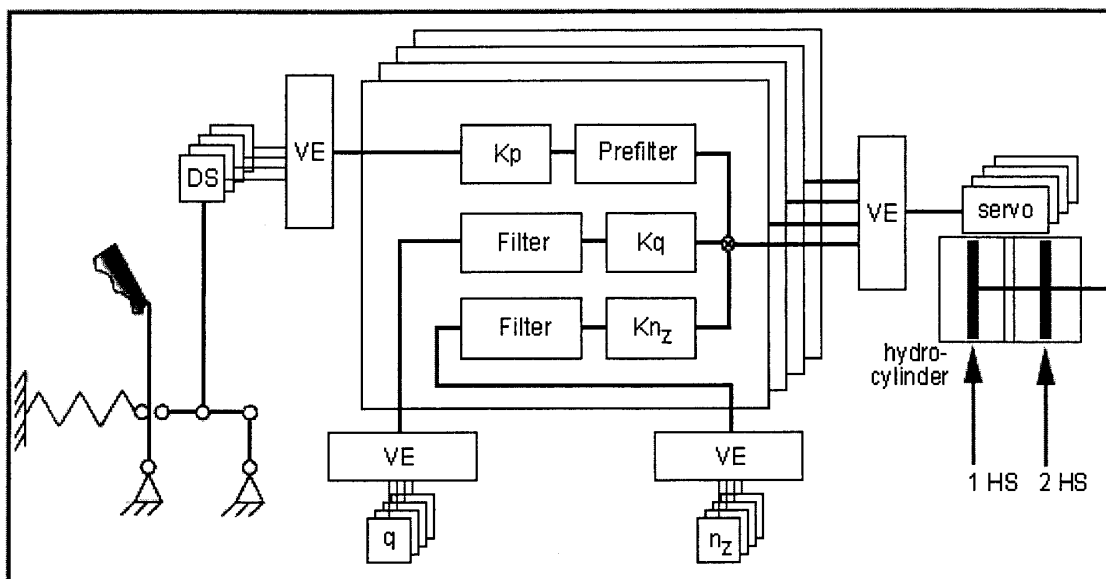


圖 3-3-5 Analog Fly-by-Wire stability augmentation system

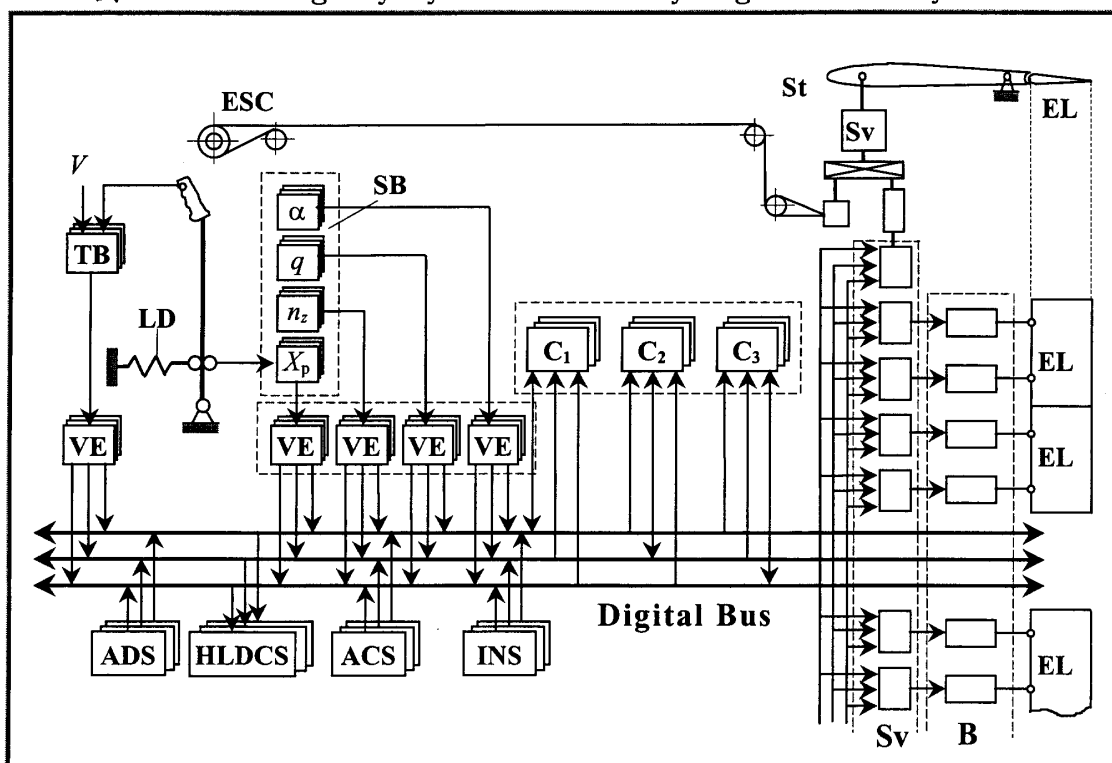


圖 3-3-6 Digital FBW Control System (longitudinal channel)

波音 777 數位型 Fly-by-Wire 採用 Triplex Redundancy，分左中右三頻道，每一頻道由不同群體人員設計、採用不同電腦執行、採用不同語言 Coding、採用不同即時取樣，如表 3-3-1。此系統屬於 Dissimilar Redundancy。

Dissimilar Redundancy 之基本精神在於避開相同硬體失效或軟體 Bug 同時發生，以致失去複式系統設計之目的，但這種設計所花費成本一定是比其他高。

Channel	Number of processors	Processor type	Frequency MHz	Programming Language
left	3	AMD 29000	16.5	C
central	3	MOTOROLA 68040	25	ADA
right	3	INTEL 80486	33	PL/M

表 3-3-1 Boeing-777 Digital FBW

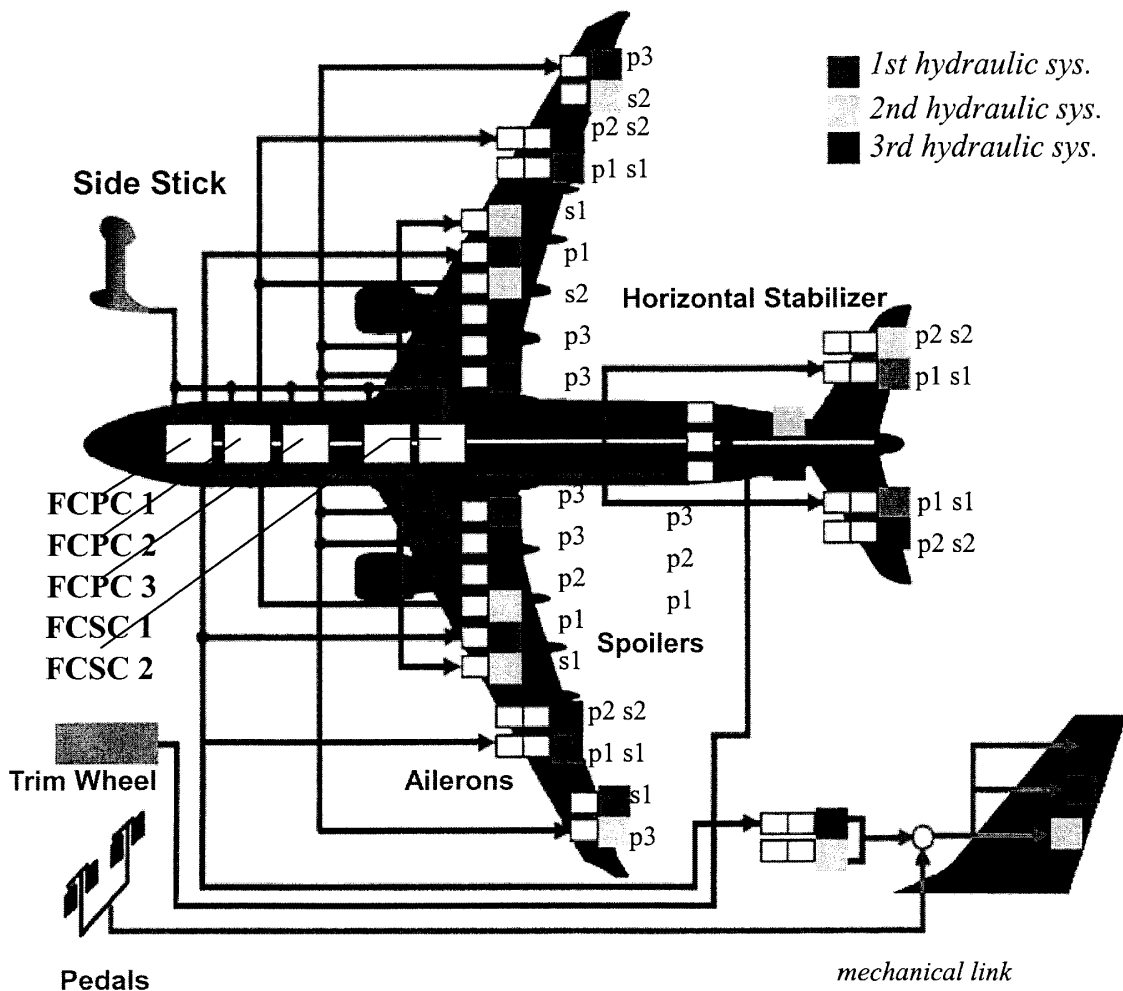
飛行控制之複式系統設計除了需滿足安全可靠度需求(客機 10^{-9} ，戰機 10^{-7})之外，系統架構以及系統運作法則隨飛機公司以及其設計工程師之構築決定，因此它實際上只要滿足需求，它尚屬於”Art”之設計問題。

圖 3-3-7 為 Airbus A330 客機之飛行控制系統架構，以下為其特殊設計：

- (1)、雙引擎，但油壓 Pump 採三套複式
- (2)、主飛控電腦(FCPC)三套，當 FCPC 失效發生時切換至次飛控電腦(FCSC、二套、)。
- (3)、Rudder、Elevator、以及 Aileron 採雙致動雙油壓設計，Spoiler

採三致動三油壓設計。

(4) Digital Bus 採 Aring-429 規範，約 1Mbit/s、Up to 30 Signals。



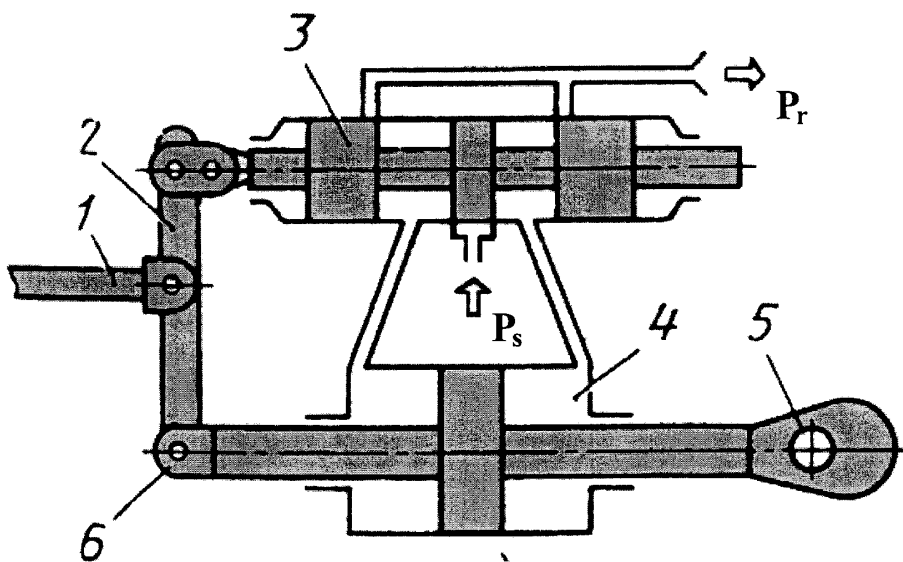
註：FCPC -flight control primary computer, FCSC -flight control secondary computer, p1, p2, p3, s1, s2 - servo valves, (p1 linked to FCPC 1 etc.)

圖 3-3-7 Airbus A330 飛行控制系統架構

2、飛行控制元件模擬模式研究與分析

本節將依序研究致動器、感測器、電腦等之模擬模式，同時亦簡述相關之飛行安全需求。

蘇聯致動器依據其發展過程與飛機控制需求，將其分類為 Booster、Servo Actuator、以及 FBW's Electro-Hydraulic Actuator。Booster 是純油壓機構式的省力裝置，如圖 3-3-8，其輸出力可達百噸以上，端視油壓高低以及缸徑大小而定，舊式飛機用 Booster 者多。這種致動器以機械連桿直接與駕駛桿相連，因此飛行員直接感受到力回饋，不必格外於真實飛機操縱處再模擬其力感。



- | | |
|------------------------|----------------------------|
| 1 – command input | 4 – hydro-cylinder, piston |
| 2 – feedback bellcrank | 5 – rod |
| 3 – servo valve | 6 – feedback linkage |
- P_s – supply pressure 210÷280 atm (kN/m^2);
 P_r – return pressure 20 atm (kN/m^2);

圖 3-3-8 Booster 機構說明圖

Booster 之線性模擬模式為 $W_B(P) = \frac{1}{T_B P + 1}$ ，其中 T_B 介於 0.05:0.1

之間，端視致動器時間延遲參數值。其非線性模擬模式則如圖 3-3-9。

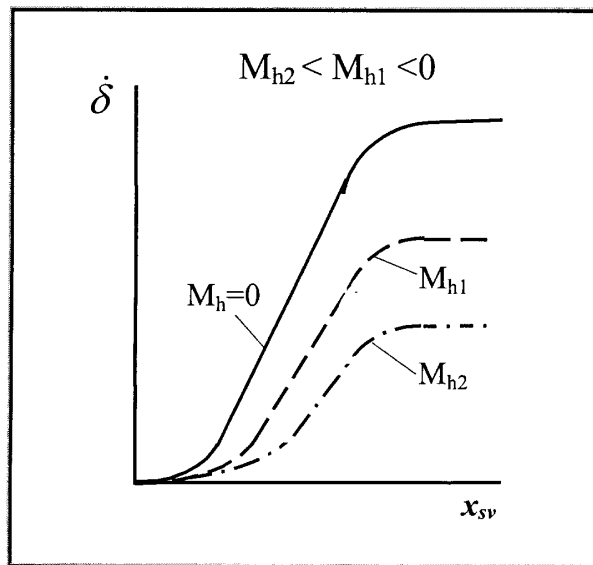
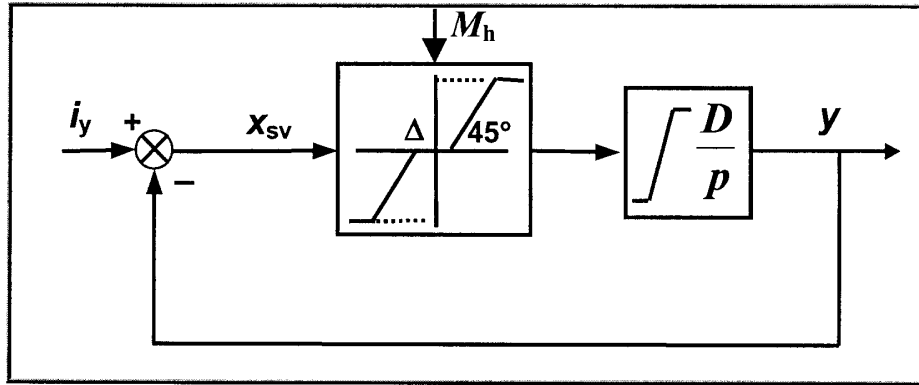


圖 3-3-9 Booster 非線性模擬模式

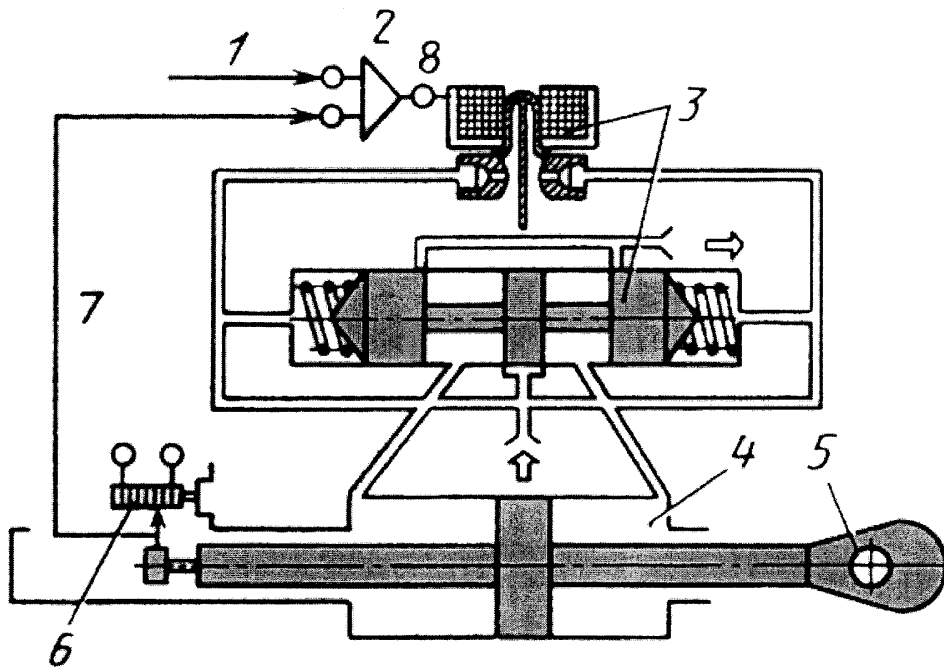
圖中積分器 $\frac{D}{P}$ (注意符號與台灣不同) 之之輸出為液壓缸之位
移，其上下極限乃受限於操縱翼面上下角度範圍。積分器前流量控制在
模擬液壓油通過閥門流量之行為，由於閥門開口小於閥門蓋(柱面

積)，因此有 Deadzone 非線性現象，流量上下極限受限於閥門開口大小。圖 3-3-9 下半部流量變化情況，乃是受操縱翼面正向或反向 Hinge Moment 影響之結果。正向會加強流量，反之則減少流量。

TsAGI 使用自己的實驗室去量測這些參數，而不是請製造商提供！

Servo Actuator 之輸入是電子訊號(電壓或電流)，經由一套噴嘴產生壓差之控制器間接控制閥門，包括控制液壓油流量與方向，是屬電油整合式的省力裝置，如圖 3-3-10，其輸出力端視油壓高低以及缸徑大小而定。使用這種致動器之飛機，飛行員除了無法直接感受到力回饋之外，駕駛桿需安裝量測駕駛桿位移或駕駛桿力之裝置，而且尚需格外安裝模擬桿力之裝置。

Servo Actuator 之線性模擬模式亦為 $W_b(P) = \frac{1}{TsP+1}$ ，其中 Ts 介於 0.02:0.05 之間，端視致動器時間延遲參數值。其回饋模擬模式則如圖 3-3-11a 至圖 3-3-11b。圖 3-3-11a 採機構式回饋(如 Booster)，亦即缸位移直接回饋(反向)減少閥門位移量，圖 3-3-11b 採電子式回饋，亦即缸位移轉換為伺服命令再回饋(反向)減少伺服命令之值。



- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| 1 – command input (electric) | 4 – hydro-cylinder, piston |
| 2 – Amplifier | 5 – rod |
| 3 – Nozzle-lid control unit | 6 – Rod position sensor |
| 7 – Electric feedback | |

圖 3-3-10 Servo Actuator 機構說明圖

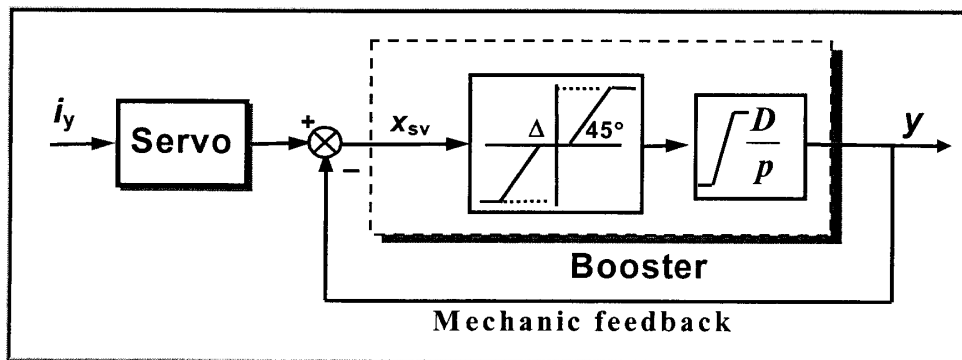


圖 3-3-11a Servo Actuator with Mech. Feedback

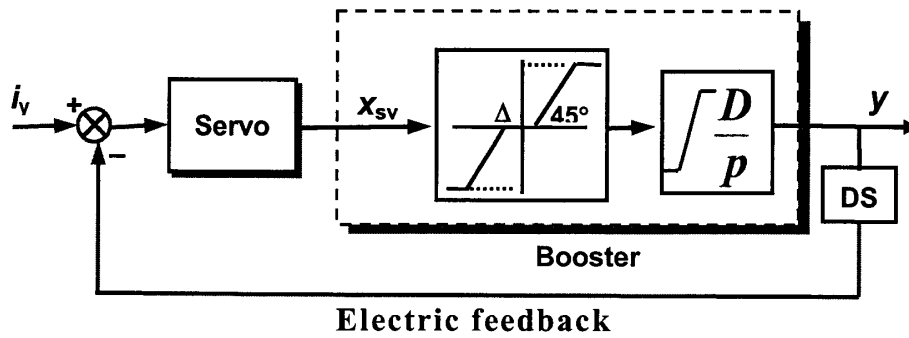


圖 3-3-11b Servo Actuator with Elec. Feedback

目前應用多採電子式回饋，因此以下模擬模式亦以此為探討對象，於是其模擬模式以圖 3-3-12 表示如下：

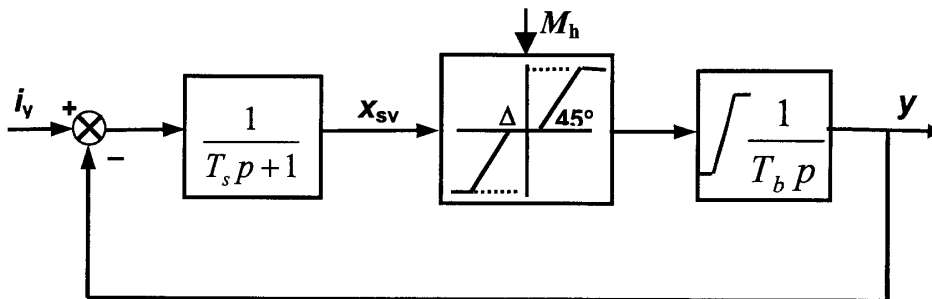


圖 3-3-12 Mathematical Model of Servo Actuator

其中參數分析如下

參數	範圍	備註
T _s	0.02 : 0.05sec	
Deadlone	很小，可以 0 模擬之	
Servo Saturation	假定±10	Flow rate 30/3
T _b	0.1 : 0.05sec	
Booster Limit	假定±30	degree

吾人以線性模式分析其 Bode 圖如圖 3-3-13a 與圖 3-3-13b。其中

$$W(s) \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \text{ 定義如下： } W(s) = \frac{1}{T_s s + 1} \cdot \frac{1}{T_b s}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{T_s} = 20, \lambda_2 = \frac{1}{T_b} = 10$$

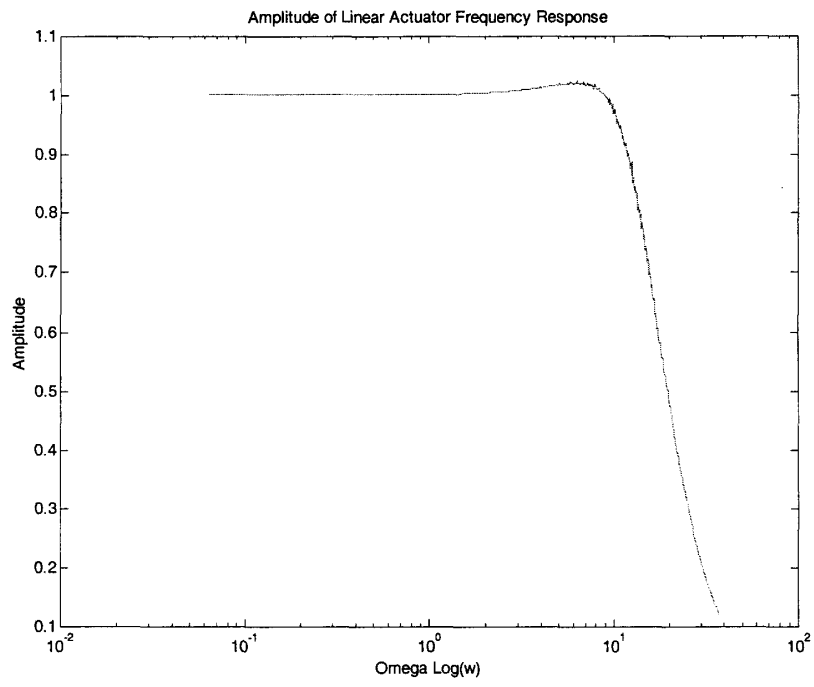


圖 3-3-13a

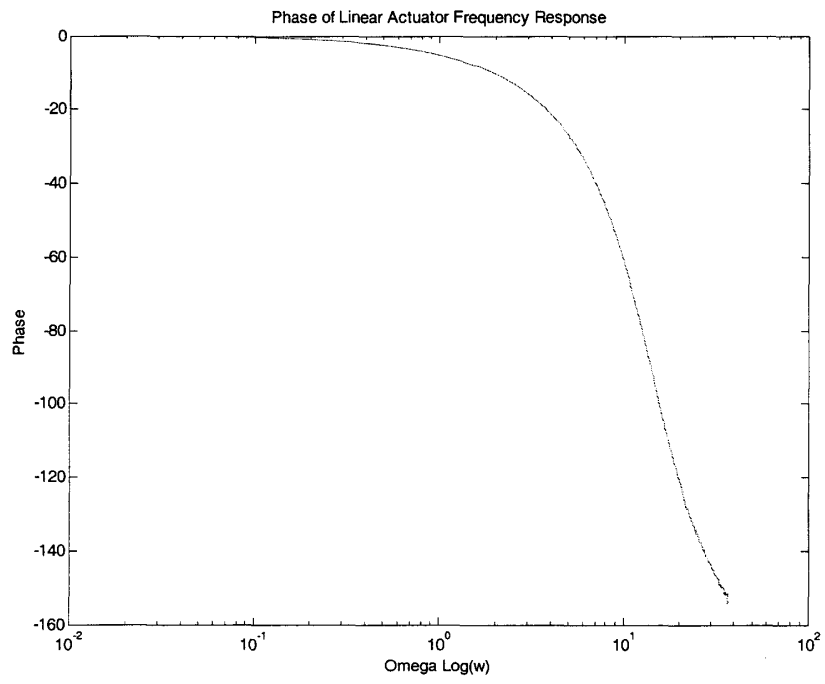


圖 3-3-13b

近年來正發展由電子馬達取代伺服閥，為最先進的致動器，這種致動器無需 Pump 等油壓系統，高壓油直接由致動器自己馬達提供。
這方面美國直接以伺服馬達控制液壓油流向與流量，蘇聯則採用定速馬達帶動可調變型之活塞式增壓器達到伺服閥功能。圖 3-3-14 為此型致動器之架構圖。

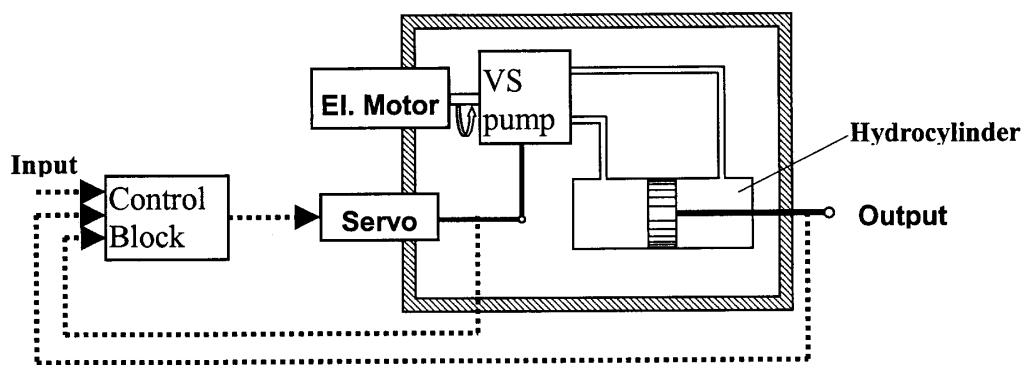


圖 3-3-14 Actuator with volume control

此型致動器尚屬試驗階段，雖然部份操縱面已由此致動器驅動，目前它還無法取代飛機所有伺服致動器，但不可置疑的是，它效率高、低耗能量、甚至於可使整架飛機無液壓系統！

飛機感測器均屬高頻(反應速度)裝置，蘇聯專家認為模擬系統無
 需建立感測器模式，最多以 Time Delay 含概即可。因此本報告僅將
 飛機六種感測器特性與模擬模式簡單陳述於下：

Sensor	Measured parameters	Action principle	Mathematical model
Angle rate sensor	p, q, r	2-DF rate-gyro, ring laser gyro	$\frac{1}{T_{rg}^2 s^2 + 2\zeta_{rg} T_{rg} s + 1}$ $f \geq 15\text{Hz}, \zeta = 0.4-0.7$
Load factor sensor	n_y, n_z	Accelerometer	$\frac{1}{T_{ac}^2 s^2 + 2\zeta_{ac} T_{ac} s + 1}$ $f \geq 40\text{Hz}, \zeta = 0.6-0.7$
α, β transmitter	α, β	Vane sensor, pressure sensor	$\frac{1}{T_{cs} s + 1}, T = 0.1-0.2\text{s}$
Gyro vertical	θ, ϕ, ψ	3-DF gyro,	
Air-data sensor	P_{st}, Q, M, V_i	Barometers	
Inertial Navigation System	X, Y, H, V_x, \dots $\theta, \phi, \psi, p, \dots$		

飛行控制器之模擬有二，其一是直接將飛行控制電腦掛上模擬器，其二是將飛行控制律設計為軟體程式，直接與飛機動態方程式整合成主電腦之模擬模式。不管是設計飛行控制電腦之軟體程式或是設計模擬器主電腦之模擬程式，下列三重點考量均不宜忽略：

- (1)、電腦之 Transport Delay，例如 $W_{DC}(s) \approx e^{-\left(\frac{T_s}{2} + \tau_c\right)}$ ，一為 Sampling Interval、另一為 Computation Time。其中在分析階段亦可將 $W_{DC}(s)$ 視為電腦之 Transfer Function。
- (2)、Anti-aliasing-Filter：如果訊號頻率 ω_0 介於 $(\omega_s/2 : \omega_s)$ 之間，如圖 3-3-15 所示，一旦 Aliasing Effect 發生後原始訊號與 Sample 後之訊號完全不一致，設計者在 ω_s 之取捨或輸入訊號之處理需特別注意。

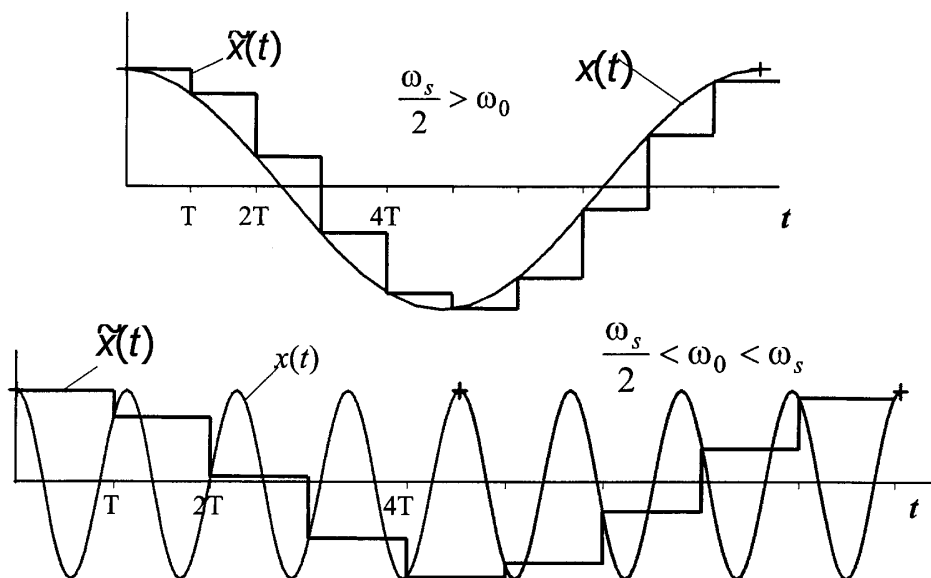


圖 3-3-15 Aliasing effect in digital system

(3)、計算時序的設計：在一個計算之 Frame Time Interval 內，

蘇聯認為重要之控制訊號必需在計算前才輸入，計算完應

該馬上輸出。這種理念導致下列圖 3-3-16 之 Task

Scheduling。

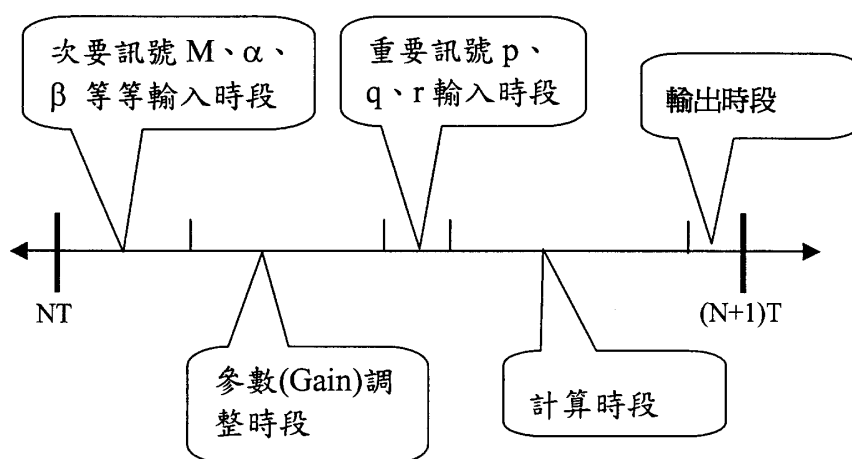


圖 3-3-16 模擬或控制軟體之 Task Scheduling

另外蘇聯認為電腦內之 ADC 或 DAC 使用 First-Order-Hold 應該

夠好，不需應用 Second-Order-Hold，至於訊號應使用 Pulse Width

Modulation 或 Amplitude Modulation，蘇聯認為就能量而言結果是一

樣，但他們認為 Pulse Width Modulation 有擴大應用之趨勢。

本節最後僅列出重要飛行控制元件失效機率以及複式設計考量等數據於表 3-3-2，提供國內設計參考。

System group	Probability of failure, 1/h	Type of system	Principle of design	Redundancy degree
I	$<10^{-8} \dots 10^{-9}$	Full authority, flight critical control systems	practically failure-free systems	×4 electronic ×2-4 in hydraulic & electric system ×2 mechanical linkage
II	$<10^{-5} \dots 10^{-6}$	Important, no flight critical control systems	failure-safe systems	×3 electronic ×2 in hydraulic & electric system
III	$<10^{-4}$	Auxiliary and comfort systems	failure-safe systems	×2 electronic constrain on system efficiency

表 3-3-2 Aircraft control system and flight safety

3、縱向飛行控制設計

為配合國內持續研究，本報告自本節起採用國際通用之運動方程式符號，重列縱向運動方程式如下：

$$\begin{aligned}\dot{q} &= (M_\alpha - Tx_{eng} \sin(\varphi_{eng} + \Delta\varphi_{Thr})) / I_y \\ \dot{\gamma} &= \frac{g}{V} ((Z_\alpha + T \sin(\alpha + \varphi_{eng} + \Delta\varphi_{Thr})) / G - \cos(\gamma)) \\ \dot{V} &= g((-X_\alpha + T \cos(\alpha + \varphi_{eng} + \Delta\varphi_{Thr})) / G - \sin(\gamma)) \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{H} &= V \sin(\gamma) \\ \text{where,} \\ M_\alpha &= C_m Q S c \\ Z_\alpha &= C_L Q S \\ X_\alpha &= C_D Q S\end{aligned}$$

(1)、縱向阻尼設計

一般現代飛機縱向 Short-Period Mode 之阻尼(damping)均不足，本阻尼值為：

$$\delta_{sp} = (-\bar{M}_q + \bar{Z}_\alpha) / 2$$

為增加此值，控制法則是從升降舵產生之 Pitch Rate 引進回饋訊號當補償，亦即 $\delta_E = K_q q$ ，將此式代入下列縱向方程式

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \bar{M}_q q + \bar{M}_\alpha (\alpha_T + \alpha_w) + \bar{M}_{\delta_E} \delta_E \\ &= (\bar{M}_q + \bar{M}_{\delta_E} K_q) q + \bar{M}_\alpha (\alpha_T + \alpha_w)\end{aligned}$$

其中 $\bar{M}_q < 0, \bar{M}_{\delta_E} < 0$ ，所以若 $K_q > 0$ ，則阻尼似乎可隨心所欲地控制之。在真實系統內其實不然！當吾人考量 Time Delay 之後 K_q 的選擇已受到限制，例如致動器、電腦、感測器列入考量後如下：

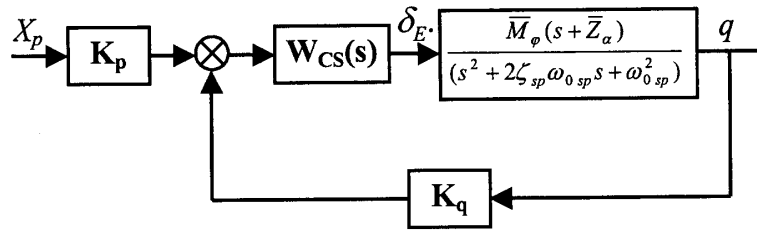


圖 3-3-17 Pitch Rate 回饋設計

其中 $W_{CS}(s)$ 為控制系統之轉移函數，因此 $\delta_E(s) = K_q \cdot W_{CS}(s) \cdot q(s)$ ，其特性方程式如下：

$$1 + K_q (-\bar{M}_{\delta_E}) \frac{(s + \tilde{Z}_\alpha)}{(s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{0,sp}s + \omega_{0,sp}^2)} \cdot W_{CS}(s) = 0$$

假設控制系統(含致動器、Time Delay 等)之轉移函數為

$$W_{CS}(s) = \frac{1}{T_B T_S s^2 + T_B s + 1} e^{-\tau_{cs}s} \approx \frac{1}{T_B T_S s^2 + T_B s + 1} \frac{(-\tau/2)s + 1}{(\tau/2)s + 1}$$

其中 $W_{act}(s) = \frac{1}{T_B T_S s^2 + T_B s + 1}$ 為致動器部份，其他部份以 Time

Delay $e^{-\tau_{cs}s} \approx \frac{(-\tau/2)s + 1}{(\tau/2)s + 1}$ 模擬之。

圖 3-3-18a 至圖 3-3-18d 分別顯示不同 time delay τ_{cs} 之根軌跡圖。他們除了顯示 Time Delay 會影響根軌跡型式之外(當 $\tau_{cs} < 0.07$ s 時稱為 Type I，當 $\tau_{cs} \geq 0.07$ s 時稱為 Type II)，也會影響 K_q 之上限，精確關係請參考個案研究四。

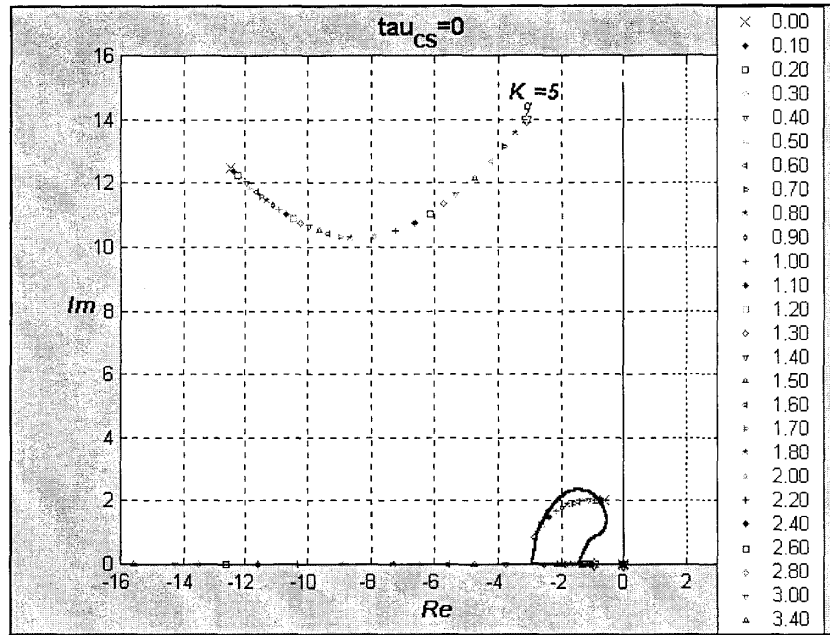


圖 3-3-18a

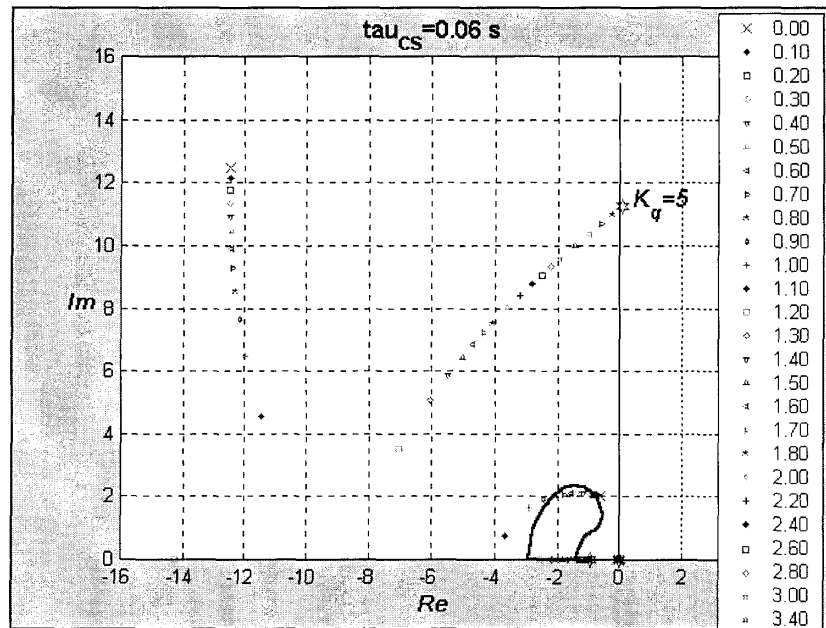


圖 3-3-18b

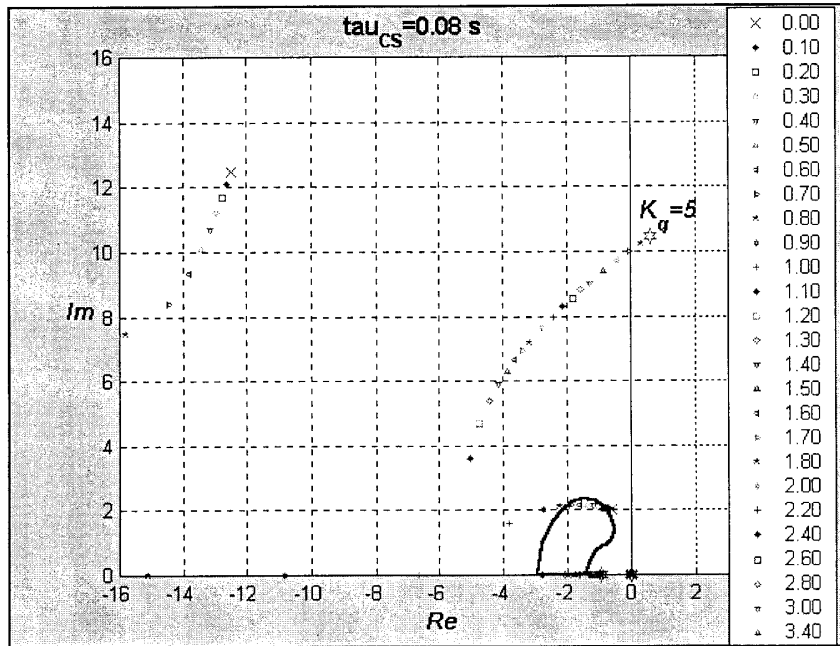


圖 3-3-18c

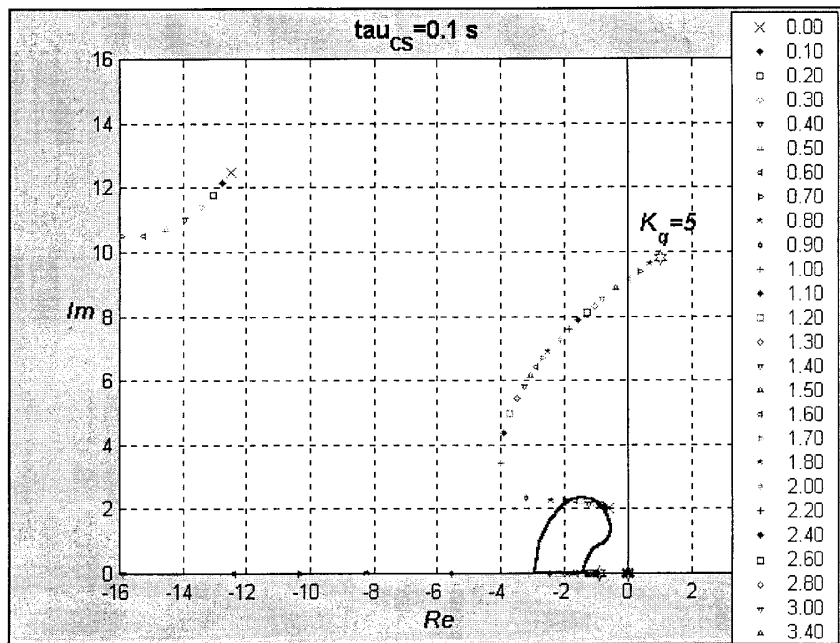


圖 3-3-18d

(2)、縱向穩定度設計

其次考慮增益穩定度(Stability Margin)之設計，現代飛機為了增加升阻比，通常不會使 \bar{M}_α 太大，其中

$$\bar{M}_\alpha = C_L Q S_C / I_Y \cdot \partial C_m / \partial C_L = C_L Q S_C / I_Y \cdot (\bar{X}_F - \bar{X}_{cg}) ,$$

因為如果 \bar{X}_F 往後設計固然使 \bar{M}_α 增加，但卻也減少升阻比。說明如下：

$Lw=G-Lt$ ，其中 Lt 為水平尾翼之升力，

$$Dw=Do + AL^2w, Dw \text{ 為阻力，}$$

如果如果 \bar{X}_F 往後設計，為克服 Lt 往下之升力必得增加 Lw 才會平衡， Lw 要加大則 Dw 也增大，升阻比變小！

為了增加 \bar{M}_α ，i.e. Stability Margin，我們可設計 $\delta_\varphi = K_\alpha \alpha$ 代入橫航向方程式得 \bar{M}_α 變成 $\bar{M}_\alpha + K_\alpha \bar{M}_\varphi$ ，這似乎是可隨心所欲，要它多少就有多少，但這問題通常被不穩定根所牽制住，吾人需考慮它的穩定性，以及較為難的是 α 精確值不好量測！不宜當精確控制之回饋。

因此考慮 n_z 與 α 有線性關係 $n_z = n_{z\alpha}\alpha + n_{z\varphi}\varphi$ ，而且 n_z 之量測既簡單又準確！吾人以下列試之：

$$\sigma_\varphi = K_n W_n(S) \Delta n_z; \varphi = W_{act}(S) \sigma$$

如果 n_z 加速器(accelerometer)安裝在 aircraft center of rotation，則下列關係幾近成立

$$n_z \approx \frac{V \bar{Z}_a}{g p + \bar{Z}_a} q$$

如果令 $W_n = e^{-\tau p^2} \approx \frac{-0.5S+1}{0.5S+1}$ 代入系統，得其根軌跡如圖 3-3-19：

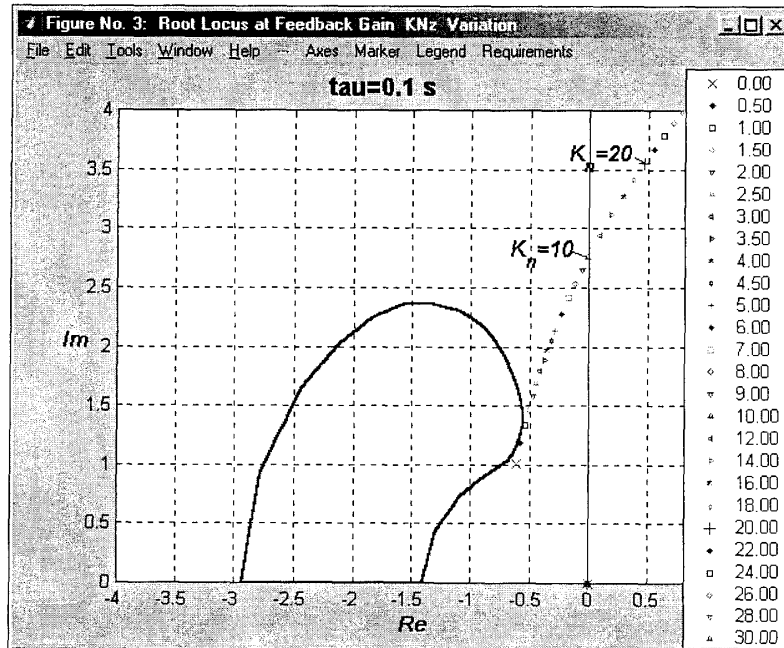
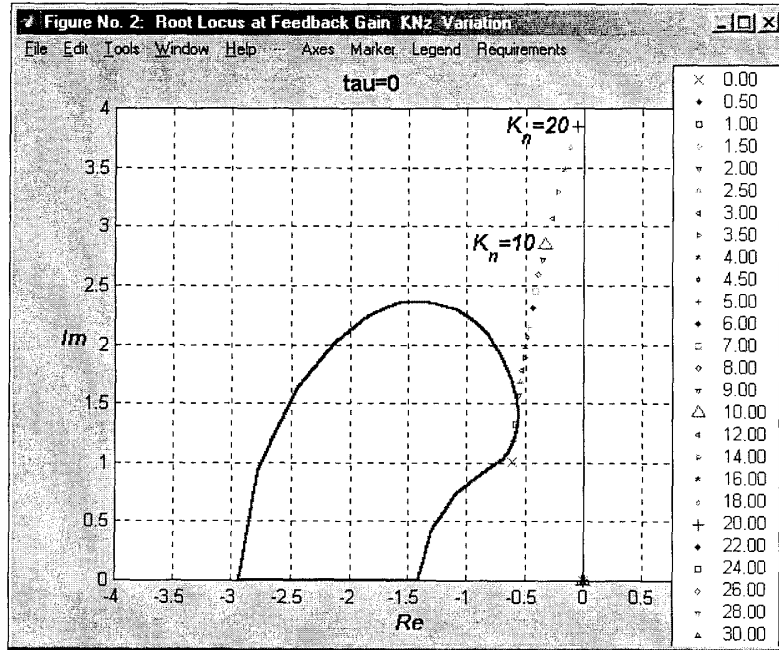


圖 3-3-19 Z_n 回饋系統根軌跡圖(tau=0,1)

上圖可見，當 $K_n=20$ ($\tau=0$) 或 $K_n=10$ ($\tau=0.1$) 時系統已逐漸趨向不穩定，這般設計雖然增加 Stability Margin 但是確減少了 Damp。於是吾人把前面 q 回饋設計與 n_z 回饋設計合併如圖 3-3-20，並且試著研究其特性。根據個案五研究結果，得圖 3-3-21a 之結果。

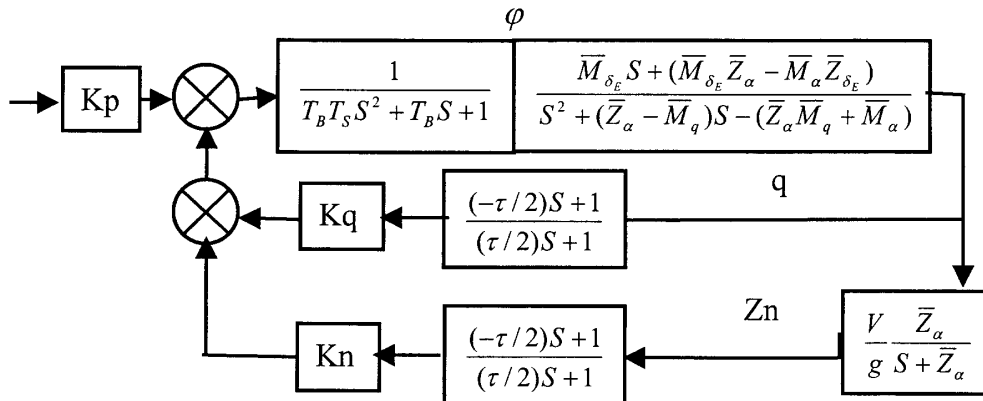


圖 3-3-20 q 及 n_z 回饋設計

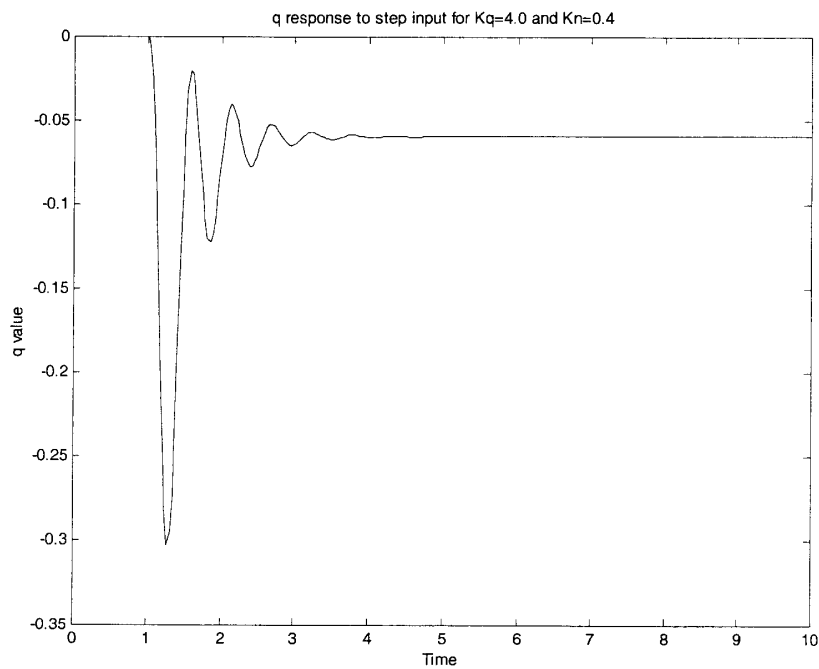


圖 3-3-21a q Step Response

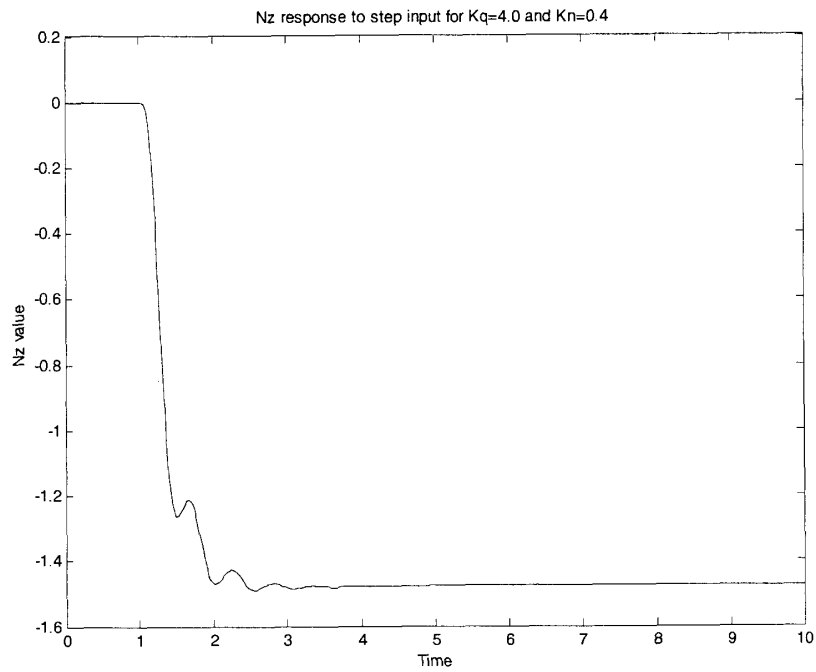


圖 3-3-21b Nz Step Response

圖 3-3-21a 及圖 3-3-21b 之 Step Response 係以下列參數進行模擬之結果。

$b=0.08;$ $T_s=0.04;$ $M_q=-0.533;$ $Ma=-4.034;$ $M_{de}=-2.38;$ $Z_a=0.691;$ $Z_{de}=0.03;$	$T=\tau/2$ $V=243.0;$ $g=9.8;$ $\tau=0.02;$ $K_q=4.0;$ $K_n=0.4;$
--	--

(3)、縱向PI控制整體考量與設計

在整體控制架構圖 3-3-20 中，為減少暫態 overshoot，通常要在 Pilot Input Path 設計 Prefilter $W_{pf}(S) = \frac{1}{T_{pf}S+1}$ 。有時為增加穩定邊界，在 q 迴路設計 Lead_Lag Filter $W_{cf} = \frac{T_1S+1}{T_2S+1}$ ，其中 $T_1 < T_2$ ，因為此 Filter 在頻率 $> 1/T_2$ 時相差又歸向零。另外因為飛機為非鋼體，必需設計結構共振濾波器如下：

$$W_{bf} = \frac{0.0003S^2 + 0.002S + 1}{0.0003S^2 + 0.012S + 1} \cdot \frac{1}{0.001S^2 + 0.04S + 1}$$

因此整體控制架構變為圖 3-3-22。蘇聯戰機蘇凱 27 即使用此架構，蘇聯其他飛機、美國戰機 (F15) 也以此為主架構。

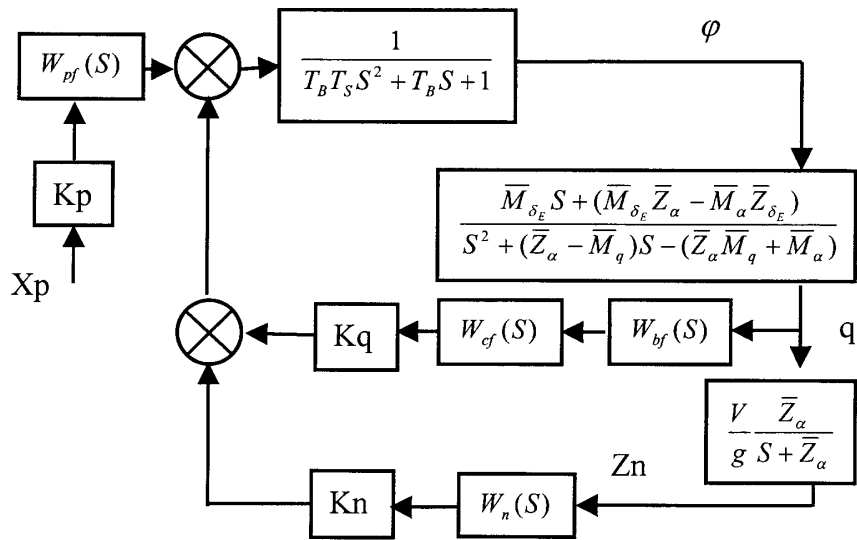


圖 3-3-22

上圖 Stabilizer 之命令為慢速命令，當 Elevator 有持續性之動作時，Stabilizer 才出現，扮演 Trim 的效果！

為計算靜態可控特性 $X_{SAS}^n = \frac{dX_p}{dn}$ ，令

$$\sigma_{\phi} = 0 \Rightarrow K_{\rho f} X_p + K_{n f} \Delta n_z + K_{q f} q = 0$$

可得

$$X_{SAS}^n = -\frac{1}{K_{\rho f}} \left(K_{n f} + \frac{g}{V} K_{q f} \right)$$

此式數值顯示於圖 3-3-24，可見可控性隨速度增加而減少，當然若 $K_q=0$ ，則此值為常數！

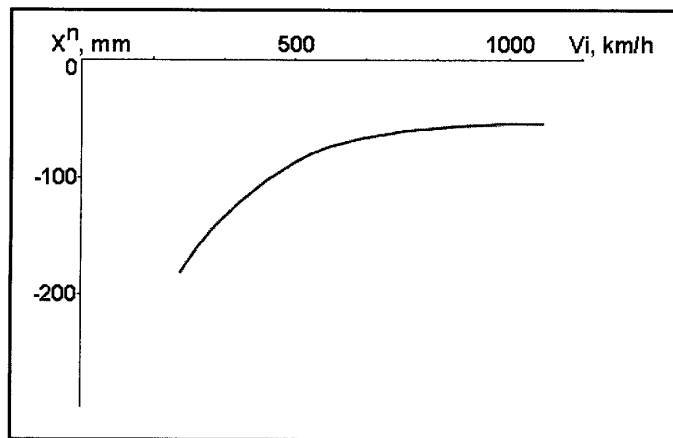


圖 3-3-24

(5)、飛行限制設計

攻角與 Normal Load 之限制設計為飛行控制一重要課題，以下探討蘇聯設計方式：

A) Load factor limiter:

僅考量 Normal Load 回饋控制 $\sigma_{\varphi n f} = K_{p n f} W_{p f}(s) X_p + K_{n f} W_{n f}(s) \Delta n_z$;

計算此值 $X_{p \min} = -\frac{K_{n f}}{K_{p n f}} \Delta n_{z \max}$. , 在操縱桿處補以機械限制。

B) Angle of attack limiter:

首先選擇 X_{p0} , 使操縱桿在 $\pm X_{p0}$ 以內為正常(需要)之 x 對 α 之控制關係, 再設計下列法則:

$$\sigma_{\varphi \alpha f} = K_{p \alpha f} W_{p f}(s)(X_p - X_{p0}) + K_{\alpha f} W_{\alpha f}(s) \Delta \alpha, \Delta \alpha = \begin{cases} 0 & \alpha < \alpha_0 \\ \alpha - \alpha_0 & \alpha \geq \alpha_0 \end{cases}$$

其中各參需滿足 $\frac{K_{\alpha f}}{K_{p \alpha f}} = \frac{X_{p0} - X_{p \min}}{\alpha_{\max} - \alpha_0}$, 同樣在操縱桿處補以機械

限制 $X_{p \min}$ 。

C) Combined Load factor–Angle of attack limiter:

吾人採用下列控制方式,

$$\sigma_{\varphi f} = F(\alpha) \cdot \sigma_{\varphi n f} + [1 - F(\alpha)] \cdot \sigma_{\varphi \alpha f}$$

其中 $F(\alpha)$ 設計如下:

$$F(\alpha) = \begin{cases} 1 & , \alpha < \alpha_0 \\ \frac{\alpha_{\max} - \alpha}{\alpha_{\max} - \alpha_0} & , \alpha_0 < \alpha < \alpha_{\max} \\ 0 & , \alpha_{\max} \leq \alpha \end{cases}$$

控制命令取其大者 $\sigma_{\varphi f} = \max(\sigma_{\varphi n f}, \sigma_{\varphi \alpha f})$, 圖 3-3-25 顯示在 $\alpha > \alpha_0$ 之

後攻角限制使操縱效率降低。

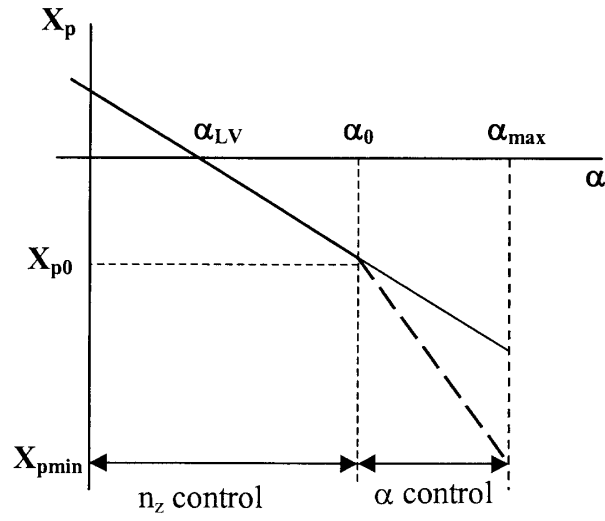


圖 3-3-25 combined n_y - α limiter

4、橫航向飛行控制

首先以國際通用符號列出橫航向運動方程式：

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= \bar{Y}_\beta \beta + \bar{Y}_r r + \bar{Y}_p p + \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \varphi + \bar{Y}_{\delta_a} \delta_a + \bar{Y}_{\delta_r} \delta_r \\ J_z \dot{r} &= J_{xz} \dot{p} + N_\beta \beta + N_r r + N_p p + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r \\ J_x \dot{p} &= J_{xz} \dot{r} + L_\beta \beta + L_r r + L_p p + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{\varphi} &= p + r \cdot \text{tg} \theta_0.\end{aligned}$$

若是 body axes 則 $\bar{Y}_r = -\cos \alpha_0$, $\bar{Y}_p = \sin \alpha_0$ ，若是 stability axes 則

$\bar{Y}_r = -1$, $\bar{Y}_p = 0$ ，上述方程式經整理後如下 (in the body axes)：

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= \bar{Y}_\beta \beta - r \cos \alpha_0 + p \sin \alpha_0 + \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \varphi + \bar{Y}_{\delta_a} \delta_a + \bar{Y}_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{r} &= \tilde{N}_\beta \beta + \tilde{N}_r r + \tilde{N}_p p + \tilde{N}_{\delta_a} \delta_a + \tilde{N}_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{p} &= \tilde{L}_\beta \beta + \tilde{L}_r r + \tilde{L}_p p + \tilde{L}_{\delta_a} \delta_a + \tilde{L}_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{\varphi} &= p + r \cdot \text{tg} \theta_0.\end{aligned}$$

其中

$$\tilde{N}_i = \frac{\frac{1}{2}\rho V^2 S b}{J_z \left(1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}\right)} \left(C_{ni} + \frac{J_{xz}}{J_x} C_{li} \right) = \frac{N_i + \frac{J_{xz}}{J_z} L_i}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}};$$

$$\tilde{L}_i = \frac{\frac{1}{2}\rho V^2 S b}{J_x \left(1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}\right)} \left(C_{li} + \frac{J_{xz}}{J_x} C_{ni} \right) = \frac{L_i + \frac{J_{xz}}{J_z} N_i}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}},$$

C_{li}, C_{ni} 為 derivatives of aerodynamic moments

coefficients, 其中 $i = \beta, p, r$ 。

(1)、航向阻尼設計

就像縱向阻尼設計理念, 首先我們使用下列控制律, 以 Roll Rate 回饋增加航向阻尼,

$$\delta_r(s) = K_r \cdot W_{CS}(s) \cdot r(s)$$

其中 $W_{CS}(s)$ 與縱向控制相似, 包括致動器及訊號處理延遲模式如下

$$W_{CS}(s) = \frac{1}{T_B T_S s^2 + T_B s + 1} e^{-\tau_{CS} s} \approx \frac{1}{T_B T_S s^2 + T_B s + 1} \frac{(-\tau/2)s + 1}{(\tau/2)s + 1}$$

橫向 Dutch Roll Mode 頻率遠在縱向 Short Period Mode 頻率之下 (1/2:1/3), 因此 τ 甚至於可高達 0.1sec, 上述控制看似理想, 但他一者使 Spiral Mode 之根幾近邊界 $|\lambda_r| \leq 0.03$ 如圖 3-3-26, 二者其反應牽涉到 Roll Angle 及 Side-Slip Angle 會引起負面效應, 使得持續轉向之飛行難能控制, 如圖 3-3-27。

為解決此問題，在 K_p 前引進 Spiral Filter 如下：

$$\delta_r(s) = K_p \cdot \frac{T_r s}{T_r s + 1} \cdot W_{CS}(s) \cdot r(s)$$

從轉移函數而言，它是個 High Pass Filter，從根軌跡圖觀之，Spiral Mode 之根因此穩定在原點附近，不會超過 -0.03 ，其 Step 反應如圖 3-3-28，整個設計幾近可行。

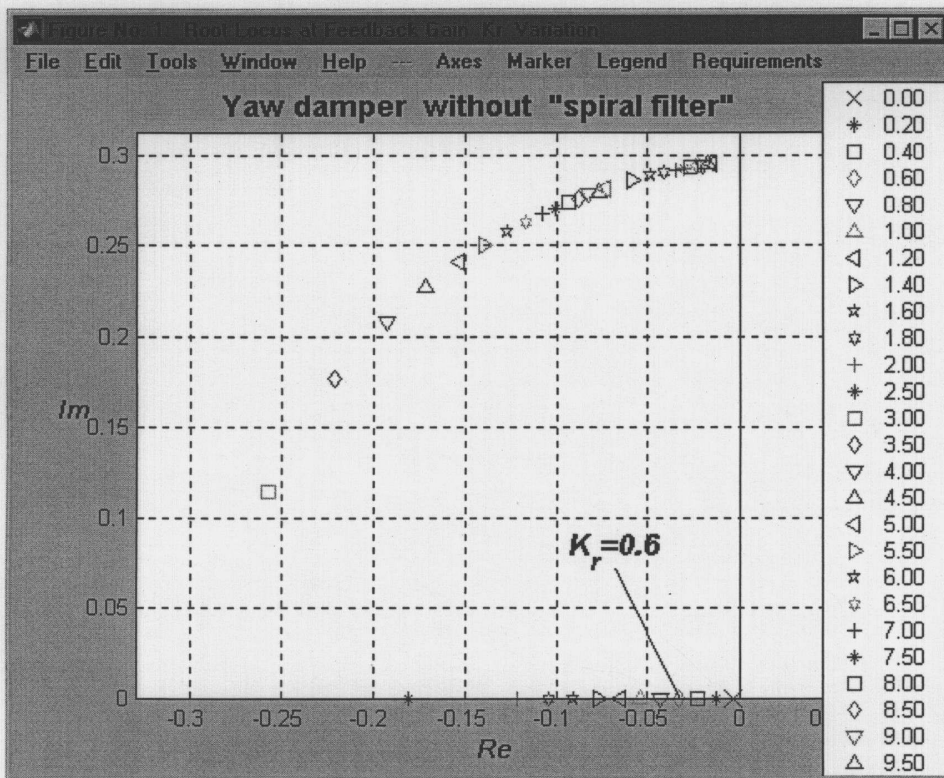


圖 3-3-26 Root locus for yaw damper without "spiral filter"

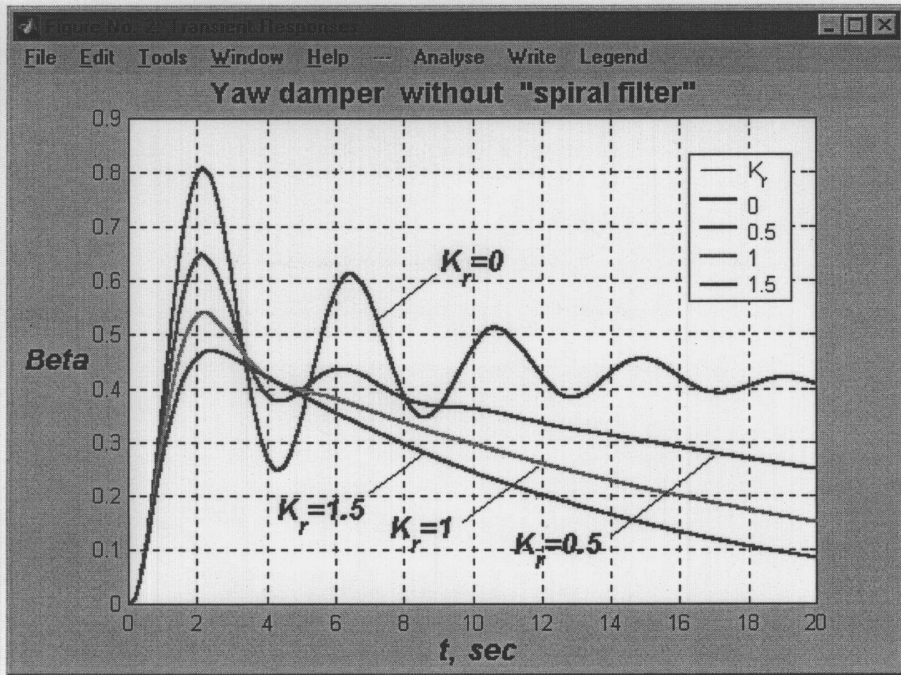


圖 3-3-27 Step Response for yaw damper without "spiral filter"

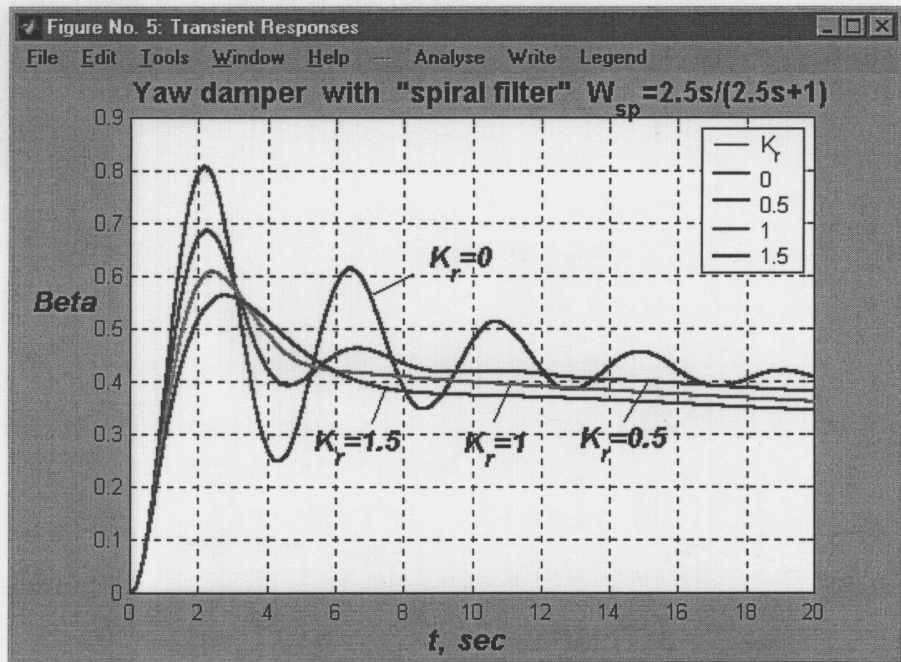


圖 3-3-28 Step Response for yaw damper with "spiral filter"

上圖 $T=2.5$ s，理想的巡航增益值為 $K=1$ ，在起降時為 $K=2:2.5$ 。另一種方法避免負面效應之設計是將滾轉產生之重力分量納入回饋，如下：

$$\sigma_{\delta_r} = K_r \cdot \left(r - \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \phi \right)$$

這般設計一者因為無新根(Spiral Filter 有)使暫態反應之 Overshoot 較理想，其根軌跡圖之 spiral mode root 幾乎固定！

在高操縱性需求之戰機，由於他需要高攻角及任意大之滾角，一般以 Stability Axes 之參數值較為合理，因此其控制設計修正為

$$\sigma_{\delta_r} = K_r \cdot \left(r \cos \alpha - p \sin \alpha - \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \sin \phi \right)$$

(2)、航向穩定設計

以上設計考慮專注於方程式 N_r 係數，也就是增加 Yaw Damping，但是同時也造成“flight path stability”降低。或者是 Dutch mode frequency 降至不可接受區域、Roll 時間常數變大、或是 Spiral 根超過-0.03 等。這些原因吾人將歸納 N_β 受影響情況如下：

- a. 高攻角使 N_β 變小，說明如下：低攻角時，當側滑角產生時，垂直尾翼產生之側向力遠比機頭產生之側向力大，飛機自動抵銷側滑角！反之在高攻角時，垂直尾翼之側向力遠比機頭之側向力小，飛機無法自動抵銷該側滑角！參考圖 3-3-29

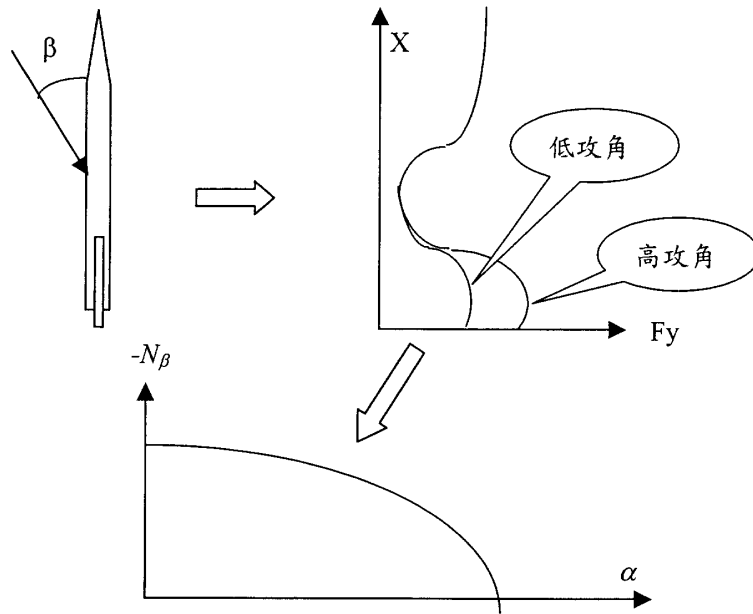


圖 3-3-29

- b. 高速使 N_β 變小，說明如下：當側滑角產生時，機頭之側向力 F_1 幾乎固定，但垂直尾翼產生之側向力 F_2 隨馬赫數有下列關係！結果請參考圖 3-3-30

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}}, M > 1$$

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - M^2}}, M < 1$$

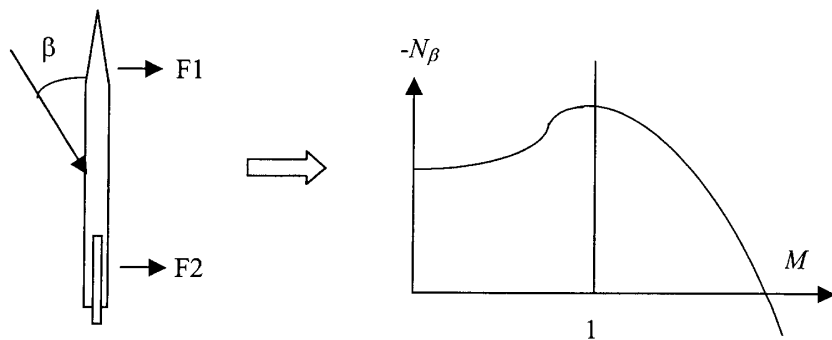


圖 3-3-30

- c. 結構之彈性使 N_β 變小，說明如下：當側滑角產生時，機頭與機尾之側向力使之變形如圖 3-3-31 虛線結構，垂直尾翼之側向角變小，側向力隨之變小，結果請參考圖 3-3-31。

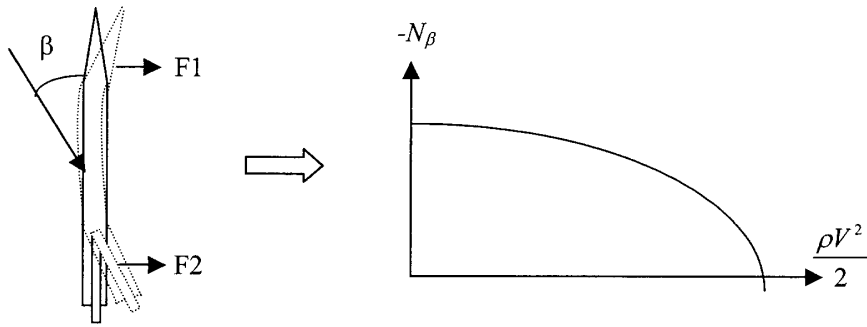


圖 3-3-31

因此構思下列控制法則以解決上述問題。

$$\sigma_{\delta_r} = K_r \cdot \left(r \cos \alpha - p \sin \alpha - \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \sin \phi \right) - K_\beta \beta$$

然而要 β 之精密值不易，因此改由 n_y 回饋設計之，整個控制法則

考慮控制路徑之 Transfer Function 後變為：

$$\delta_r = \left[K_r \left(W_r(s) r \cos \alpha - W_p(s) p \sin \alpha - \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \sin \phi \right) + K_{n_y} W_{n_y}(s) n_y \right] W_{act}(s)$$

最佳之增益值為 $K_r=1:1.5 \text{ 1/s}$, $K_\beta=1.5:2.5$ 。

(3)、橫向阻尼設計

很多大機翼飛機之 Roll damper 已經夠大，本節是假設尚需設計者，尤其戰機更有如此需求。設計理念與以前一樣如下：

$$\sigma_a = K_p \cdot p$$

考慮控制路徑之 Transfer Function 後，加上 Pilot Input 後變為：

$$\delta_a(s) = [K_p \cdot W_{pf}(s) \cdot p(s) + K_{pa} W_{pfa}(s) X_{pa}(s)] W_{act}(s)$$

把 K_p 之根軌跡圖畫於圖 3-3-32，圖中顯示 Roll Damping 很有效的隨 K_p 增加，而且增減過程 Dutch roll mode roots 及 spiral root 幾乎固定，這是很好的結果，圖 3-3-33 顯然 K_p 範圍為 $0.3 < K_p < 0.6$ 。

然而在高攻角時滾轉角會引導產生側滑角效應，因此必須設計 Crosscoupling Control 同時打出 Rudder 以解決側滑角引出之 Yaw，於是以下列法則設計之

$$\Delta\sigma_r = K_{ra} W_{ra}(s) \cdot \sigma_a$$

我們希望在滾轉開始那一時間 $\beta(t=0) = 0, \dot{\beta}(t=0) = 0$ ，也就是我們

要

$$\ddot{\beta}(t=0) = 0$$

這個條件可讓吾人估算 K_{ra} 如下：

$$\begin{aligned}\ddot{\beta} &= -\dot{r} \cos \alpha_0 + \dot{p} \sin \alpha_0 = -\cos \alpha_0 (\tilde{N}_{\delta_a} \delta_a + \tilde{N}_{\delta_r} \delta_r) + \sin \alpha_0 (\tilde{L}_{\delta_a} \delta_a + \tilde{L}_{\delta_r} \delta_r) \\ &= (\tilde{L}_{\delta_r} \sin \alpha_0 - \tilde{N}_{\delta_r} \cos \alpha_0) \delta_r + (\tilde{L}_{\delta_a} \sin \alpha_0 - \tilde{N}_{\delta_a} \cos \alpha_0) \delta_a\end{aligned}$$

於是

$$\begin{aligned}\delta_r &= -\frac{(\tilde{L}_{\delta_a} \sin \alpha_0 - \tilde{N}_{\delta_a} \cos \alpha_0)}{(\tilde{L}_{\delta_r} \sin \alpha_0 - \tilde{N}_{\delta_r} \cos \alpha_0)} \cdot \delta_a \approx \frac{\tilde{L}_{\delta_a} \sin \alpha_0}{\tilde{N}_{\delta_r} \cos \alpha_0 - \tilde{L}_{\delta_r} \sin \alpha_0} \cdot \delta_a = \\ &= \frac{\tilde{L}_{\delta_a} \operatorname{tg} \alpha_0}{\tilde{N}_{\delta_r} - \tilde{L}_{\delta_r} \operatorname{tg} \alpha_0} \cdot \delta_a \approx \frac{\tilde{L}_{\delta_a}}{\tilde{N}_{\delta_r}} \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \delta_a\end{aligned}$$

也就是 $K_{ra} \approx \frac{\tilde{L}_{\delta_a}}{\tilde{N}_{\delta_r}} \operatorname{tg} \alpha_0$ ，它與攻角值有關。最後綜整橫航向控制律

如下：

Aileron control:

$$\sigma_a(s) = K_{pa} W_{pfa}(s) X_{pa}(s) + K_p \cdot W_{pf}(s) \cdot p(s), \quad \delta_a(s) = W_{act}(s) \sigma_a(s)$$

Rudder control:

$$\begin{aligned}\sigma_r(s) &= K_{pr} W_{pfr}(s) X_{pr}(s) + K_r \left(W_r(s) r \cos \alpha - W_p(s) p \sin \alpha - \frac{g}{V_0} \cos \theta_0 \cdot \sin \phi \right) + \\ &+ K_{ny} W_{ny}(s) n_y + K_{ra} W_{ra}(s) \cdot \sigma_a, \quad \delta_r = W_{act}(s) \sigma_r(s)\end{aligned}$$

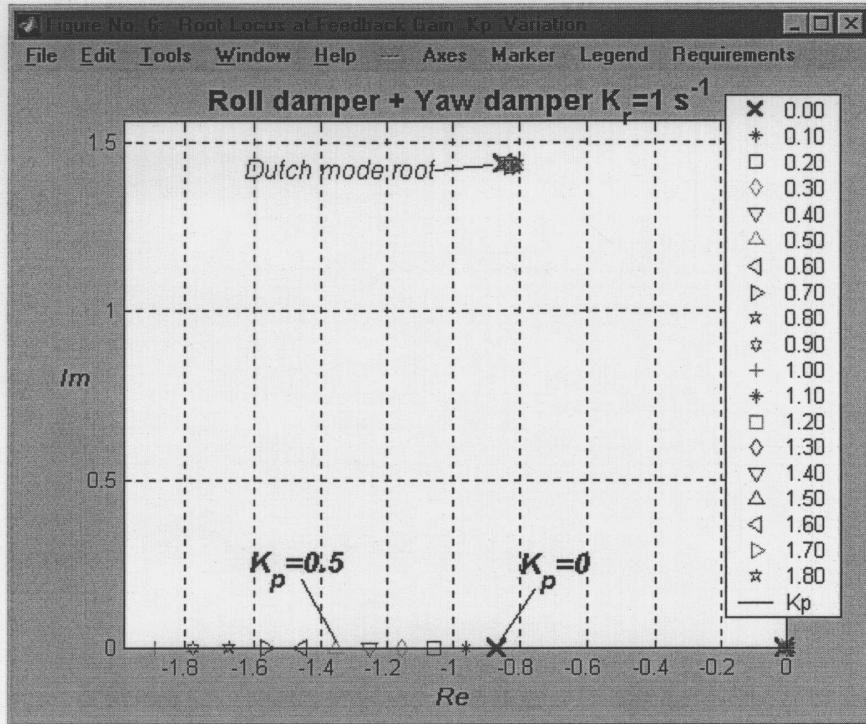


圖 3-3-32 K_p 之根軌跡圖

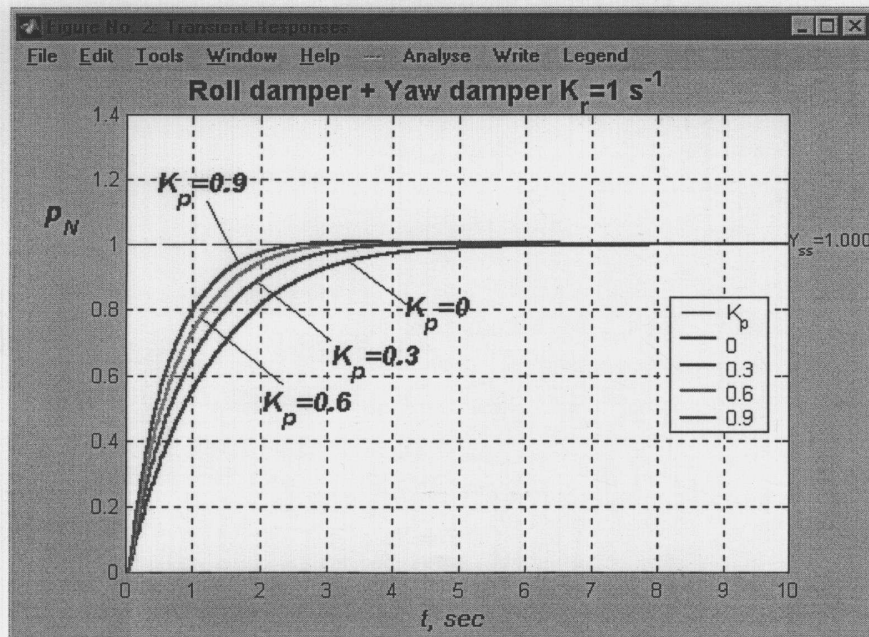


圖 3-3-33 K_p 之 Step Response 圖

5、自動駕駛

(1)、仰角穩定之自動駕駛

自動駕駛鈕被按上那舜間之 Pitch Angle 定為控制目標，

$\theta_{pr}=\theta(t_0)$ 。由於自動駕駛是在穩定飛行下看長時間之反應，希望把根設計於很左邊，所以巨觀之 short period model 根均很近原點，只要以 short period model equation 分析即可(這是他們說法)

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \bar{M}_q \cdot q + \bar{M}_\alpha \cdot (\alpha_T + \alpha_w) + \bar{M}_\phi \cdot \phi, \\ \dot{\alpha}_T &= q - \bar{Z}_\alpha \cdot (\alpha_T + \alpha_w) - \bar{Z}_\phi \cdot \phi, \\ \dot{\theta} &= q.\end{aligned}$$

其轉移函數為:

$$\frac{\theta}{\phi} = \frac{\bar{M}_\phi (s + \tilde{Z}_\alpha)}{s(s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{0sp}s + \omega_{0sp}^2)}$$

本轉移函數有根在原點，所以有 neutral stability 特點。當現行 Pitch Angle $\theta > \theta_{pr}$ 時，我們希望升降舵打正角去 Pitch Down，所以有下列控制法則與系統方塊圖如圖 3-3-34：

$$\sigma_\phi = K_\theta(\theta - \theta_{pr})$$

很不幸，這樣系統之根軌跡如圖 3-3-35， K_θ 愈大系統阻尼愈不良，為此吾人加入阻尼項如下：

$$\sigma_\phi = K_\theta(\theta - \theta_{pr}) + K_{qa}q$$

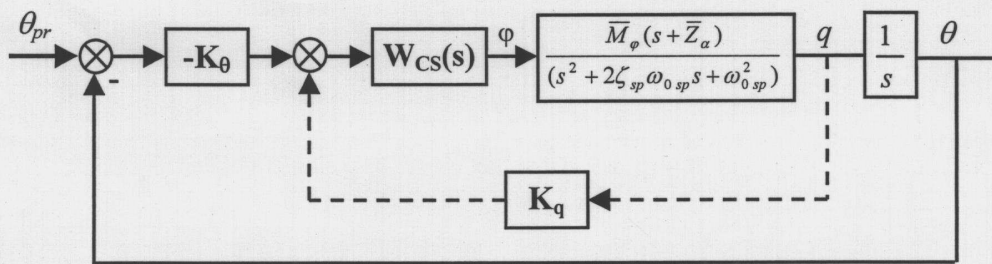


圖 3-3-34

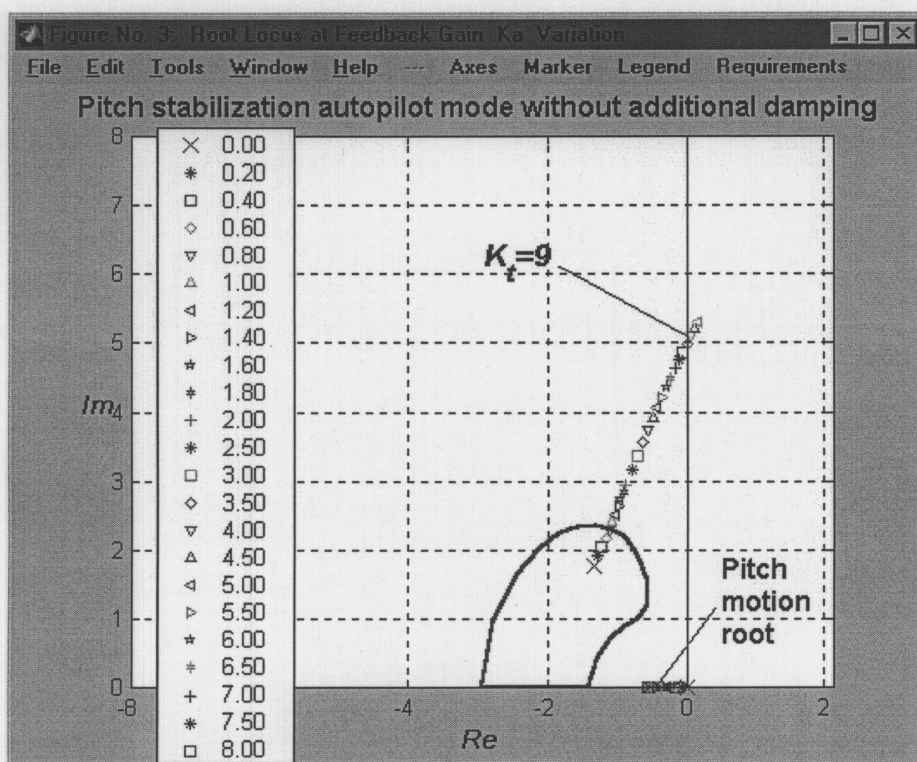


圖 3-3-35

吾人以 $k_q = K_{qa} / K_{\theta}$ 進行根軌跡分析，得圖 3-3-36。其結果顯示 k_q 需

滿足 $0.2 \frac{1}{\bar{Z}_\alpha} < k_q < 0.5 \frac{1}{\bar{Z}_\alpha}$ ，由於 $K_\theta \leq K_{\theta bound} / 2$ ，所以選擇 $0.3 < k_q < 0.7$ 。

當 $k=0.5$ 時 $K_\theta \cong 2:4$ ，但尚待模擬看其翼面是否會打滿。

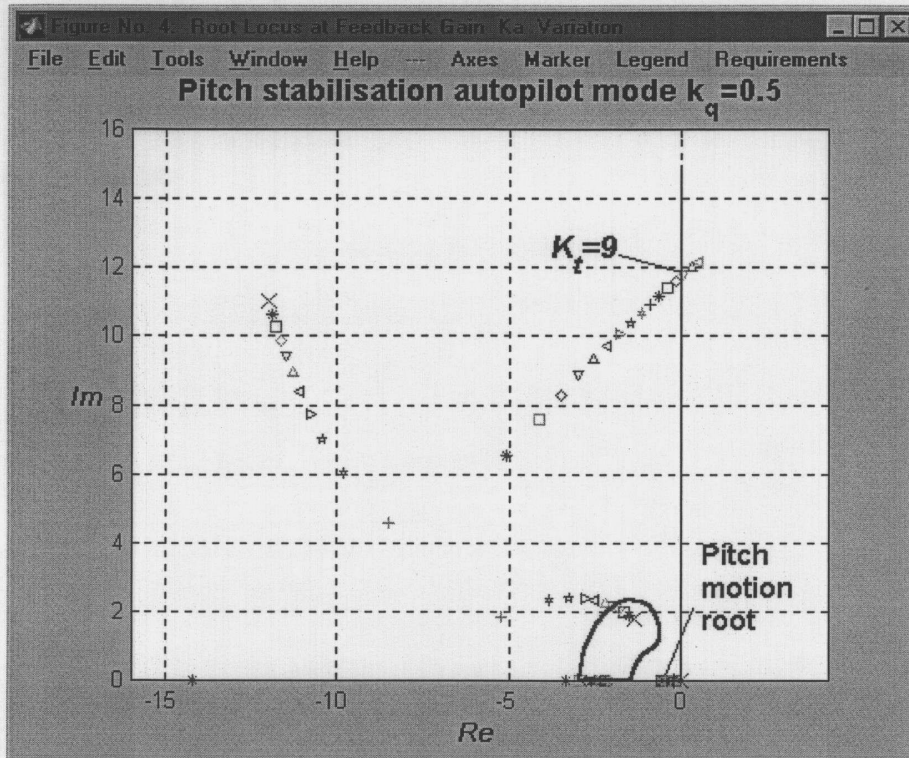


圖 3-3-36

這種法則在 Pitch Angle 或陣風之干擾下，其 static state error (SSE)=0。但對於 pitch moment ΔM 之干擾，則有下列 SSE：

$$\theta(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} -\frac{\Delta M}{K_\theta M_\varphi}$$

於是乎採用 PID 法則如下：

$$\sigma_\varphi = K_\theta(\theta - \theta_{pr}) + K_{qa}q + K_{\theta I} \int_0^t (\theta - \theta_{pr}) dt$$

(2)、海拔高度穩定之自動駕駛

自動駕駛鈕被按上那舜間之高度定為控制目標， $H_{pr}=H(t_0)$ 。同理

使用 Short-Period Mode 方程式，但額外加 $\dot{H} = V_0 \cdot \sin \gamma \approx V_0 \cdot \gamma$ ：

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \bar{M}_q \cdot q + \bar{M}_\alpha \cdot (\alpha_T + \alpha_w) + \bar{M}_\phi \cdot \phi \\ \dot{\alpha}_T &= q - \bar{Z}_\alpha \cdot (\alpha_T + \alpha_w) - \bar{Z}_\phi \cdot \phi \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{H} &= V_0 \cdot \gamma = V_0(\theta - \alpha_T)\end{aligned}$$

其中 γ =aircraft path angle. 轉移函數 $H(s)/\phi(s)$ 有兩根在原點，呈現雙 neutral stability。直接法則是當高度比目標值高時，打正升降舵，使飛機下降：

$$\sigma_\phi = K_H(H - H_{pr})$$

但從根軌跡圖觀之，圖 3-3-37，無論 K_H 為何值(大小與正負)系統均不穩定，這是所謂的 structure instability，其物理原因在於過了 $H=H_{pr}$ 之後(Computation Delay)升降舵才打平。此時 H 已跑到 H_{pr} 之另一邊而且往前衝，如此循環或乃至發散。

吾人思考有無辦法使其在於 $H=H_{pr}$ 之前升降舵即回平，因為上述法則會因升降舵作動引發垂直速度，試圖以 V_z 作抵擋因子。於是乎得：

$$\sigma_\phi = K_H(H - H_{pr}) - K_{V_z} V_z$$

吾人以 $k_v = K_V / K_H$ 進行根軌跡分析，得圖 3-3-37。其結果顯示只

有 $k_v=3$ ， $K_H=0.1:0.15$ 較好好。但也告訴我們其範圍太小了，這樣的

控制系統偏向太敏感！所以吾人還是選擇 PID 法則：

$$\sigma_\phi = K_H(H - H_{pr}) - K_{V_z}V_z + K_{Hf} \int_0^t (H - H_{pr}) dt$$

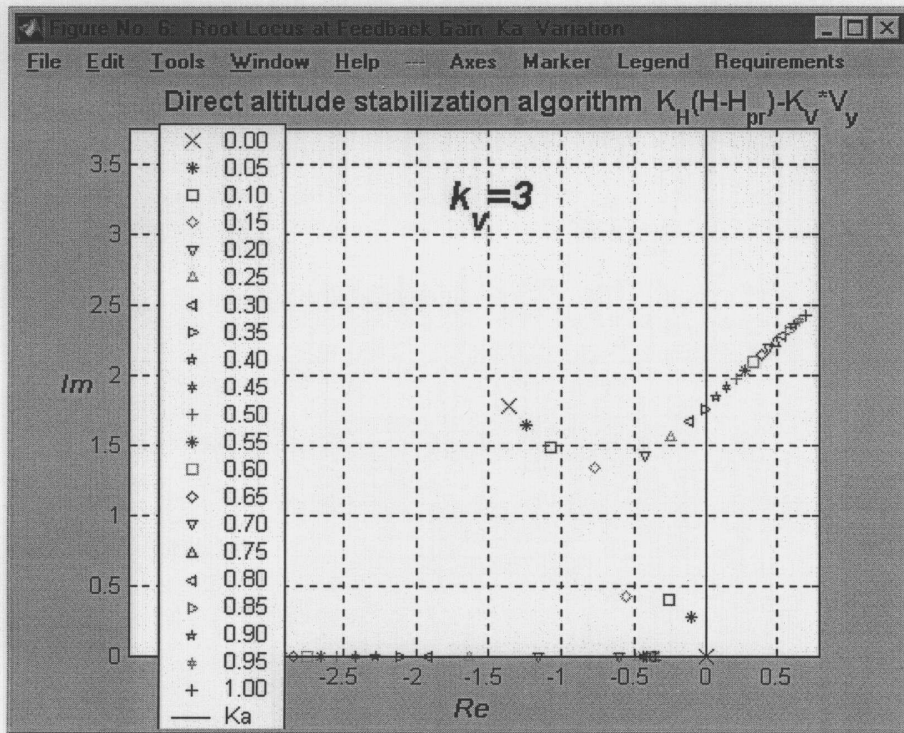


圖 3-3-37

稍加思考，如果仰角固定(α 與 γ 也都固定)，飛機循水平飛行條件下，那麼高度也應該會保持著。但飛機飛久後重心變了、攻角也變了。如果再要求仰角固定不變，那就是要高度跟著攻角變了。所以吾人以高度差來校正仰角，或反過來說以仰角校正控制來保持高度，詳細法則如下：

$$\begin{aligned}\sigma_{\varphi} &= K_{\theta}(\theta - \theta_{pr}) + K_{qa}q, \\ \theta_{pr} &= \theta(t_0) + \Delta\theta_{pr}, \\ \Delta\theta_{pr} &= K_{H\theta}(H_{pr} - H) + K_{V\theta}V_z + K_{H\theta f} \int_0^t (H_{pr} - H)dt.\end{aligned}$$

客機如 AirBus 320、Tu-204、B-767、Ur-96 等等為避免控制之 g 值使旅客不舒服，採用 Δn 取代 $\Delta\theta$ ，因為他有極限器設計。於是上式變成為：

$$\begin{aligned}\sigma_{\varphi} &= K_{qa}q + K_n(n_z - n_{z pr}) + K_{nf} \int_0^t (n_z - n_{z pr})dt, \\ n_{z pr} &= 1 + \Delta n_{z pr}, \\ \Delta n_{z pr} &= K_{Hn}(H_{pr} - H) + K_{Vn}V_z + K_{Hnf} \int_0^t (H_{pr} - H)dt\end{aligned}$$

(3)、滾角穩定之自動駕駛

自動駕駛鈕被按上那舜間之滾角定為控制目標， $\phi_{pr} = \phi(t_0)$ 。控制法則直接以誤差值正轉負 Cmd 設計之如下：

$$\sigma_a = K_{\phi}(\phi - \phi_{pr})$$

這種副翼 Cmd 要配合前節橫航向耦合設計，將 Rudder Cmd 一起作動。本架構之根軌跡圖如圖 3-3-38。合理之增益值為 $K_{\phi} \approx 0.5$ 。

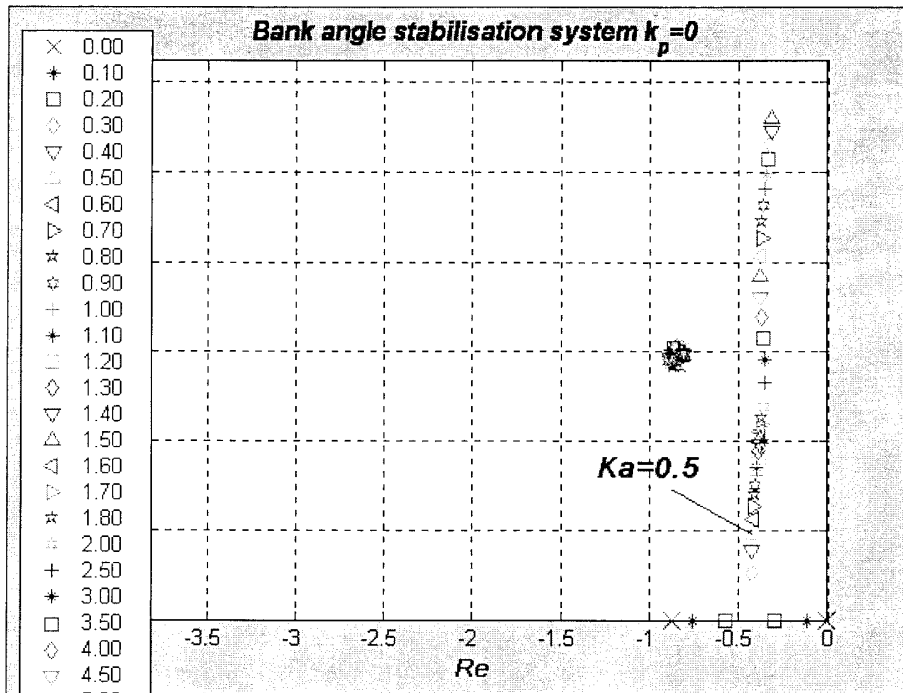


圖 3-3-38

以此法則代入橫向控制系統架構，並假設 time delay 之轉移函數為 $W_{CS}(s) \approx e^{-\tau cs}$ ，吾人可得到增益邊界約為：

$$K_{\phi b} \approx -\frac{\lambda_r}{\tau |\tilde{L}_{\delta_a}|} \sqrt{1 - \lambda_r \tau} \approx -\frac{\lambda_r}{\tau |\tilde{L}_{\delta_a}|} \left(1 - \frac{\lambda_r \tau}{2}\right)$$

其中 λ_r = roll root, \tilde{L}_{δ_a} = aileron efficiency coefficient。

圖 3-3-38 顯示系統稍微變化阻尼即不好，甚至於在時間反應上會隨增益增加起振盪。於是思考以微分項回饋把根軌跡左彎，如下：

$$\sigma_a = K_{\phi}(\phi - \phi_{pr}) + K_{pa}p$$

其對應之根軌跡圖如圖 3-3-39，合理之增益為：

$$k_\phi = \frac{K_\phi}{K_{pa}} \geq |\lambda_r|$$

$$K_{pab} \approx \frac{\pi}{2\tau|\tilde{L}_{\delta_a}|}$$

最後考慮穩定邊界吾人選 $K_{pa} \leq 0.5 K_{pab}$ 。

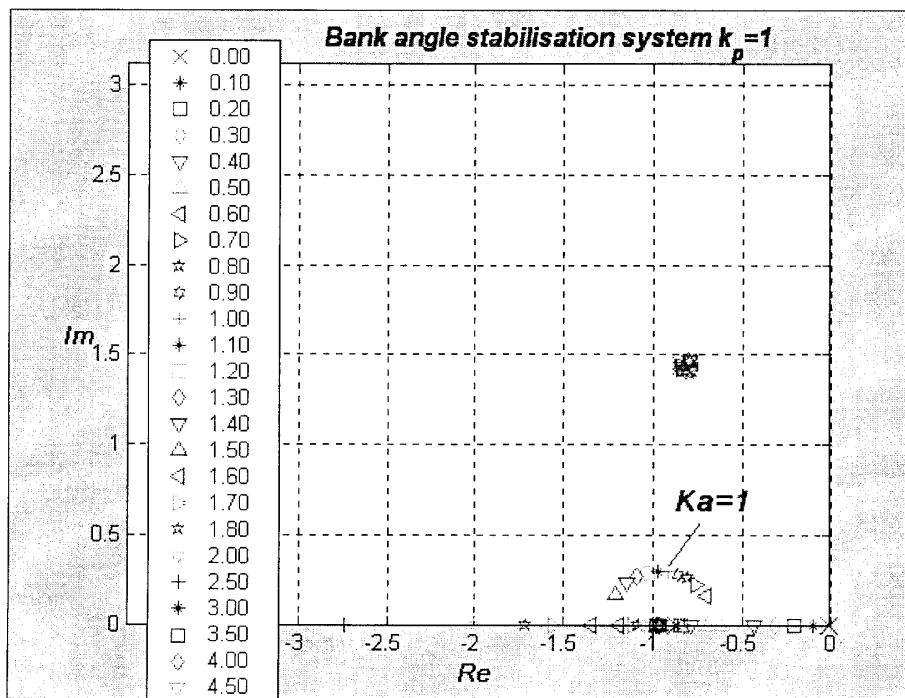


圖 3-3-39

若欲消除 steady state error 而引進積分器，則控制法則如下：

$$\sigma_a = K_\phi(\phi - \phi_{pr}) + K_{pa}p + K_{\phi I} \int_0^t (\phi - \phi_{pr}) dt$$

此時合理增益為：

$$\frac{K_{\phi I}}{K_{pa}} \approx 0.1 \cdot \frac{K_\phi}{K_{pa}} \ll |\lambda_r|$$

(4)、航向角穩定之自動駕駛

自動駕駛鈕被按上那舜間之航向角定為控制目標， $\psi_{pr} = \psi(t_0)$ 。

以上經驗告知，其控制法則為：

$$\sigma_r = K_\psi(\psi - \psi_{pr}) + K_{ra}r$$

其中 $\sigma_r = \text{Rudder Cmd}$ ，但一般 Rudder 之轉向力並不大，為增強控制效率、吾人採滾轉以達到轉向之一般駕駛模式，因此上式法則改變如下式，這種控制將使飛機持續著某些滾角直到航向正確為止。

$$\begin{aligned}\sigma_a &= K_\phi(\phi - \phi_{pr}) + K_{pa}P, \\ \phi_{pr} &= K_\psi(\psi - \psi_{pr})\end{aligned}$$

一般仰角穩定之自動駕駛將隨駕駛員何時按鈕就何時起動。橫向穩定之自動駕駛則在 $\phi > 7^\circ$ 時起用為原則，航向穩定之自動駕駛則在 $\phi \leq 7^\circ$ 時起用為原則，例如 $\phi = 15^\circ$ 而要做航向自動駕駛，為不合邏輯之意圖，本法則建立於自動駕駛模式中，”7°”可隨設計者調整。

6、特殊飛行控制研究

蘇凱戰機之所以有超出一般戰機之高攻角飛行(幾近 110 度)，主要在高攻角時升力之維持以及橫航向穩定控制之設計。歸納幾項因素如下：

- 左右引擎推力方向與大小控制，Thrust Vector (nozzle) Control，使飛機在高攻角時產生分力，一者作縱向控制補償升降舵不足(例如回復力矩過與不足)，二者以左右引擎之差異作橫航向控制(Stability Roll、抗干擾等不對稱動作)。
- 使重心往後設計增加敏捷度，以提高”高攻角”之可控性！
- 設計 Leading Edge Strake 於機翼前緣，可在高攻角時產生 Vortex Lift，補償機翼減少之升力。
- 設計鼻錐雷達罩外型，增加橫航向穩定性。

另外操縱技巧也是重要技術：拉起之桿力模式、最高攻角維持、解開旋掛時氣動力不足、讓飛機恢復水平飛行等等技巧。受限於氣動力數據不夠完整，本節擬以表 3-3-3 所列飛機為目標，並僅進行 Cobra 特殊飛行控制研究(假設無橫航向之干擾)。研究程序如下：

- (1)、重整動態方程式與運動方程式
- (2)、計算平飛配平條件
- (3)、運用本章學理設計控制律

(4)、軟體設計與模擬分析

飛機重量	16000Kg
慣性矩	
Jx	1076.391 Kslug/m ²
Jy	2152.782 Kslug/m ²
Jz	3767.368 Kslug/m ²
Jxz	-10.764 Kslug/m ²
Jxy=Jyz	0 Kslug/m ²
翼展長度(wing span)	15m
翼展面積(wing area)	63m ²
弦長(chord)	4.65m
重心(Xcg)	0.35 \bar{c}
最大推力(thrust)	25051Kg
水平尾翼(horizontal tail)	±30 deg
副翼(aileron)	±30 deg
方向舵(rudder)	±30 deg
引擎安裝角(θ_{eng})	0 deg
初速 V(0)	230m/sec
引擎出力臂 LEng	2.5m

表 3-3-3 飛機規格

(1)、重整動態方程式與運動方程式

首先整理力方程式如下：

$$\dot{U} = RV - QW - G \sin(\theta) + (-C_D QS + T \cos(\alpha + \theta_{eng})) / m$$

$$\dot{V} = -RU + PW + G \sin(\phi) \cos(\theta) + C_Y QS / m$$

$$\dot{W} = QU - PV + G \cos(\phi) \cos(\theta) + (-C_L QS - T \sin(\alpha + \theta_{eng})) / m$$

力矩方程式如下：

$$J_x \dot{p} + J_{xz} \dot{r} + J_y(-qr) + J_{xz}(pq) - J_z(-rq) = L$$

$$-J_{xz} \dot{p} + J_z(-\dot{r}) + J_x(pq) - J_{zx}(-rq) - J_y(pq) = -N$$

$$J_y \dot{q} + J_z(-pr) - J_{xz}(p^2 - r^2) - J_x(-pr) = M$$

(2)、計算平飛配平條件

假設開始條件為飛機等速平飛於 XZ 平面之水平線上，所以有下

列條件：

$$\dot{U} = 0, U = 230\text{m/s}, W = V = 0, P = Q = R = 0, \text{ 及 } \theta = \phi = \psi = 0$$

於是乎

$$0 = (-C_D \bar{q} S + T \cos(\alpha + \theta_{eng})) / m$$

$$0 = T \sin(\alpha + \theta_{eng}) - mG + C_L Q S$$

$$0 = M$$

放入氣動力數據後展開得：

$$T \cos(\alpha + \theta_{eng}) - C_D(\alpha) Q S = 0$$

$$T \sin(\alpha + \theta_{eng}) + C_L(\alpha) Q S - mG = 0$$

$$(C_m(\alpha) + C_{m_{q_s}}(\alpha) q_s + C_{m_{\delta_E}}(\alpha) \delta_E) Q S c - T X_{eng} \theta_{eng} = 0$$

有三變數待解：T、 α 、 δ_E ，吾人直接計算之。

$$\alpha = -\theta_{eng} + \tan^{-1}[(mG - C_L(\alpha) Q S) / C_D(\alpha) Q S]$$

$$T = C_D(\alpha) Q S / \cos(\alpha + \theta_{eng})$$

$$\delta_E = (T X_{eng} \theta_{eng} - C_m(\alpha) Q S c - C_{m_{q_s}}(\alpha) q_s Q S c) / C_{m_{\delta_E}}(\alpha) Q S c$$

應用查表方法，配合下列軟體程式求得：

$$\alpha = 11\text{deg}$$

$$T = 23170\text{Kg}$$

$$\delta_E = 1.1\text{deg}$$

軟體程式如下

<pre>load ksn_data_long m=16000; S=63; c=4.65; Tmax=25051; V=230; Q=0.5*0.125*V*V LEng=2.5; qs=0*c/(2.0*V); for lp=7:15 Ang=(m*9.8-CLfa(lp)*Q*S)/... (CDfa(lp)*Q*S);</pre>	<pre>CA=atan(Ang)*57.3; End %find lp=[11:12] AOA=(Alfa(11)+Alfa(12))/2.0 CDA=(CDfa(11)+CDfa(12))/2.0; T=CDA*Q*S/cos(AOA/57.3); CMA=(Cmfa(11)+Cmfa(12))/2.0 CMQ=(Cm_q(11)+Cm_q(12))/2.0 CMD=(Cm_DeAl(11)+Cm_DeAl(12))/2.0 De=(-CMA*Q*S*c-CMQ*qs*Q*S*c)/... (CMD*Q*S*c);</pre>
--	--

(3)、運用本章學理設計控制律

本特殊飛行控制鎖定在縱向控制，其架構複製於下圖，重要設計

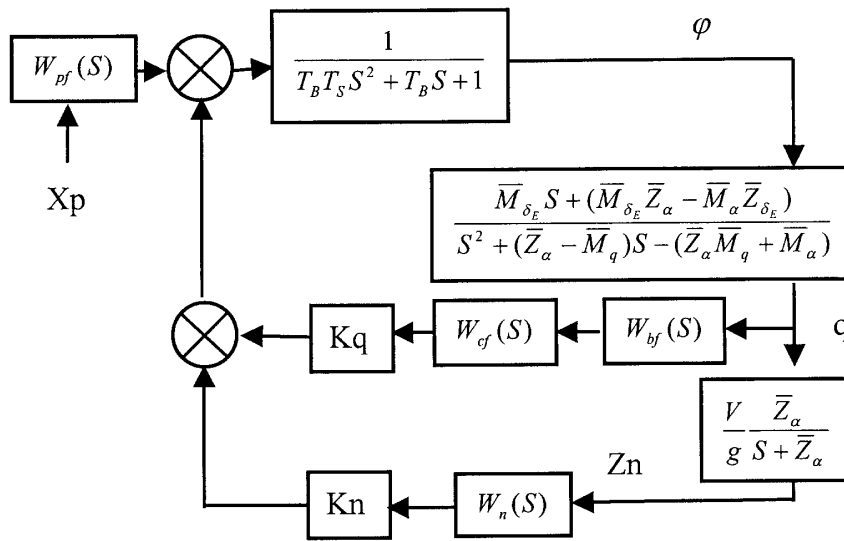


圖 3-3-40

工程為 Kq 與 Kn 之調解，由於本設計前後倉促（拿到資料至結訓只有十天），僅以 Step Input 之反應，以其阻尼合理可用以及操縱面最大不超過極限之增益值為選定原則，離最佳化可能有些距離！重要結果如下：

α	Kq	Kn
5	0.1	0.4
20	0.1	0.2
35	0.1	0.2
42	0.1	0.1
62	0.05	0.1
90	0.0	0.0

致動器 Servo 部份時間常數取 0.006sec、Dp=90、Ds=30、最大流

量極限取 0.75、積分器極限取±1.0，其他結果(或選定)如下

$$W_{BF}(S) = \frac{S^2 + 2.0 * 0.2 * 50.0S + 2500.0}{S^2 + 2.0 * 0.5 * 50.0S + 2500.0} \cdot \frac{3500.0}{S^2 + 2.0 * 0.5 * 50.0S + 3500.0}$$

$$W_{PF}(S) = \frac{1}{0.15S + 1}$$

$$W_n(S) = \frac{1}{0.15S + 1}$$

$$W_{cf}(S) = 1$$

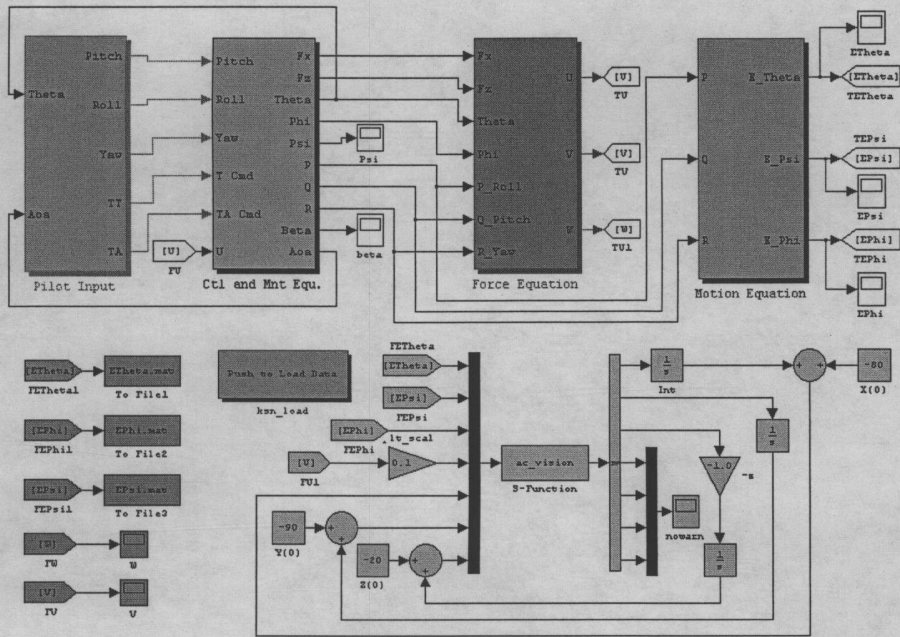
另外爲了使整體特殊飛行之完整性(例如將包括平飛、滾轉、調頭轉向、以及特殊攻角之飛行)，吾人亦將橫航向控制納入，但不深入設計，僅使用下列增益以及參考個案研究六之原始氣動力參數進行軟體模擬設計。

Kp	0.9
Kr	1.1
Kar	0.3
Kra	0.3

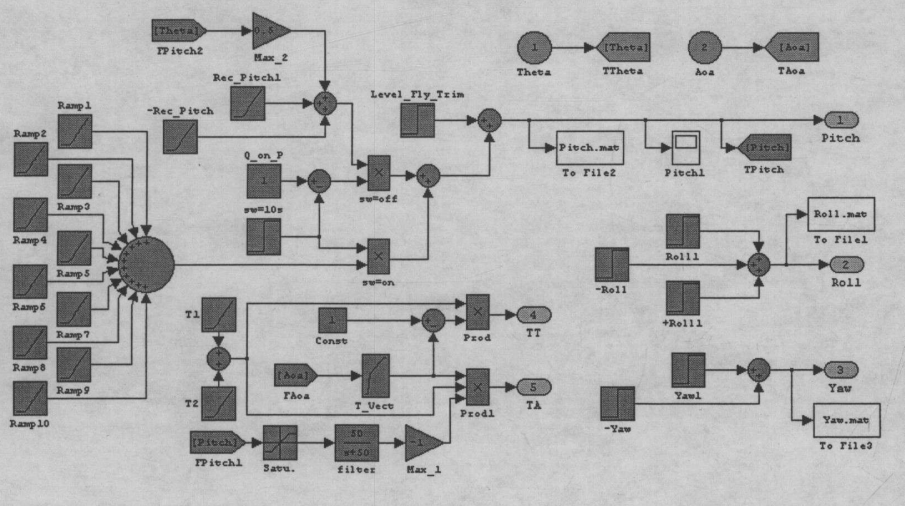
(4)、軟體設計與模擬分析

本軟體設計以 Simulink 工具及 MatLab 語言為主，凡是氣動數據之處理(ksn_load)、分析圖像(lplot)、以及飛機飛行 3D 動畫圖像(ac_vision)均由 MatLab 語言設計，再由 Simulink 以 Subfunction 方式呼叫(原本應該是 Real-Time，但本次攜帶至蘇聯之 NoteBook 速度不足，僅及 On-Line 展示)，其他如駕駛命令模擬軟體、控制律設計與模擬軟體、力矩模擬軟體、力模擬軟體、以及飛機運動模擬軟體等均與 Simulink 設計之。由於 MatLab 程式多達七百行以上，不擬列入報告。Simulink 之主要部份均列舉於後。主模式名為 KSN_CCP。

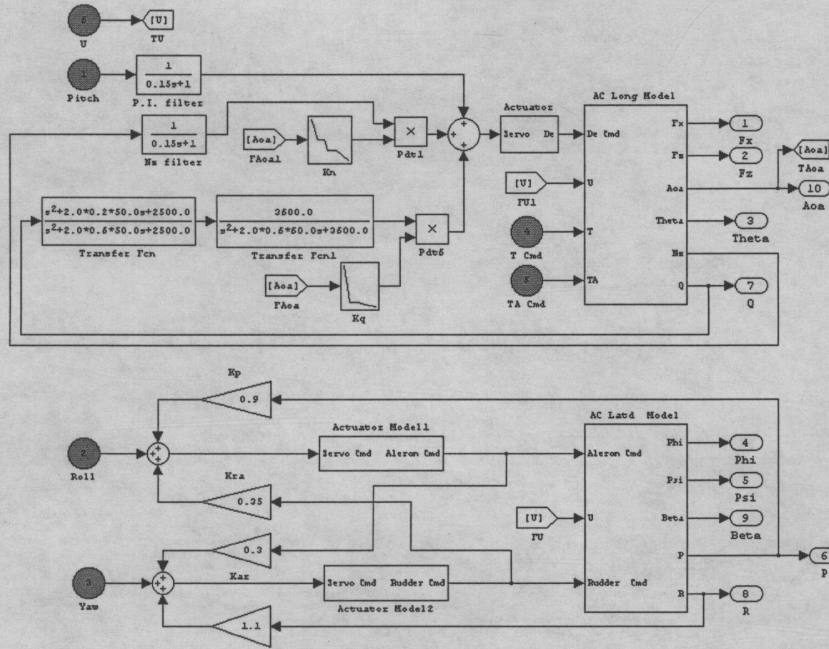
軟體主模式 KSN_CCP.MDL：[-80,-80,-20]為飛機起始位置。



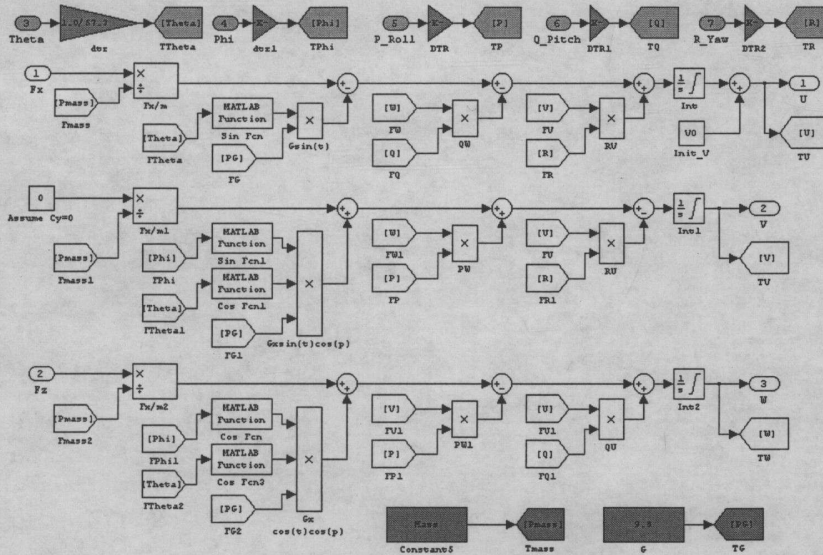
駕駛命令輸入模式 Pilot_Input.MDL：圖中 Level fly Trim 為保持平飛時所需之設定初始值，所有操縱自此開始。



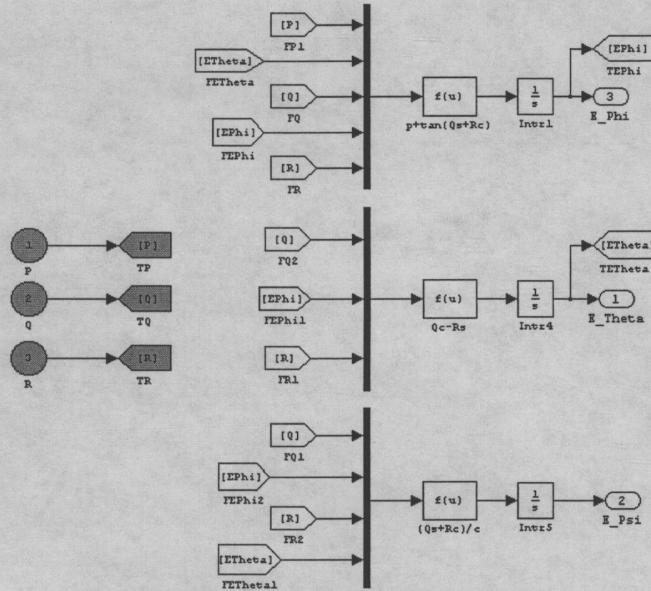
控制律計算與力矩模擬模式 Ctl_and_MnT_Equ.MDL :



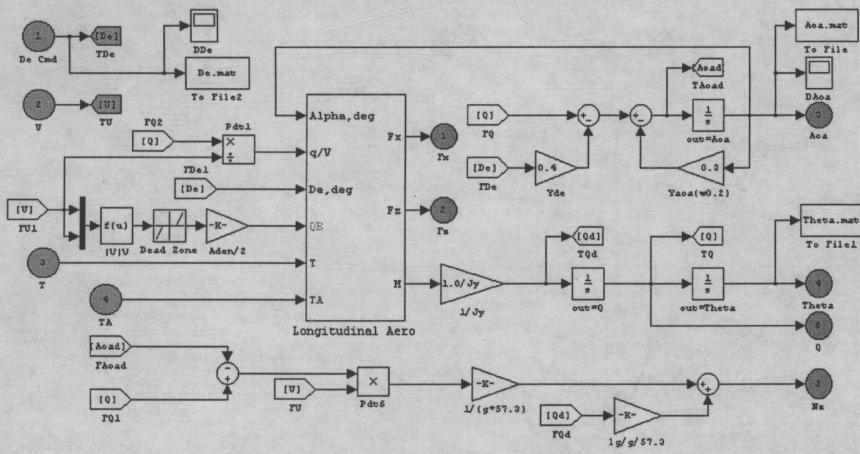
力方程式模擬模式 Force_Equation.MDL :



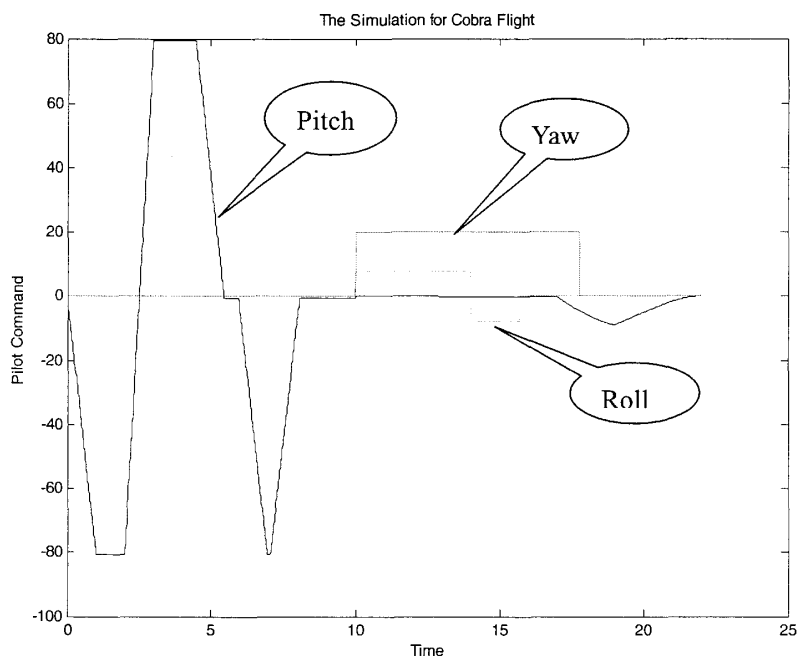
運動方程式模擬模式 Motion_Equation.MDL :



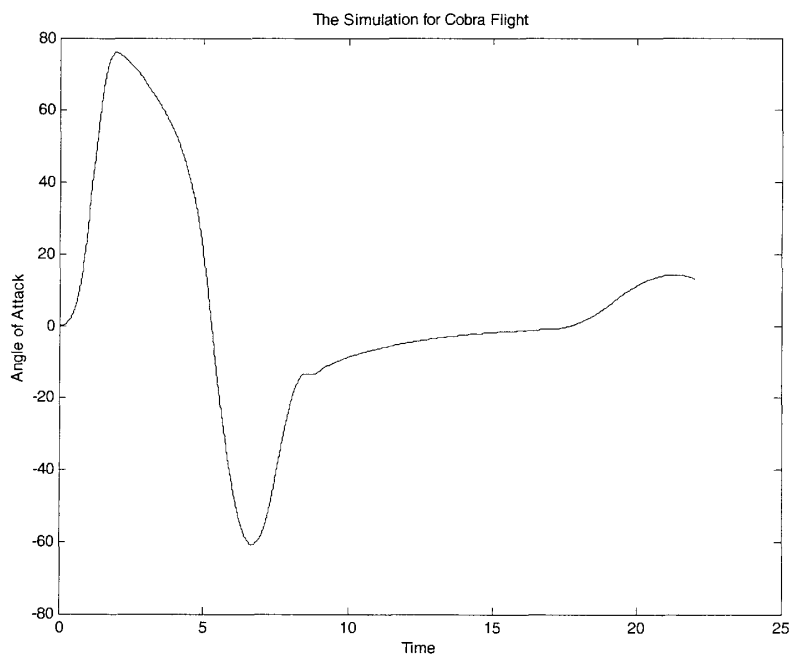
飛機縱向模式，Ctl_and_MnT_Equ.MDL 之副模式：



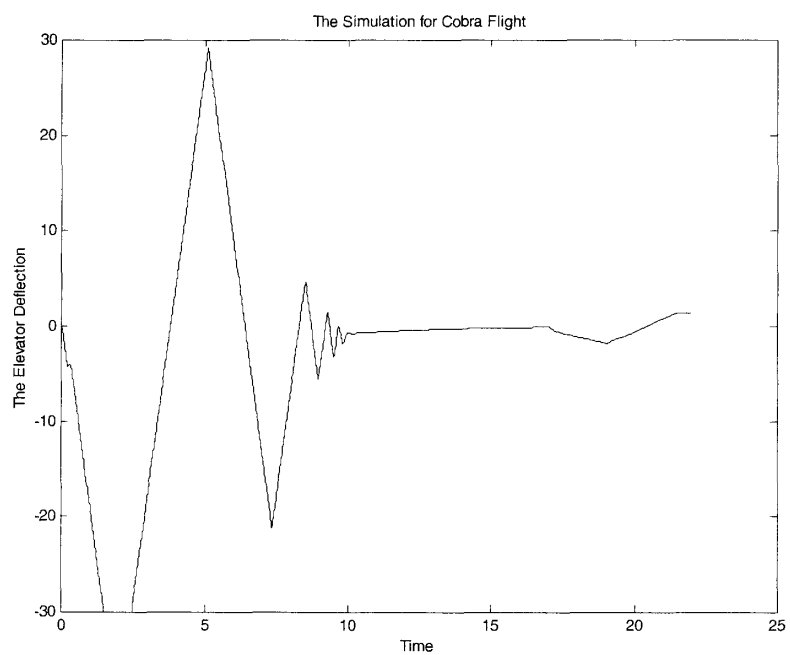
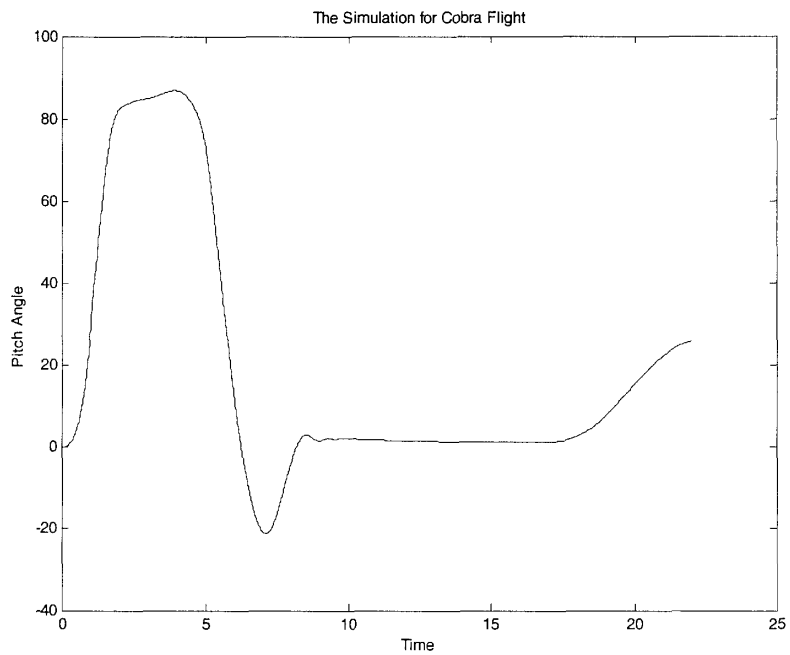
礙於篇幅太大，很多小副模式省略不列於報告中。吾人僅將 Cobra 特殊飛行與轉灣進場之模擬結果圖示於下，前二秒在將飛機拉起，第三秒以後在使飛機恢復平飛。十秒後為左轉進場之飛行。



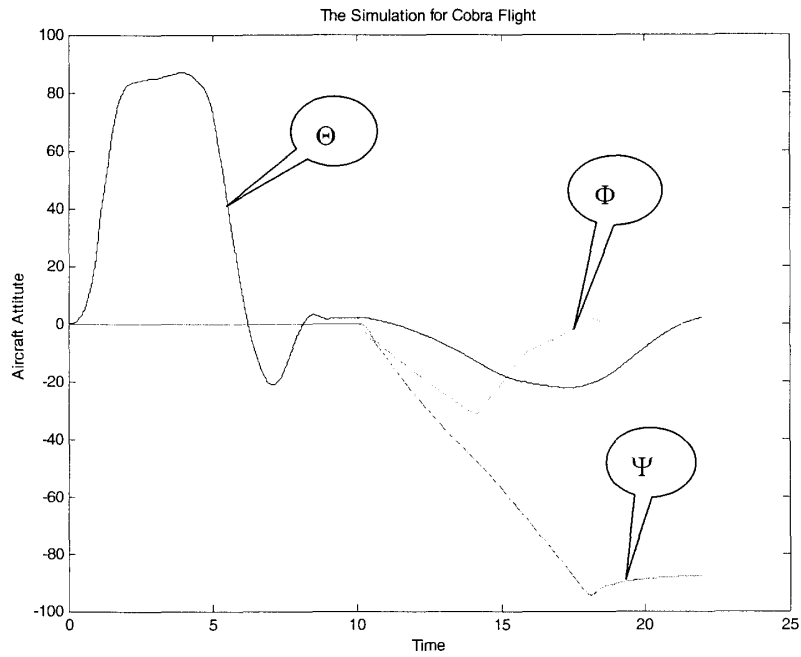
最大攻角約 78 度，仰角則幾近 90 度，但甩下去之攻角不小，



若非即時拉回並以引擎之 Vector Control 補助，飛機會一直掉下！



飛機在作最大 Pitch Moment 時，尾翼還是得打到極限或幾乎打到極限，與設計增益值相近。



上圖為飛機全程姿態，視效圖像即以此值顯示飛機之姿態。速度在 3D 影像之 Scale 為 0.1。飛機外型純粹以三角形平面架構，其作標定義如下：

```
%1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
PlaneX=
[ 80 80 66 66 52 52 52 52 52 52 40 40 40 40 26 26 16 16 8 8 22 22 8 8
 66 66 52 52 0 0 0 0 40 40 8 8 26 26 18 18 8 8 2 2 8 8 8 8
 52 52 52 52 52 52 0 0 0 0 0 0 20 20 20 20 2 2 2 2 16 16 16 16
];

PlaneY=
[ 0 0 4 -4 6 -6 6 -6 10 -10 10 -10 36 -36 10 -10 26 -26 10 -10 10 -10
 4 -4 6 -6 0 0 6 -6 10 -10 10 -10 36 -36 36 -36 26 -26 22 -22 10 -10 10 -10
 0 0 0 0 0 0 0 0 6 -6 6 -6 10 -10 10 -10 10 -10 10 -10 10 -10 10 -10
];
```

```

PlaneZ=
[0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -16 -16
0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -16 -16 -16 -16
];

```

以下指令將 X 座標位移 40(使 Rotate 點放置飛機中心)，並將飛機尺

寸縮小一半以符合 3D 圖像大小。

```

PlaneX=(PlaneX-40)/2.0; %to rotate at cg
PlaneY=PlaneY/2.0;
PlaneZ=PlaneZ/2.0;

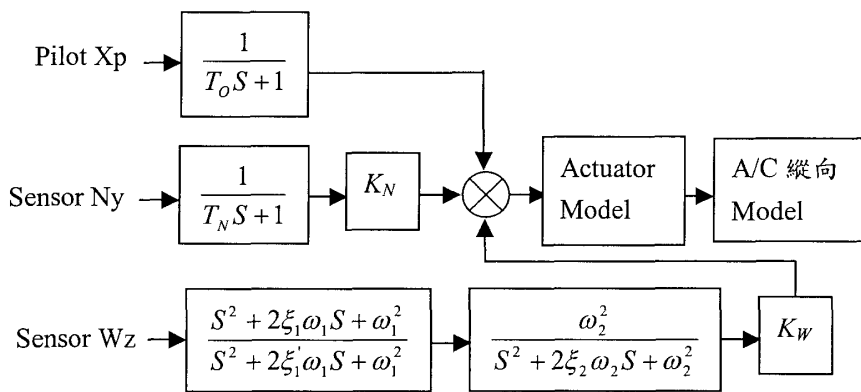
```

四、個案飛行研究與練習

本節針對受訓期間教授提出之個案進行研究與分析，雖屬實驗意義，但不少結果或經驗值得珍惜！

1、縱向動態模式模擬分析_個案一

本個案主要在探討 M_z^δ 以及 Pitch Rate Gain K_w 對縱向穩定之影響，飛機縱向動態模擬模式如下方塊圖：



其中 A/C 縱向動態方程式如下

$$\dot{\alpha} = -Y^\alpha \alpha + W_z + Y^\delta \delta ; \quad \dot{W}_z = M_z^\alpha \alpha + M_z^{W_z} W_z + M_z^\delta \delta$$

$$N_y = \frac{V}{g} (W_z - \dot{\alpha}) \frac{1}{57.3} ; \quad N_y = \frac{V}{g} (W_z - \dot{\alpha}) \frac{1}{57.3} + \frac{l_p}{g} \dot{W}_z$$

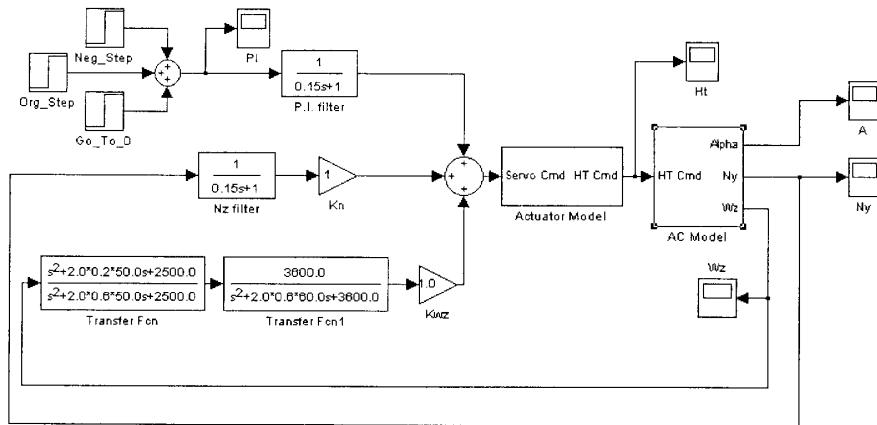
$$N_y = \frac{V}{g} (W_z - \dot{\alpha}) \frac{1}{57.3} + \frac{l_g}{g} \dot{W}_z$$

其中 l_p 來自於 Pilot， l_g 來自於 Sensor。其他參數設定如下：

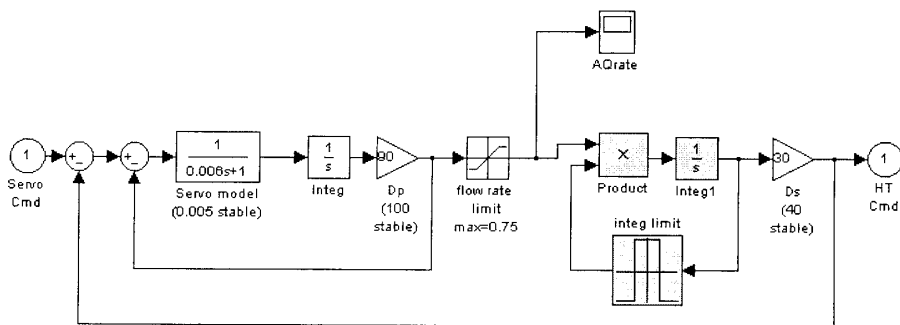
$T_o=0.15$	$\xi_2 = 0.6$	$M_z^{W_z} = -1.5$	
$T_N=0.15$	$\omega_2 = 60 \frac{1}{s}$	$M_z^\delta = -25.0$	
$\xi_1 = 0.2$	$Y^\alpha = 1.5$	$V=250m/s$	

$\omega_1 = 50 \frac{1}{s}$	$Y^\delta = 0.2$	$l_p = 5u$	
$\xi_1' = 0.6$	$M_z^\alpha = -10,8$	$l_g = 3u$	

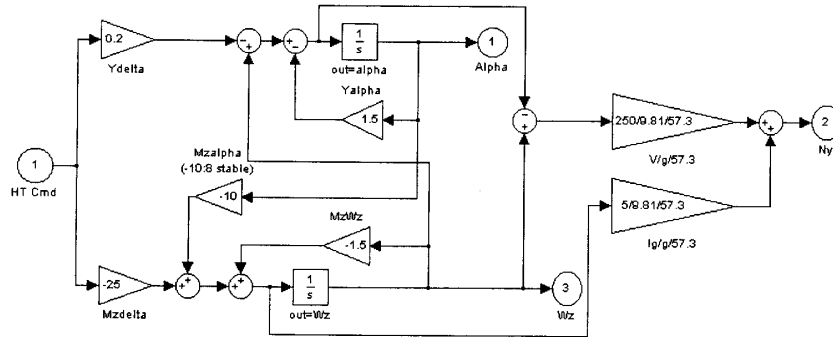
以上模式經 Simulink 設計完成後，其模擬模式如下：



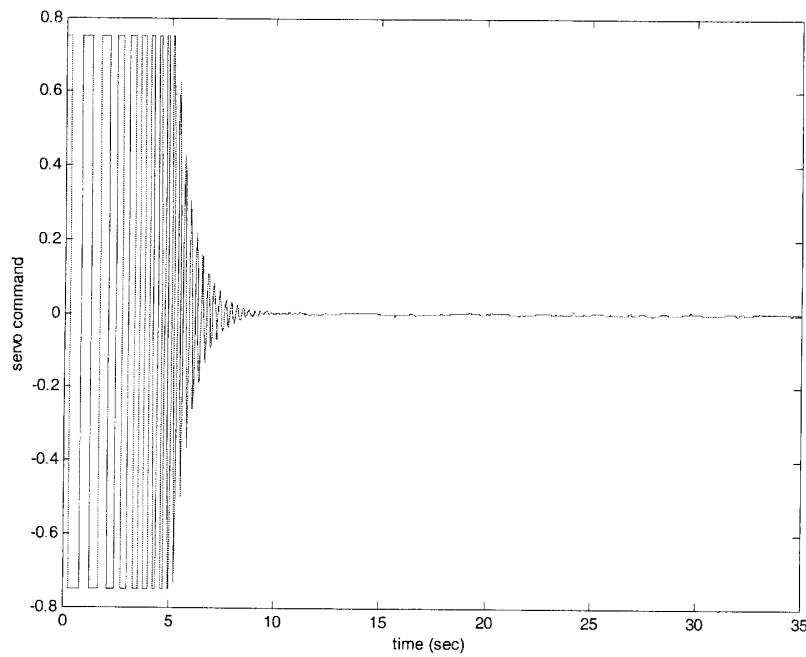
其中致動器模擬模式如下：

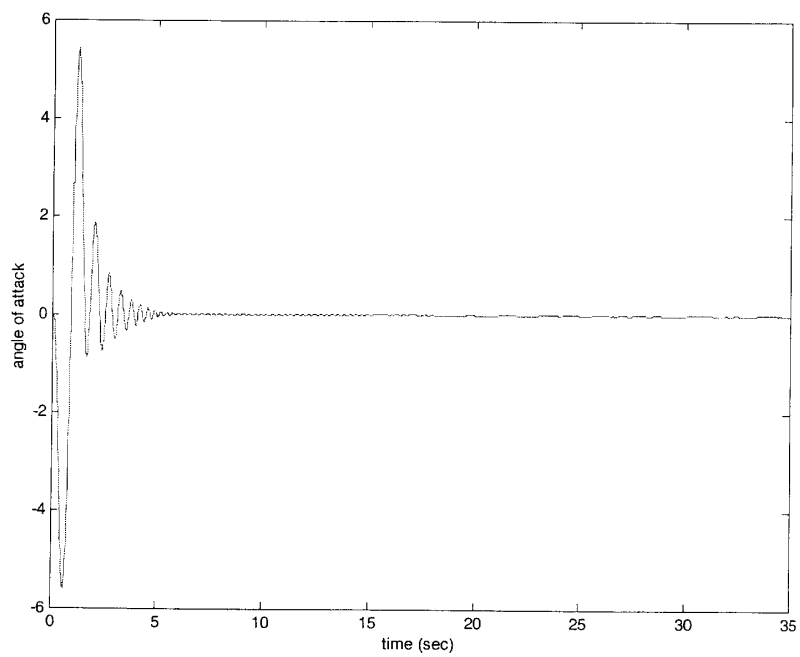
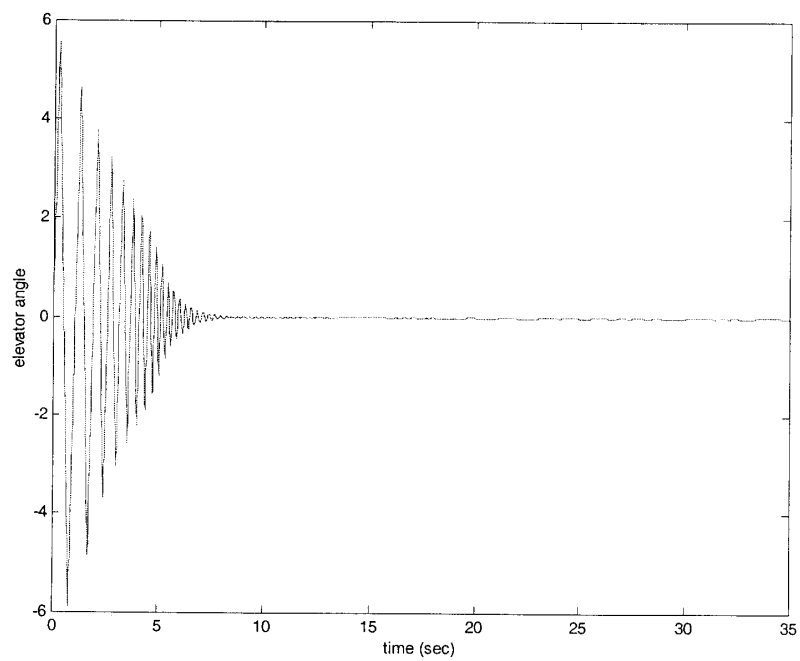


飛機本身動態模擬模式如下：



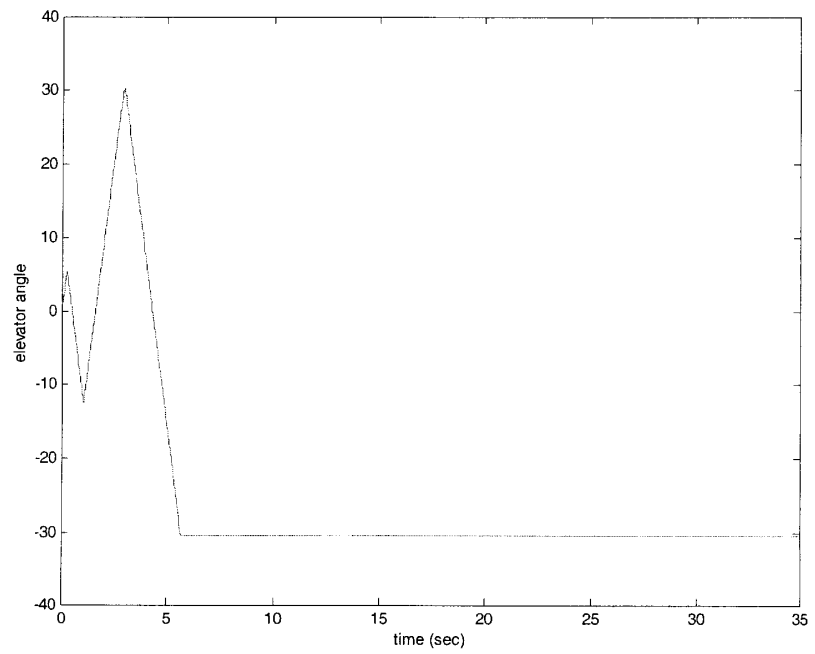
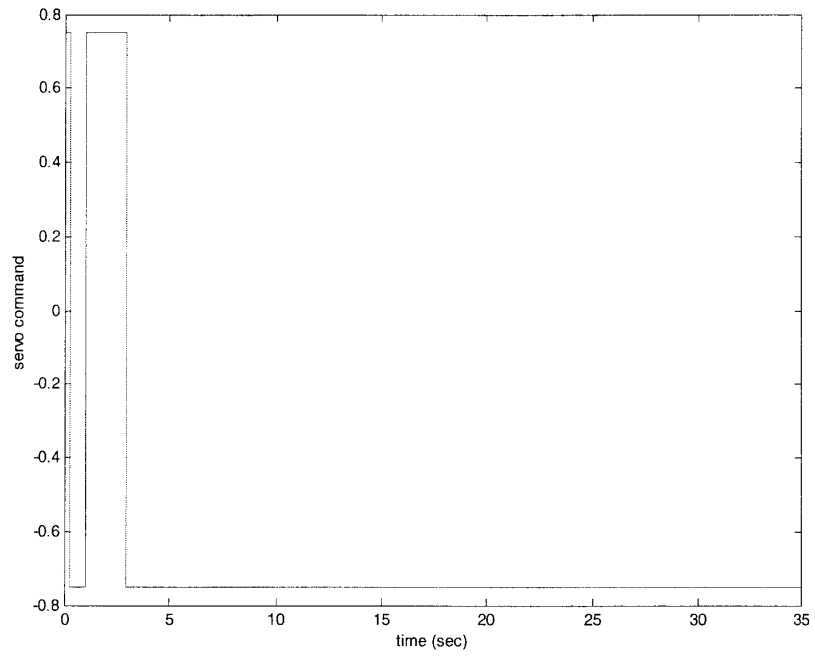
首先以 $M_z^a = -10$ 進行模擬，當 Pilot Input 為 Doublet 時，其主要輸出如下：

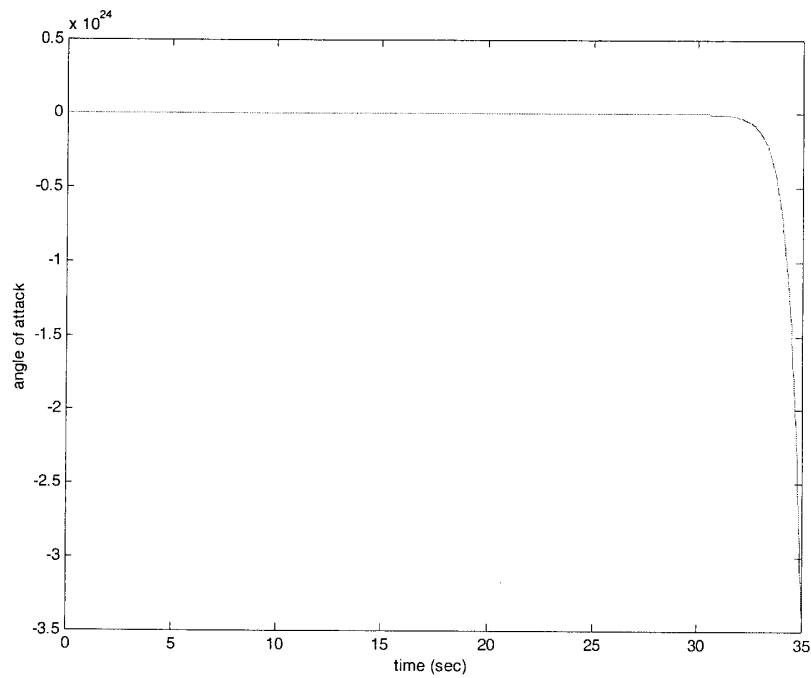




以上明顯屬穩定飛機之行為，其次再以 $M_z^a = 10$ 進行模擬，輸出

如下：





上圖不管 Servo Command 或 Elevator 均打滿，攻角更是發散掉！

為了解 K_ω 變化對穩定性之影響，吾人以根軌跡圖技巧分析之，

首先由本個案方塊圖之致動器前切開，得轉移函數如下：

$$A(s) = W_a(s)(W_\omega K_\omega W_1(s) + W_N K_N W_N(s))$$

為方便計算，再將高頻部份省略或化簡，例如 Normal Load 部份

省略，化簡 $W_\omega W_1(s)$ 為：

$$\frac{M_Z^\delta}{s} \Big|_{s=i\omega}$$

推導 $W_a(s)$ ：

$$W_a(s) = \frac{D_p D_s}{T_3 S^3 + S^2 + D_p S + D_p D_s}$$

代入 $S=i\omega$ 並令實數為零得 $\omega = \sqrt{D_p D_s}$ ，這是從右半平面到左半平

面之臨界點。於是乎，

$$K_{\omega} \frac{|M_z^{\delta}|}{\sqrt{D_p D_s}} \frac{D_p D_s}{(-T_3 D_p D_s \sqrt{D_p D_s} + D_p \sqrt{D_p D_s})} = 1$$

因此解得

$$K_{\omega} = \frac{D_p (1 - T_3 D_s)}{|M_z^{\delta}|} = \frac{100(1 - 0.005 * 40)}{25} = 3.2$$

由於求解過程省略很多，此為參考值，經代入此值校對後發現 $K_{\omega}=1.2$ 至 1.3 為穩定邊界。其不穩定情況之輸出現象與 $M_z^{\alpha}=10$ 相似。

經驗告知縱向增益值以這種方法求解與實際值差異在 2.5 至 3.0 之間！

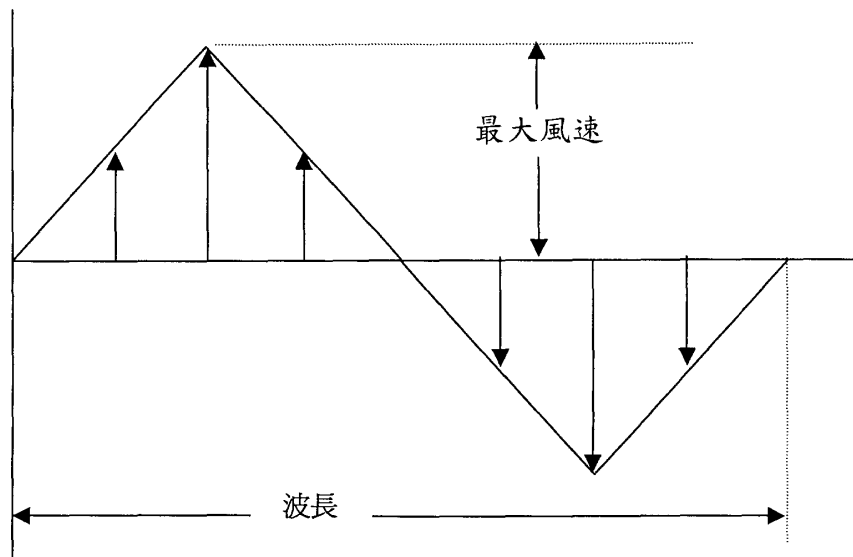
2、縱向動態模式模擬分析_個案二

本個案主要在探討陣風對縱向穩定之影響，飛機縱向動態模擬模式如個案一，僅有多增加陣風干擾如下，

$$\dot{\alpha} = -Y^{\alpha}(\alpha + \alpha_w) + W_z + Y^{\delta}\delta$$

$$\dot{W}_z = M_z^{\alpha}(\alpha + \alpha_w) + M_z^{W_z}W_z + M_z^{\delta}\delta$$

陣風模式如下圖，實驗範圍最大風速為 15m/s 之整數倍，波長由 120m 至 800m。



對飛機要轉換為攻角，所以有

$$\alpha_w = \frac{W}{V} 57.3N = \frac{15}{250} 57.3N = 3.44N$$

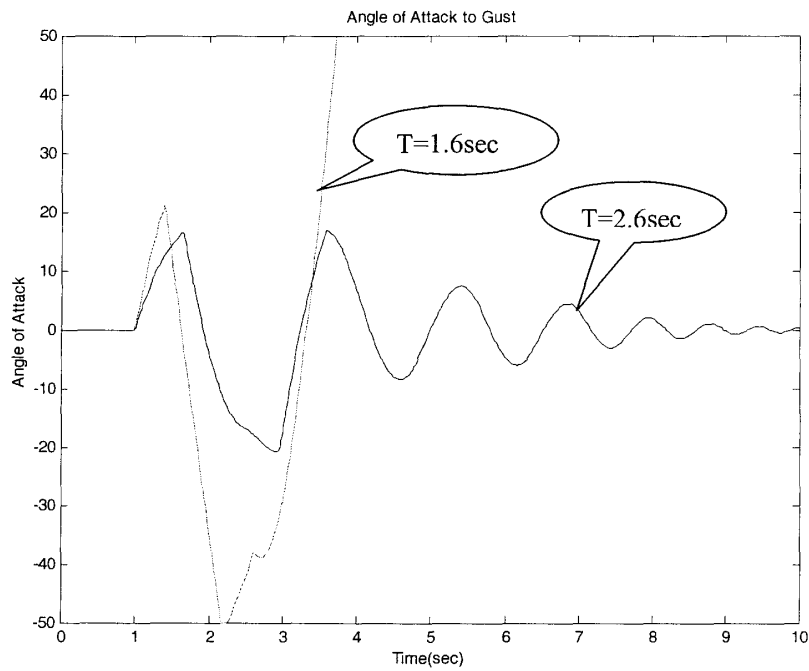
N 為整數，波長得轉變為週期，所以有

$$T=L/V \cong (120:800)/250=(0.48\text{sec} : 3.2\text{sec})$$

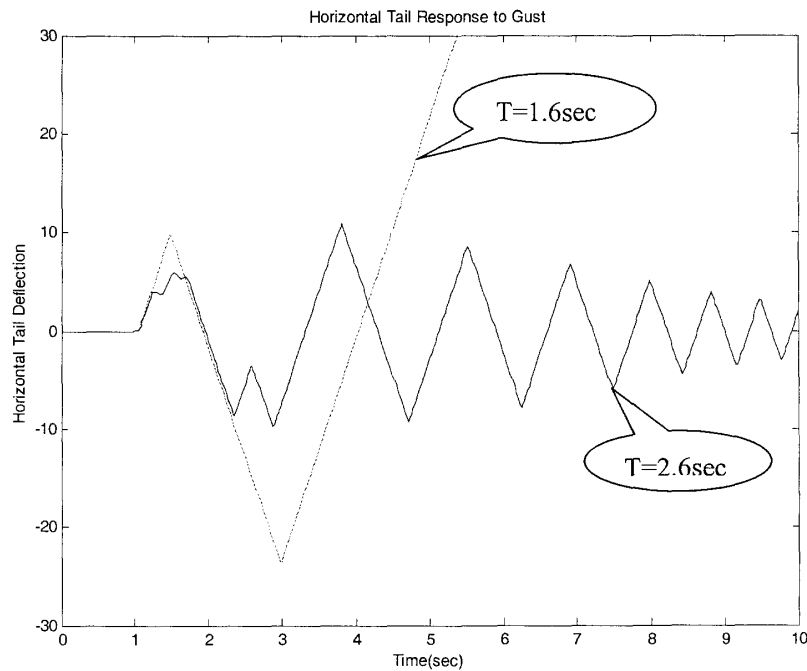
經模擬實驗得下列數據：

	最大風速	失控之陣風週期 T
$M_z^\alpha=10$	90m/sec (20deg)	(0.48sec : 3.0sec)
$M_z^\alpha=8$	120m/sec (27.5deg)	(0.48sec : 2.6sec)
$M_z^\alpha<0$	15m/sec (3.44deg) 至 300m/sec (68.8deg)	未發現

當 $M_z^\alpha < 0$ 時，未發現有陣風可激勵本架飛機使其失控。以下將以上列表內 $M_z^\alpha = 8$ 之情況列出兩種週期進行比較，一為 1.6sec，另一為 2.6sec。



上圖攻角限制於 ± 50 乃特地為易於比較之限制，其模擬輸出值已超過 10 的數次方值！



上圖 Horizontal Tail 角度限制於 ± 30 乃飛機尾翼之設計限制，其模擬輸出亦為此值！

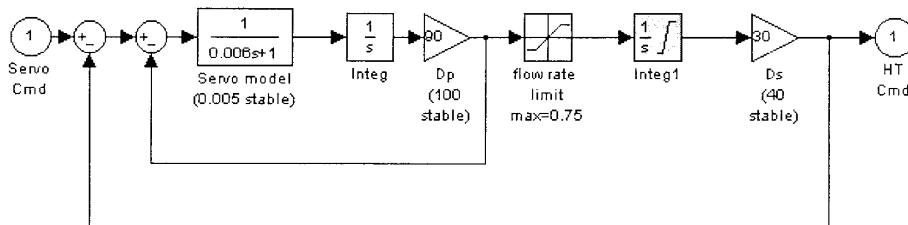
3、致動器家族頻率反應_個案三

本個案主要在探討致動器非線性模式下之”Family Frequency Response”，其結果為設計者必需參考之值。由於本個案之重點在過程而非結果，因此軟體程式亦陳列說明。本個案使用之致動器模式如下(與個案一同)，唯積分器極限稍有更動，但功能一樣。

本個案研究採用下列規劃：

- (1) 取樣時間為 0.01SEC.
- (2) 差分方程式以 Tustin Method 轉換而得！
- (3) 積分極限 30/40，其中 40 為第二積分增益值，30 為致動

器對操縱面角度關係值，也是極限值。



致動器模式隨使用者需求修正之，例如線性模式 $T=0.03$ 或上下極限 $\pm 30/40$ 等等。

本個案測試頻率 $W=(0:100)$ ，輸入使用 sin 波，振幅採 1.0、3.0、5.0、7.0、9.0、12.0、15.0 以及 1.0(線上條件)等值。程式與模擬結果如下：

```
% Actuator family frequency response
% by Chiu-Pin Cheng
% Date : 12/Oct./2003
% Actuator family frequency response
dt=0.01;
dp=100.0;
ds=40.0;
serv_lim=30/40;
act_lim=30;
amp(1)=1.0;
amp(2)=3.0;
amp(3)=5.0;
amp(4)=7.0;
amp(5)=9.0;
```

```

amp(6)=12.0;
amp(7)=15.0;
amp(8)=1.0;
N=10.0;
for lpa = 1:8
    f180=0;
    for lpw = 1:100
        w=(lpw*0.1)*2*pi; %100*0.1*3.1415*2=62
        T=2*pi/w;
        sw(lpw)=w; %save for print
        lps=T*100; %start computation
        lpn=T*(100+N*100); %end computation ,e.g. T=10, lps=100, lpn=1100,
N=10
        g1=0;
        g2=0;
        lagi(1)=0;
        lagi(2)=0;
        lags(1)=0;
        lags(2)=0;
        it1i(1)=0;
        it1i(2)=0;
        it1o(1)=0;
        it1o(2)=0;
        it2i(1)=0;
        it2i(2)=0;
        it2o(1)=0;
        it2o(2)=0;
        for lpt = 1:+1:lpn
            t(lpt)=dt*(lpt-1);
            inp(lpt)=amp(lpa)*sin(w*t(lpt));
            % Actuator model
start*****
            % lag
            %k/(s+k) -> k(Z+1)/(2/T)(Z-1)+K(Z+1) -> KZ+K / (2/T+K)Z + (K-2/T)
            % c+dZ^(-1) / a+bZ^(-1)
            k=1.0/0.03; %k=1/Tau
            a=k+2.0/dt;
            b=k-2.0/dt;

```

```

c=k;
d=k;
lagi(2) = lagi(1);
lagi(1) = inp(lpt)-itlo(1)-it2o(1);
lags(2) = lags(1);
lags(1) = (-b/a)*lags(2) + (c/a)*lagi(1) + (d/a)*lagi(2);
% first integer
% K/s -> K(T/2)(z+1)/(z-1)
->O(z^0)=O(z^-1)+K(T/2)(I(z^0)+I(z^-1))
itli(2) = itli(1);
itli(1) = lags(1);
itlo(2) = itlo(1);
itlo(1) = itlo(2) + (dp*dt/2.0)*(itli(1) + itli(2));
% limit only for lpa=1-7
%if lpa <=7
    if itlo(1) >= serv_lim
        itlo(1) = serv_lim;
    end
    if itlo(1) <= -serv_lim
        itlo(1) = -serv_lim;
    end
%end
% second integer
% 1/s -> (T/2)(z+1)/(z-1) ->O(z^0)=O(z^-1)+(T/2)(I(z^0)+I(z^-1))
it2i(2) = it2i(1);
it2i(1) = itlo(1);
it2o(2) = it2o(1);
it2o(1) = it2o(2) + (ds*dt/2.0)*(it2i(1) + it2i(2));
if lpa <=7
    if it2o(1) >= act_lim
        it2o(1) = act_lim;
    end
    if it2o(1) <= -act_lim
        it2o(1) = -act_lim;
    end
end
act(lpt) = it2o(1);
if lpt >= lps

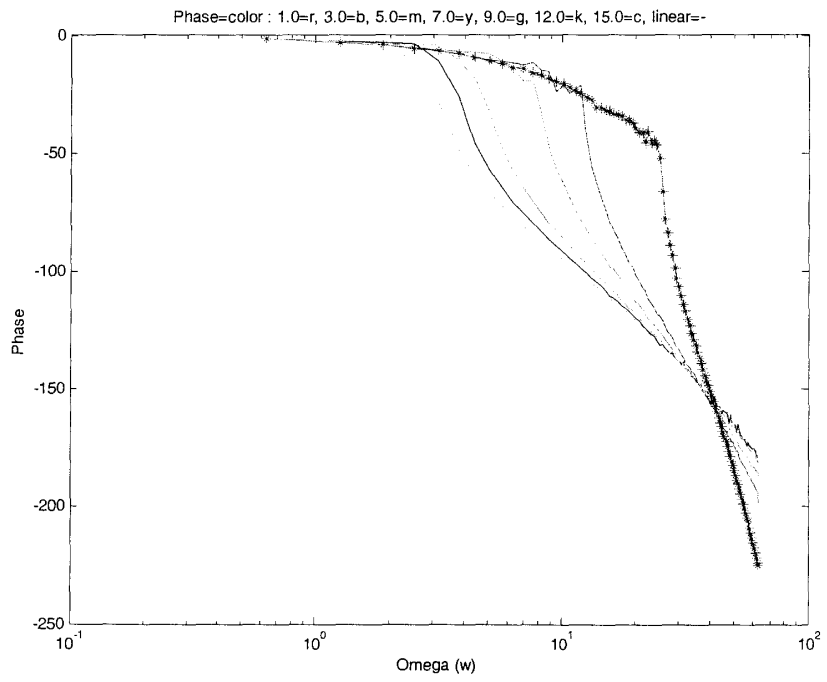
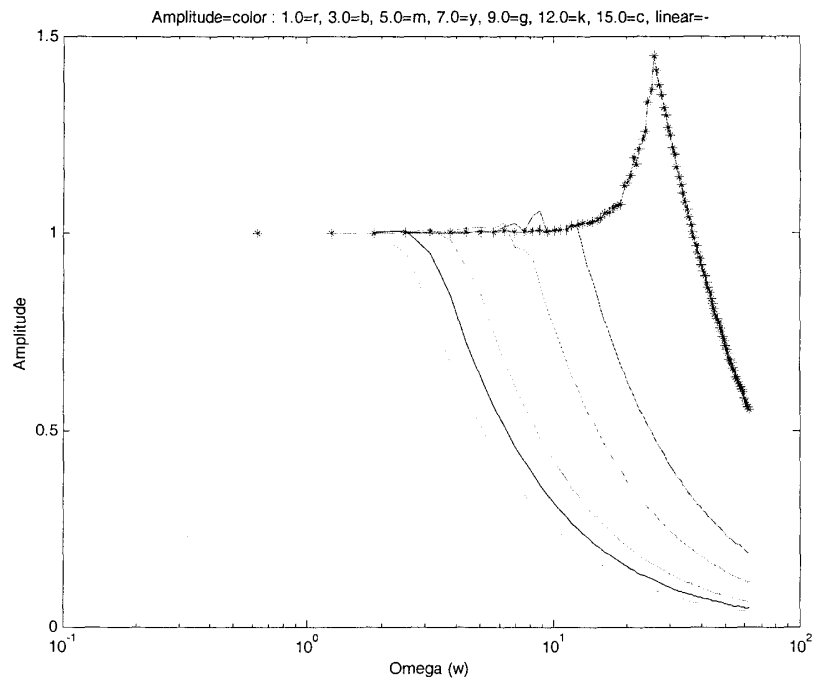
```



```

        g1=g1+act(lpt)*sin(w*t(lpt))*dt;
        g2=g2+act(lpt)*cos(w*t(lpt))*dt;
    end
end %lpt
g1=g1*2.0/(N*T);
g2=g2*2.0/(N*T);
db(lpw, lpa)=sqrt(g1*g1+g2*g2)/amp(lpa);
ph(lpw, lpa)=atan(g2/g1)*57.3;
if f180 == 1
    ph(lpw, lpa) = ph(lpw, lpa) - 180;
else if ph(lpw, lpa) > 0.1
    ph(lpw, lpa) = ph(lpw, lpa) - 180;
    f180=1;
end
end
end %lpw
end %lpa
semilogx(sw,db(:,1),'r',sw,db(:,2),'b',sw,db(:,3),'m',sw,db(:,4),'y',
sw,db(:,5),'g',sw,db(:,6),'k',sw,db(:,7),'c',sw,db(:,8),'*');
title('Amplitude=color : 1.0=r, 3.0=b, 5.0=m, 7.0=y, 9.0=g, 12.0=k,
15.0=c, linear=-');
xlabel('Omega (w)');
ylabel('Amplitude');
pause;
semilogx(sw,ph(:,1),'r',sw,ph(:,2),'b',sw,ph(:,3),'m',sw,ph(:,4),'y',
sw,ph(:,5),'g',sw,ph(:,6),'k',sw,ph(:,7),'c',sw,ph(:,8),'*');
title('Phase=color : 1.0=r, 3.0=b, 5.0=m, 7.0=y, 9.0=g, 12.0=k, 15.0=c,
linear=-');
xlabel('Omega (w)');
ylabel('Phase');
pause;

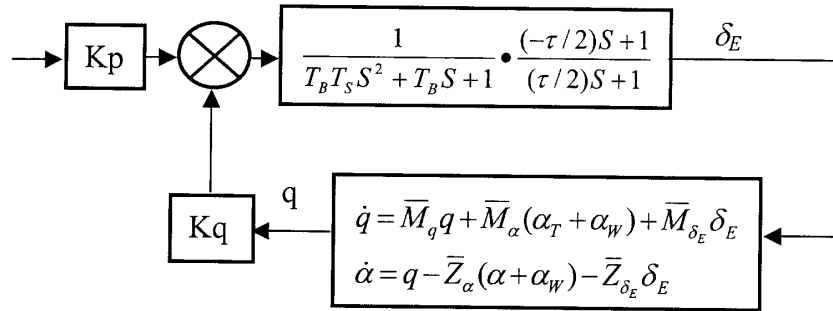
```



模擬結果顯示當非線性行為未發生前，其頻率反應與線性條件者相同，當非線性發生時，振幅越大者偏離得越快。其偏離頻率在30/Amp.點，例如黑線在 $30/12=2.5$ ，黃線在 $30/7.0=4.3$ 等等。

4、延時參數對縱向回饋增益研究_個案四

本個案主要在探討感測器與電腦合成 Time Delay 對飛機縱向 Pitch Rate 回饋 K_q 增益之影響，飛機縱向回饋控制架構如下：



其中各參數給定值如下

$T_b = 1/12.5 = 0.08$	$\bar{M}_\alpha = -4.034$	$V = 243m/s$
$T_s = 0.04$	$\bar{M}_{\delta_E} = -2.38$	$\alpha_w = 0.0$
$\tau = 0.01:0.5$	$\bar{Z}_\alpha = 0.691$	n acc. pos=5
$\bar{M}_q = -0.533$	$\bar{Z}_{\delta_E} = 0.03$	

首先對飛機運動方程式取 Laplace Transform

$$q(S) = \frac{\bar{M}_\alpha}{S - \bar{M}_q} \alpha(S) + \frac{\bar{M}_{\delta_E}}{S - \bar{M}_q} \delta_E(S)$$

$$\alpha(S) = \frac{1}{S + \bar{Z}_\alpha} q(S) - \frac{\bar{Z}_{\delta_E}}{S + \bar{Z}_\alpha} \delta_E(S)$$

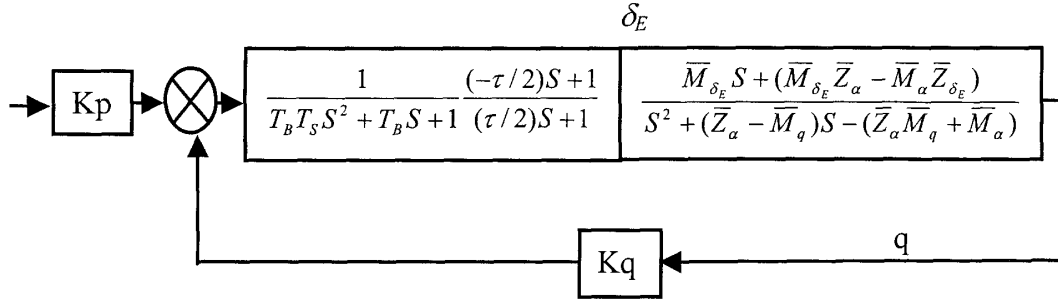
求出 $q(S)$ 及其與 δ_E 之轉移函數如下：

$$q(S) = \frac{\bar{M}_\alpha}{S - \bar{M}_q} \left(\frac{1}{S + \bar{Z}_\alpha} q(S) - \frac{\bar{Z}_{\delta_E}}{S + \bar{Z}_\alpha} \delta_E(S) \right) + \frac{\bar{M}_{\delta_E}}{S - \bar{M}_q} \delta_E(S)$$

$$q(S) \left(1 - \frac{\bar{M}_\alpha}{(S - \bar{M}_q)(S + \bar{Z}_\alpha)} \right) = \left(\frac{\bar{M}_{\delta_E}}{S - \bar{M}_q} - \frac{\bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E}}{(S - \bar{M}_q)(S + \bar{Z}_\alpha)} \right) \delta_E(S)$$

$$\frac{q(S)}{\delta_E(S)} = \frac{\bar{M}_{\delta_E}(S + \bar{Z}_\alpha) - \bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E}}{(S - \bar{M}_q)(S + \bar{Z}_\alpha) - \bar{M}_\alpha} = \frac{\bar{M}_{\delta_E} S + (\bar{M}_{\delta_E} \bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E})}{S^2 + (\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q)S - (\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha)}$$

於是乎系統之控制重畫如下



根之方程式為

$$(T_B T_S S^2 + T_B S + 1)(0.5\tau S + 1)(S^2 + (\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q)S - (\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha)) - K_q(-0.5\tau S + 1)(\bar{M}_{\delta_E} S + (\bar{M}_{\delta_E} \bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E})) = 0$$

或

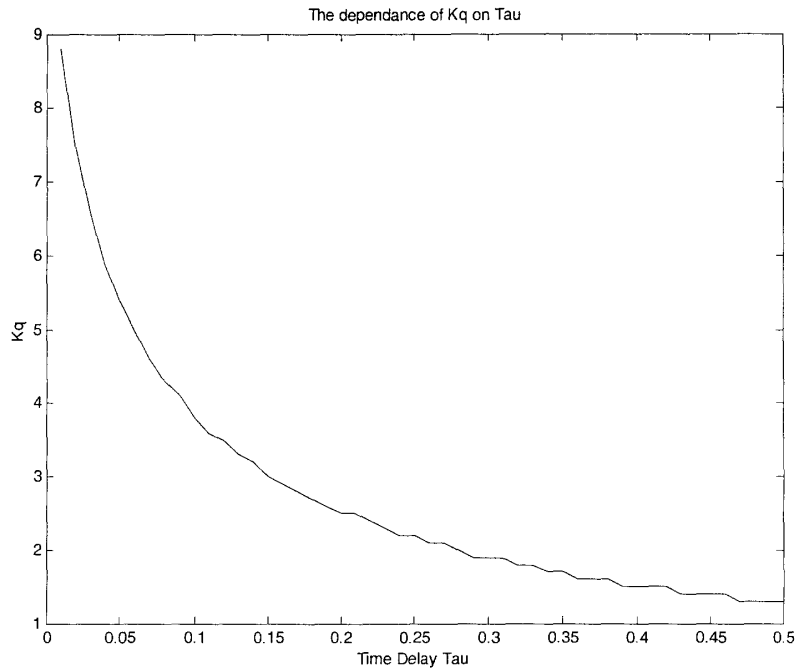
$$[0.5\tau T_B T_S S^3 + (0.5\tau T_B + T_B T_S)S^2 + (0.5\tau + T_B)S + 1][S^2 + (\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q)S - (\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha)] - K_q[-0.5\tau \bar{M}_{\delta_E} S^2 + (\bar{M}_{\delta_E} - 0.5\tau(\bar{M}_{\delta_E} \bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E}))S + (\bar{M}_{\delta_E} \bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E})] = 0$$

或

$$0.5\tau T_B T_S S^5 + (0.5\tau T_B T_S (\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q) + (0.5\tau T_B + T_B T_S))S^4 + (-0.5\tau T_B T_S (\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha) + (0.5\tau T_B + T_B T_S)(\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q) + (0.5\tau + T_B))S^3 + (-(0.5\tau T_B + T_B T_S)(\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha) + (0.5\tau + T_B)(\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q) + 1 + 0.5K_q \tau \bar{M}_{\delta_E})S^2 + (-(0.5\tau + T_B)(\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha) + (\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q) - K_q(\bar{M}_{\delta_E} - 0.5\tau(\bar{M}_{\delta_E} \bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E})))S - (\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha) - K_q(\bar{M}_{\delta_E} \bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha \bar{Z}_{\delta_E}) = 0$$

由此對所有 τ 求根， K_q 由0開始，只要根跑進右平面即記錄，結

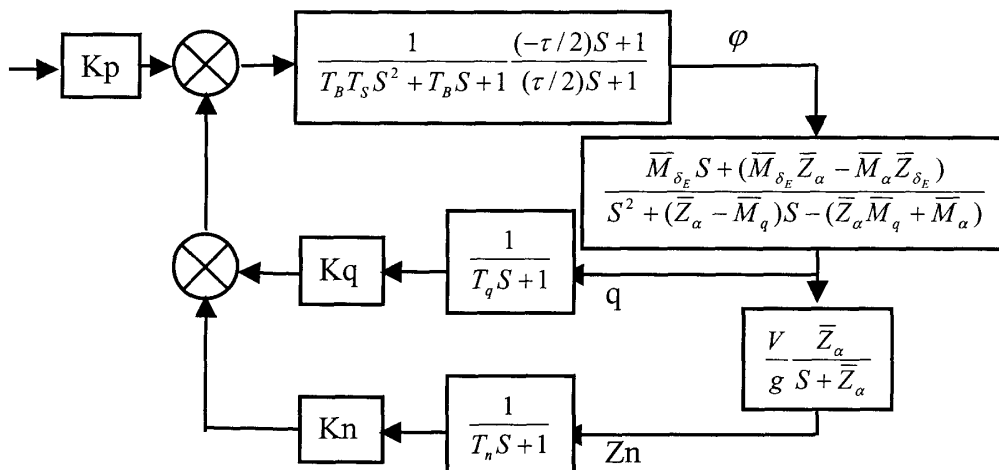
果如下圖：



5、縱向回饋控制增益值研究_個案五

本個案主要在探討縱向飛行控制中，Pitch Rate 回饋增益值與 Normal Load Nz 回饋增益值設計之互動關係或互相影響，飛機縱向回

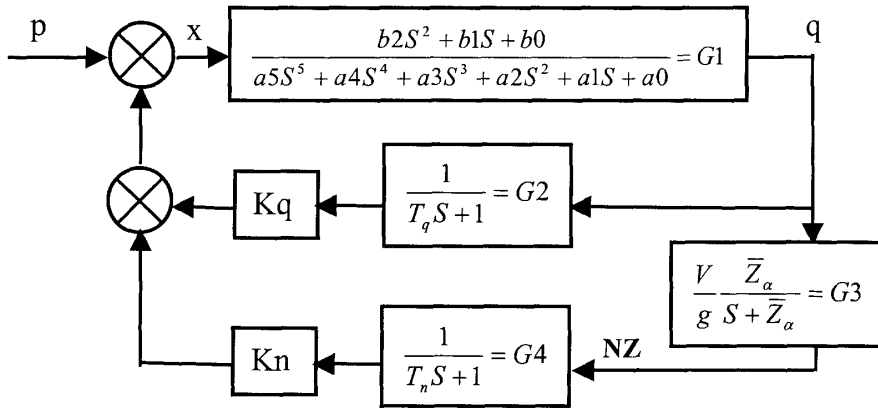
饋控制架構如下：



將致動器、控制系統元件延遲、q/φ模式乘開如下：

$$\frac{-0.5\tau\bar{M}_{\delta_E}S^2 + (\bar{M}_{\delta_E} - 0.5\tau(\bar{M}_{\delta_E}\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha\bar{Z}_{\delta_E}))S + (\bar{M}_{\delta_E}\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_\alpha\bar{Z}_{\delta_E})}{0.5\tau T_B T_S S^5 + (0.5\tau T_B T_S (\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q) + (0.5\tau T_B + T_B T_S))S^4 + (-0.5\tau T_B T_S (\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha) + (0.5\tau T_B + T_B T_S)(\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q) + (0.5\tau + T_B))S^3 + (-0.5\tau T_B + T_B T_S)(\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha) + (0.5\tau + T_B)(\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q) + 1)S^2 + (-0.5\tau + T_B)(\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha) + (\bar{Z}_\alpha - \bar{M}_q))S - (\bar{Z}_\alpha \bar{M}_q + \bar{M}_\alpha)}$$

並記之為 $\frac{b_2 S^2 + b_1 S + b_0}{a_5 S^5 + a_4 S^4 + a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0}$ ，原系統整理為



其特性方程式推導如下：

$$\begin{aligned} n_z &= G3 \cdot q \\ q &= G1 \cdot x = G1 \cdot (p + Kq \cdot G2 \cdot q + Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot q) \\ q &= \frac{G1 \cdot p}{(1 - Kq \cdot G2 \cdot G1 - Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot G1)} \\ n_z &= \frac{G3 \cdot G1 \cdot p}{(1 - Kq \cdot G2 \cdot G1 - Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot G1)} \\ \frac{n_z(S)}{p(S)} &= \frac{G3 \cdot G1}{(1 - Kq \cdot G2 \cdot G1 - Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot G1)} \end{aligned}$$

於是特性方程式為

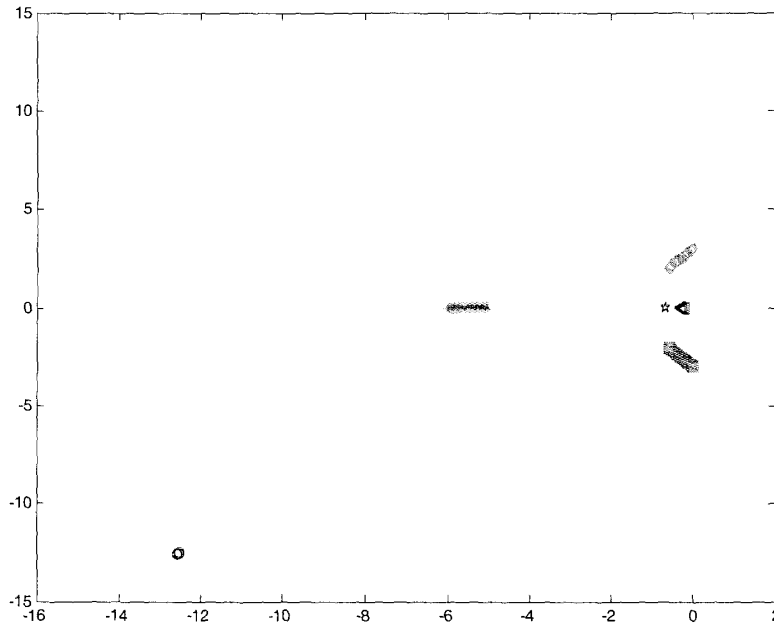
$$1 - \frac{K_q}{T_q S + 1} \frac{b2S^2 + b1S + b0}{a5S^5 + a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0} - \frac{K_n}{T_n S + 1} \frac{V\bar{Z}_\alpha}{g(S + \bar{Z}_\alpha)} \frac{b2S^2 + b1S + b0}{a5S^5 + a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0} = 0$$

$$(T_n S + 1)(T_q S + 1)(g(S + \bar{Z}_\alpha))(a5S^5 + a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0) - K_q(T_n S + 1)(g(S + \bar{Z}_\alpha))(b2S^2 + b1S + b0) - K_n V\bar{Z}_\alpha(T_q S + 1)(b2S^2 + b1S + b0) = 0$$

$$(T_n T_q S^2 + (T_n + T_q)S + 1)(g(S + \bar{Z}_\alpha))(a5S^5 + a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0) - K_q g(T_n S^2 + (T_n \bar{Z}_\alpha + 1)S + \bar{Z}_\alpha)(b2S^2 + b1S + b0) - K_n V\bar{Z}_\alpha(T_q b2S^3 + (T_q b1 + b2)S^2 + (T_q b0 + b1)S + b0) = 0$$

$$g[T_n T_q S^3 + (T_n T_q \bar{Z}_\alpha + T_n + T_q)S^2 + (T_n \bar{Z}_\alpha + T_q \bar{Z}_\alpha + 1)S + \bar{Z}_\alpha] \dots (a5S^5 + a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0) - K_q g[T_n b2S^4 + (T_n b1 + (T_n \bar{Z}_\alpha + 1)b2)S^3 + (T_n b0 + (T_n \bar{Z}_\alpha + 1)b1 + \bar{Z}_\alpha b2)S^2 + \dots ((T_n \bar{Z}_\alpha + 1)b0 + \bar{Z}_\alpha b1)S + \bar{Z}_\alpha b0] - K_n V\bar{Z}_\alpha [T_q b2S^3 + (T_q b1 + b2)S^2 + (T_q b0 + b1)S + b0] = 0$$

$$\begin{aligned}
& gT_n T_q a 5 S^8 + \\
& (gT_n T_q a 4 + g(T_n T_q \bar{Z}_\alpha + T_n + T_q) a 5) S^7 + \\
& (gT_n T_q a 3 + g(T_n T_q \bar{Z}_\alpha + T_n + T_q) a 4 + g(T_n \bar{Z}_\alpha + T_q \bar{Z}_\alpha + 1) a 5) S^6 + \\
& (gT_n T_q a 2 + g(T_n T_q \bar{Z}_\alpha + T_n + T_q) a 3 + g(T_n \bar{Z}_\alpha + T_q \bar{Z}_\alpha + 1) a 4 + g\bar{Z}_\alpha a 5) S^5 + \\
& (gT_n T_q a 1 + g(T_n T_q \bar{Z}_\alpha + T_n + T_q) a 2 + g(T_n \bar{Z}_\alpha + T_q \bar{Z}_\alpha + 1) a 3 + g\bar{Z}_\alpha a 4 - K_q g T_n b 2) S^4 + \\
& (gT_n T_q a 0 + g(T_n T_q \bar{Z}_\alpha + T_n + T_q) a 1 + g(T_n \bar{Z}_\alpha + T_q \bar{Z}_\alpha + 1) a 2 + g\bar{Z}_\alpha a 3 + \dots \\
& - K_q g(T_n b 1 + (T_n \bar{Z}_\alpha + 1) b 2) - K_n V \bar{Z}_\alpha T_q b 2) S^3 + \\
& (g(T_n T_q \bar{Z}_\alpha + T_n + T_q) a 0 + g(T_n \bar{Z}_\alpha + T_q \bar{Z}_\alpha + 1) a 1 + g\bar{Z}_\alpha a 2 + \dots \\
& - K_q g(T_n b 0 + (T_n \bar{Z}_\alpha + 1) b 1 + \bar{Z}_\alpha b 2) - K_n V \bar{Z}_\alpha (T_q b 1 + b 2)) S^2 + \\
& (g(T_n \bar{Z}_\alpha + T_q \bar{Z}_\alpha + 1) a 0 + g\bar{Z}_\alpha a 1 - K_q g((T_n \bar{Z}_\alpha + 1) b 0 + \bar{Z}_\alpha b 1) - K_n V \bar{Z}_\alpha (T_q b 0 + b 1)) S + \\
& (g\bar{Z}_\alpha a 0 - K_q g \bar{Z}_\alpha b 0 - K_n V \bar{Z}_\alpha b 0) = 0
\end{aligned}$$



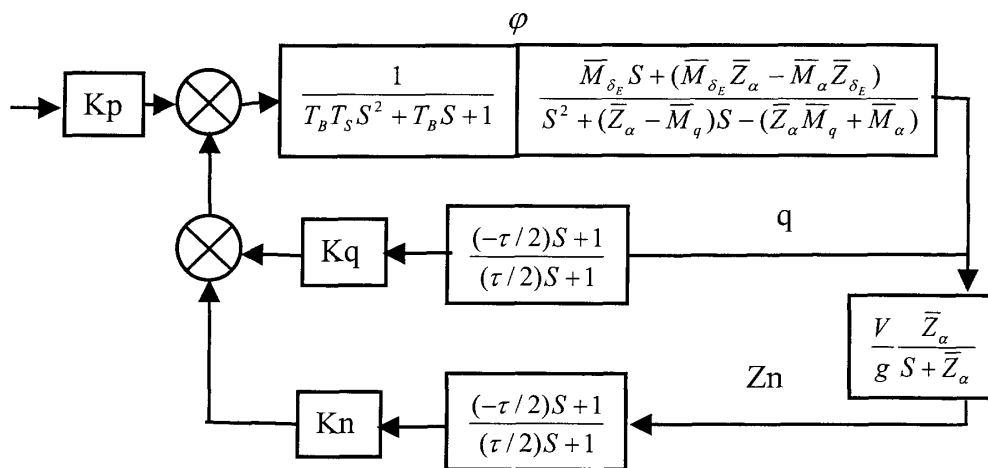
為方便看清楚根軌跡，起止根列舉如下(最左根未上圖)：

第一組根	最後組
1.0e+002 *	1.0e+002 *
-1.0000 - 0.0000i	-1.0000 + 0.0000i
-0.1250 - 0.1250i	-0.1257 - 0.1258i
-0.1250 + 0.1250i	-0.1257 + 0.1258i
-0.0503 + 0.0000i	-0.0601 + 0.0000i
-0.0059 - 0.0204i	0.0000 - 0.0301i
-0.0059 + 0.0204i	0.0000 + 0.0301i
-0.0069 + 0.0000i	-0.0066 - 0.0000i
-0.0020 - 0.0000i	-0.0030 + 0.0000i

相關參數亦列印如下：Tb=0.08; Ts=0.04; Tq=5.0; Tn=0.2; Mq=-0.533;
Ma=-4.034; Mde=-2.38; Za=0.691; Zde=0.03; V=243.0; g=9.8; t=0.02;

本根軌跡圖以 Kq/Kn=0.02 進行，最後終止於 Kq=5.1、Kn=0.102，
其他比率尚未發現較好之根！

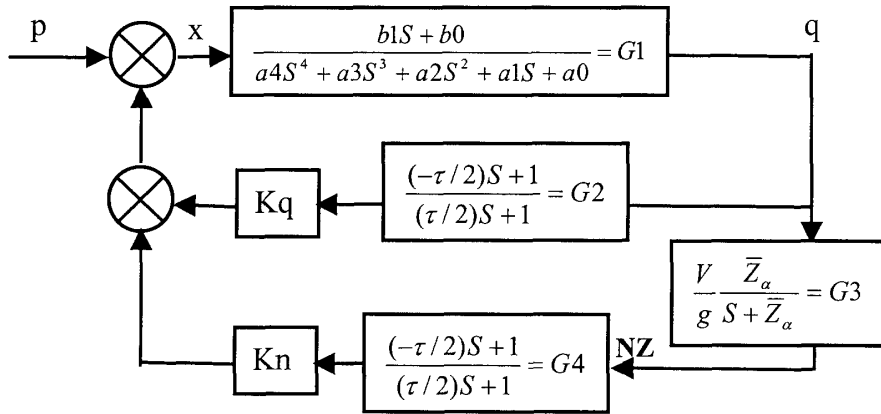
另外一種想法是吾人省略 Kq 及 Kn 前之 Filter，取代以 Time Delay，同時把致動器後之 Time Delay 拿掉，重新分析其系統如下：



將致動器、q/φ模式乘開如下：

$$\frac{\overline{M}_{\delta_E} S + (\overline{M}_{\delta_E} \overline{Z}_\alpha - \overline{M}_\alpha \overline{Z}_{\delta_E})}{T_B T_S S^4 + (T_B T_S (\overline{Z}_\alpha - \overline{M}_q) + T_B) S^3 + (1 - T_B T_S (\overline{Z}_\alpha \overline{M}_q + \overline{M}_\alpha) + T_B (\overline{Z}_\alpha - \overline{M}_q)) S^2 + (-T_B (\overline{Z}_\alpha \overline{M}_q + \overline{M}_\alpha) + (\overline{Z}_\alpha - \overline{M}_q)) S - (\overline{Z}_\alpha \overline{M}_q + \overline{M}_\alpha)}$$

並記之為 $\frac{b1S + b0}{a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0}$ ，原系統整理為



其特性方程式推導如下：

$$\begin{aligned} n_z &= G3 \cdot q \\ q &= G1 \cdot x = G1 \cdot (p + Kq \cdot G2 \cdot q + Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot q) \\ q &= \frac{G1 \cdot p}{(1 - Kq \cdot G2 \cdot G1 - Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot G1)} \\ n_z &= \frac{G3 \cdot G1 \cdot p}{(1 - Kq \cdot G2 \cdot G1 - Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot G1)} \\ \frac{n_z(S)}{p(S)} &= \frac{G3 \cdot G1}{(1 - Kq \cdot G2 \cdot G1 - Kn \cdot G4 \cdot G3 \cdot G1)} \end{aligned}$$

於是特性方程式為

$$\begin{aligned} 1 - K_q \frac{-TS + 1}{TS + 1} \frac{b1S + b0}{a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0} - \\ K_n \frac{-TS + 1}{TS + 1} \frac{V \overline{Z}_\alpha}{g(S + \overline{Z}_\alpha)} \frac{b1S + b0}{a4S^4 + a3S^3 + a2S^2 + a1S + a0} = 0 \end{aligned}$$

其中 $T = \tau/2$ ，或是再展開

$$(TS+1)(g(S+\bar{Z}_\alpha))(a4S^4+a3S^3+a2S^2+a1S+a0)-K_q(-TS+1)(gS+g\bar{Z}_\alpha)(b1S+b0)-K_nV\bar{Z}_\alpha(-TS+1)(b1S+b0)=0$$

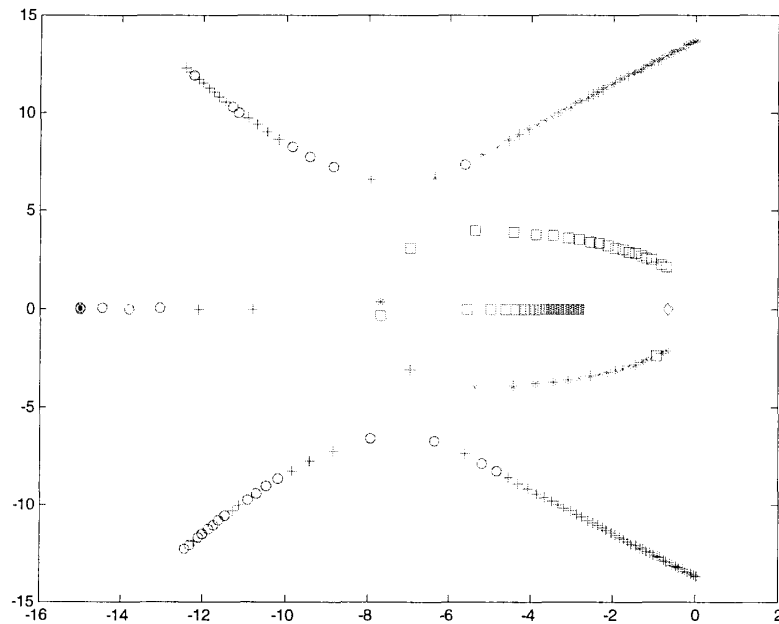
或是

$$g(TS^2+(T\bar{Z}_\alpha+1)S+\bar{Z}_\alpha)(a4S^4+a3S^3+a2S^2+a1S+a0)-K_qg(-TS^2+(-T\bar{Z}_\alpha+1)S+\bar{Z}_\alpha)(b1S+b0)-K_nV\bar{Z}_\alpha(-Tb1S^2+(-Tb0+b1)S+b0)=0$$

或是

$$gTa4S^6 + (gTa3 + g(T\bar{Z}_\alpha + 1)a4)S^5 + (gTa2 + g(T\bar{Z}_\alpha + 1)a3 + g\bar{Z}_\alpha a4)S^4 + (gTa1 + g(T\bar{Z}_\alpha + 1)a2 + g\bar{Z}_\alpha a3 + K_qgTb1)S^3 + (gTa0 + g(T\bar{Z}_\alpha + 1)a1 + g\bar{Z}_\alpha a2 + K_qgTb0 - K_qg(-T\bar{Z}_\alpha + 1)b1 + K_nV\bar{Z}_\alpha Tb1)S^2 + (g(T\bar{Z}_\alpha + 1)a0 + g\bar{Z}_\alpha a1 - K_qg(-T\bar{Z}_\alpha + 1)b0 - K_qg\bar{Z}_\alpha b1 - K_nV\bar{Z}_\alpha(-Tb0 + b1))S^1 + g\bar{Z}_\alpha a0 - K_qg\bar{Z}_\alpha b0 - K_nV\bar{Z}_\alpha b0 = 0$$

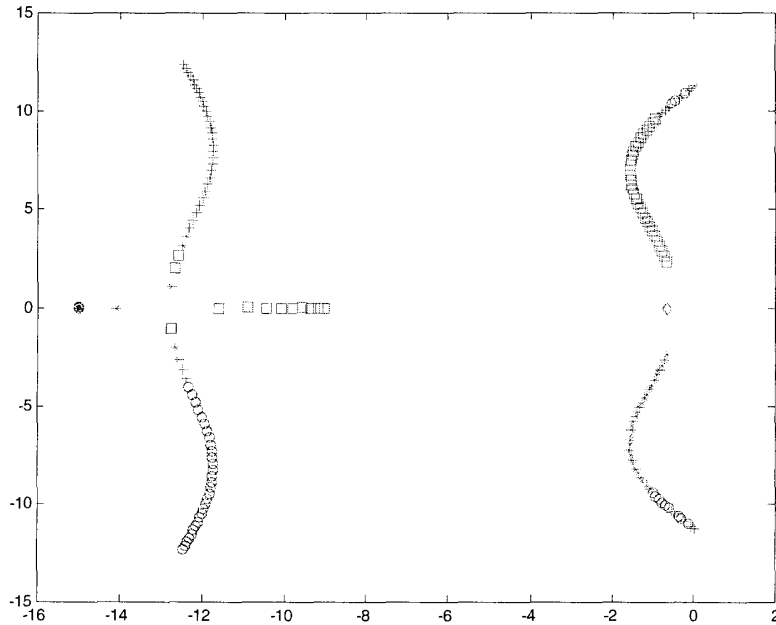
其根軌跡圖經設計軟體程式後繪製如下：



上圖之結果使用 $K_n/K_q=0.1$ 進行模擬，第一組根、最後一組根

與系統不穩定前之 K_q, K_n 分別列舉如下(根實數 <-15 者未上圖)：

第一組根	最後組(LK=65)	最後增益值
-99.9812 + 0.0000i	-98.7338 + 0.0000i	$K_q = 6.5000$
-12.4053 - 12.3130i	-24.7362 + 0.0000i	$K_n = 0.6500$
-12.4053 + 12.3130i	0.0163 - 13.7024i	
-0.7186 - 2.1370i	0.0163 + 13.7024i	
-0.7186 + 2.1370i	-2.8313 - 0.0000i	
-0.6860 - 0.0000i	-0.6464	



上圖之結果使用 $K_n/K_q=0.3$ 進行模擬，第一組根、最後一組根

與系統不穩定前之 K_q, K_n 分別列舉如下(根實數 <-15 者未上圖)：

第一組根	最後組(LK=44)	最後增益值
-99.9818 + 0.0000i	-99.1834 + 0.0000i	Kq = 4.4000 Kn = 1.3200
-12.4501 -12.3228i	-18.0835 + 0.0000i	
-12.4501 +12.3228i	0.0076 -11.2465i	
-0.6772 - 2.3327i	0.0076 +11.2465i	
-0.6772 + 2.3327i	-9.0197	
-0.6785 - 0.0000i	-0.6435	

Kq/Kn 比值>0.3 者未發現好結果，顯示結果發現 Kq 與 Kn 比值在 1/10 左右有較理想之根。

6、橫航向操縱品質氣動力參數研究_個案六

本個案主要在探討橫航向動態方程式中， $M_x^\beta, M_y^\beta, K_\gamma$ 等參數與 γ 回饋增益值對 λ 之影響。飛機橫航向動態方程式如下：

$$\dot{\omega}_x = \tilde{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \tilde{M}_x^{\omega_y} \omega_y + \tilde{M}_x^{\omega_\beta} \beta + \tilde{M}_x^{\delta_A} \delta_A + \tilde{M}_x^{\delta_R} \delta_R$$

$$\dot{\omega}_y = \tilde{M}_y^{\omega_x} \omega_x + \tilde{M}_y^{\omega_y} \omega_y + \tilde{M}_y^{\omega_\beta} \beta + \tilde{M}_y^{\delta_A} \delta_A + \tilde{M}_y^{\delta_R} \delta_R$$

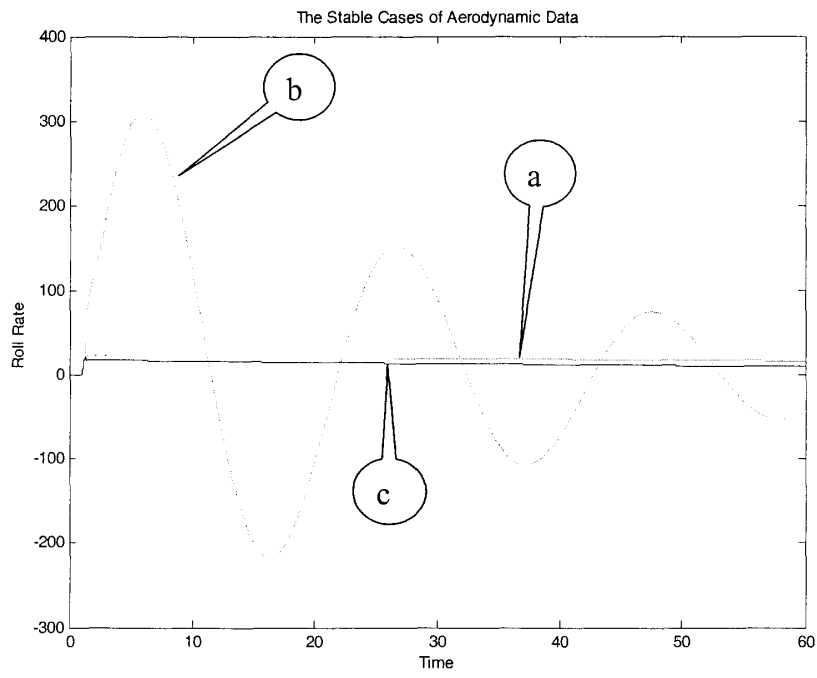
$$\dot{\beta} = \frac{g}{V} n_z^\beta \beta + \omega_y \cos(\alpha) + \omega_x \sin(\alpha) + \frac{g}{V} \gamma \cos(\alpha)$$

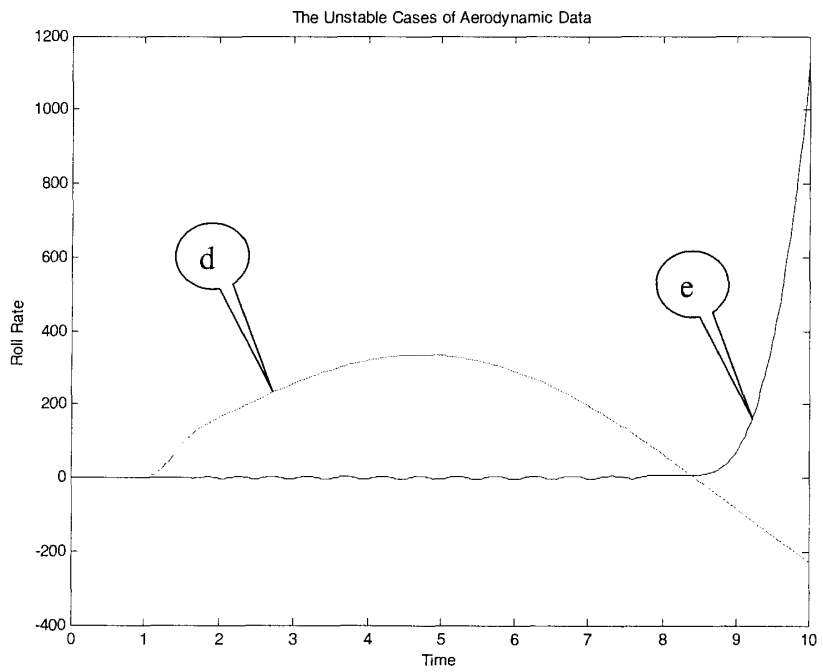
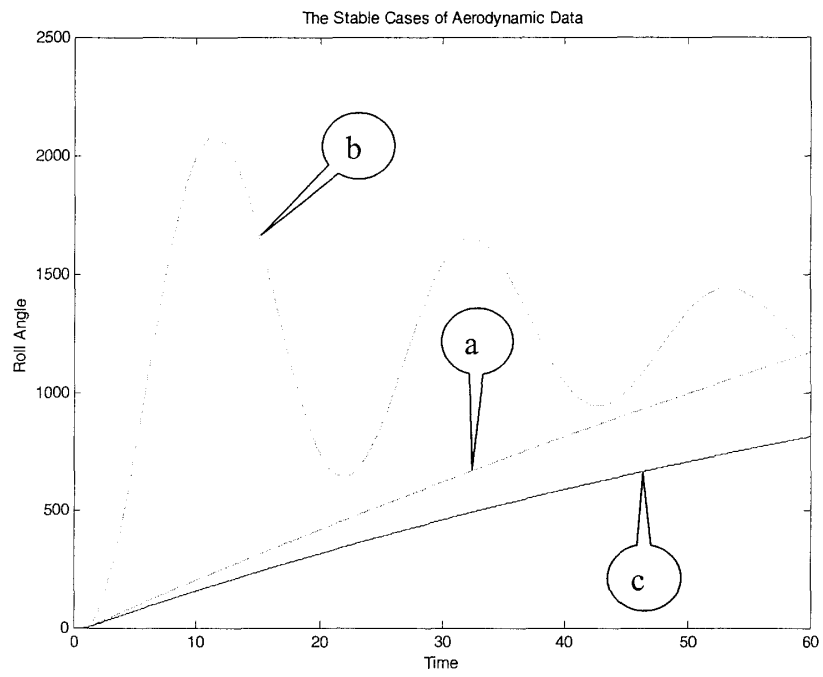
$$\dot{\gamma} = \omega_x - \omega_y \tan(\alpha)$$

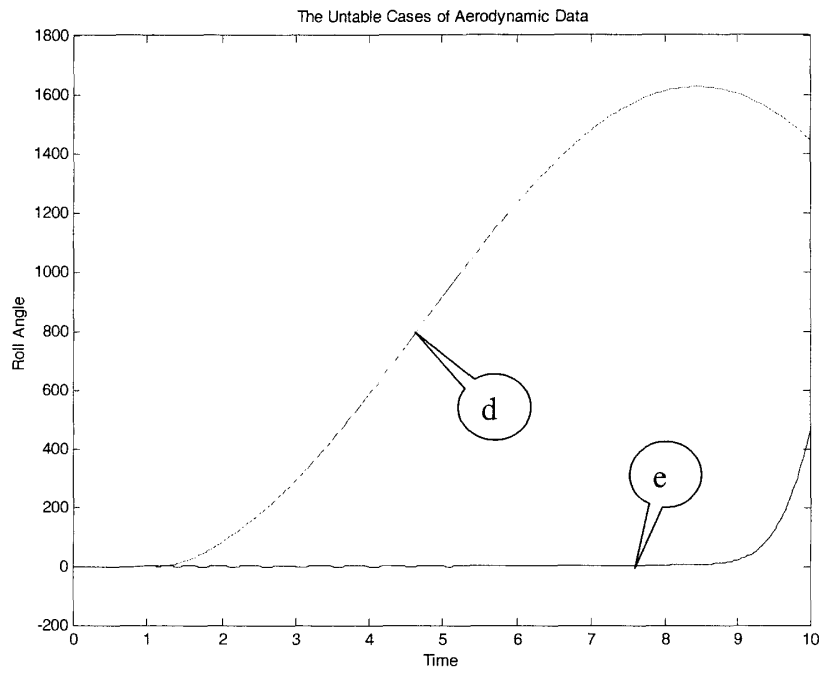
其中假設 $\alpha = 0, \delta_R = 0, \delta_A = \text{Step}(10) + K_\gamma \cdot \gamma$ 。經由 MATLAB 以下列參數進行分析。

$\tilde{M}_X^{\omega_X} = -3.0$	$\tilde{M}_X^{\omega_X} = -3.0$	$\tilde{M}_X^{\omega_X} = -1.5$	$\tilde{M}_X^{\omega_X} = -3.0$	$\tilde{M}_X^{\omega_X} = -1.5$
$\tilde{M}_X^{\omega_Y} = -0.5$	$\tilde{M}_X^{\omega_Y} = -0.5$	$\tilde{M}_X^{\omega_Y} = -0.3$	$\tilde{M}_X^{\omega_Y} = -0.5$	$\tilde{M}_X^{\omega_Y} = -0.3$
$\tilde{M}_X^{\omega_\beta} = -15$	$\tilde{M}_X^{\omega_\beta} = -15$	$\tilde{M}_X^{\omega_\beta} = -6$	$\tilde{M}_X^{\omega_\beta} = -15$	$\tilde{M}_X^{\omega_\beta} = -3$
$\tilde{M}_X^{\delta_A} = -50$	$\tilde{M}_X^{\delta_A} = -50$	$\tilde{M}_X^{\delta_A} = -50$	$\tilde{M}_X^{\delta_A} = -50$	$\tilde{M}_X^{\delta_A} = -20$
$\tilde{M}_X^{\delta_R} = -15$	$\tilde{M}_X^{\delta_R} = -15$	$\tilde{M}_X^{\delta_R} = -15$	$\tilde{M}_X^{\delta_R} = -15$	$\tilde{M}_X^{\delta_R} = -2$
$\tilde{M}_Y^{\omega_X} = -0.7$	$\tilde{M}_Y^{\omega_X} = -0.7$	$\tilde{M}_Y^{\omega_X} = -0.3$	$\tilde{M}_Y^{\omega_X} = -0.7$	$\tilde{M}_Y^{\omega_X} = -0.3$
$\tilde{M}_Y^{\omega_Y} = -0.9$	$\tilde{M}_Y^{\omega_Y} = -0.9$	$\tilde{M}_Y^{\omega_Y} = -5.0$	$\tilde{M}_Y^{\omega_Y} = -2.0$	$\tilde{M}_Y^{\omega_Y} = -0.3$
$\tilde{M}_Y^{\omega_\beta} = -6$	$\tilde{M}_Y^{\omega_\beta} = -2$	$\tilde{M}_Y^{\omega_\beta} = -2$	$\tilde{M}_Y^{\omega_\beta} = -2.0$	$\tilde{M}_Y^{\omega_\beta} = +3$
$\tilde{M}_Y^{\delta_A} = -2$	$\tilde{M}_Y^{\delta_A} = -2$	$\tilde{M}_Y^{\delta_A} = -2$	$\tilde{M}_Y^{\delta_A} = -2$	$\tilde{M}_Y^{\delta_A} = 0.5$
$\tilde{M}_Y^{\delta_R} = -14$	$\tilde{M}_Y^{\delta_R} = -14$	$\tilde{M}_Y^{\delta_R} = -14$	$\tilde{M}_Y^{\delta_R} = -14$	$\tilde{M}_Y^{\delta_R} = -5$
$n_z^\beta = -0.7$	$n_z^\beta = -0.7$	$n_z^\beta = -0.7$	$n_z^\beta = -0.7$	$n_z^\beta = -0.25$
$K_Y = 0.4$	$K_Y = 0.4$	$K_Y = 0.4$	$K_Y = 0.4$	$K_Y = \text{any}$
$V = 200\text{m/s}$	$V = 200\text{m/s}$	$V = 200\text{m/s}$	$V = 200\text{m/s}$	$V = 150\text{m/s}$
a	b	c	d	e

其中 Case a: 原始 Data, $\lambda_r = -1.0$, $\lambda_{sp} = 0.1$, Case b: 讓 λ_r 變大幾近 unstable, $\lambda_{sp} = -0.4$, Case c: $\lambda_r = -1.2$, $\lambda_{sp} = 5.0$, Case d: Unstable dutch roll, Case e: Unstable case。分析後結果如下圖。







肆、建議與結論

一、蘇聯模擬器能量分析

蘇聯在飛機動態數學模式方面確實為世界上首屈一指，其仿真度已提昇至 90% 以上。本次合作案即將目標鎖定在這方面。蘇聯在視效系統以及 3D 圖像儀表方面不管是 IG 選用或 3D 圖像軟體設計，均與我國不相上下。蘇聯的動感系統有線性致動型史都瓦平台，也有旋轉致動型 Gyroscope 動感系統，其動感軟體係為自行設計，也有產品輸出國外，步伐稍比與台灣領先。以前蘇聯曾自製較簡單之油壓式力感系統，但目前他們也進口荷蘭 Fokker 之力感系統，與我國並駕齊驅。

在車輛模擬方面，未見蘇聯大量展開研究或製造，在航空生理訓練機方面，蘇聯目前尚仰賴歐洲進口，我國在這幾方面先佔優勢。

二、蘇聯與台灣模擬事業合作分析

蘇聯中、老輩份者技術與工程經驗豐富，但少有企業經營理念，蘇聯少、壯年代者已有資本主義觀念，但缺乏迅速發展的訓練與本錢。這時候聰明的國家應該是來挖角或購買合理價格技術的時候。

蘇聯民族個性介於中國人與西方人之間，凡事依法這是西方模式，沒有絕對行不通的事，這是中國人的模式。蘇聯有無機會與台灣模擬事業進行合作，筆者以這近三個月的觀察，簡單分析如下：

- 1、蘇聯有無可能把模擬器訂單交給臺灣：除了航空生理訓練機之外，其他不可能，他們有一大批人等著這種訂單。
- 2、如果臺灣獲得第三國訂單，需蘇聯提供部份技術(如 Modeling)：這絕對是可能的，但應該避開政治路線，以純商業交易進行。
- 3、如果臺灣自行研發工作需蘇聯提供部份技術支援：這絕對是可行的，但臺灣最好有辦法知道合作目標，儘量避開政治路線，或以

顧問方式進行。如果僅是購買蘇聯較合理價位(比歐美國家)，那更無問題。

- 4、蘇聯模擬器口碑尚好之公司 Dynamika，其領導人說他們沒有絕對不賣的戰機動態數學模式，他們有比較合理價位的產品，他們有熱忱與台灣進行合作。

三、本合作案重要技術成果

本次重要技術收穫在蘇聯飛機動態數學模式建模過程，包括氣動力部份與控制設計部份，主要內容在 3.3.2 節至 3.3.6 節，其中又以畫底線者為重要或為蘇聯特點。筆者簡單歸納如下：

- 1、數學與物理之一貫模式：蘇聯的座標系統使駕駛輸入與操縱面反應三軸均呈現一貫性(國際座標之 Z 軸不是)，簡化各種設計之邏輯推演。詳細參考 3.3.2 節。
- 2、飛控設計模式(P→D→I)：他們飛行控制設計模式幾乎都可遵循下列模式得到解，第一步由實際量與理想值之差建立增益量(P Gain)，第二步由轉速(P、Q、R)回饋調整合理阻尼(D Gain)，第三步由穩態誤差決定是否需要增加實際量與理想值差之積分項(I Gain)，最後視物理特性補足其他元件(Structure Filter、Lead-Lag Filter 等等)回頭檢查非線性行為。詳細參考 3.3.3 節至 3.3.5 節。
- 3、特殊飛行控制設計：特殊飛行設計重點有三，第一可執行特殊

飛行動作飛機之氣動力數據，第二控制律設計，第三進入特殊飛行與從特殊飛行解出之操縱行為。詳細參考本報告 3.3.6 節。

- 4、建立模擬產業蘇聯之聯繫橋樑：已經與 Dynamika 公司建立模擬資訊聯繫橋樑、與 TsAGI 重要人員建立友誼及聯繫資訊、也請 ICTC 公司協助擴大蒐集合作資訊中。為我國模擬產業在蘇聯之國際市場開啟前哨業務！

四、結語

- 本次合作案目標艱難，但總算相當成功，想學的學到了、想蒐集的搜集了、想建立爾後合作橋樑也建立了。
- 蘇聯人並不願在書面上同意技轉。但是時間與用心可以幫助您建立長遠友誼，友誼可以幫助解決很多困難。北國豪邁性格，友誼讓我終身不忘。
- 筆者原本不識俄語，近三個的行程平均一個月只與台灣人見面一次，其餘均與俄國人日夜為伍，環境特殊，任務成敗端賴自己是否用心去經營，語言終於不是障礙。
- 拓展模擬器國際市場是我國自今年起豎立之經營方向，若有機會與蘇聯合作，筆者已有信心再創更好之前哨業務！

五、附件一部份活動相片



參加國慶會圖一



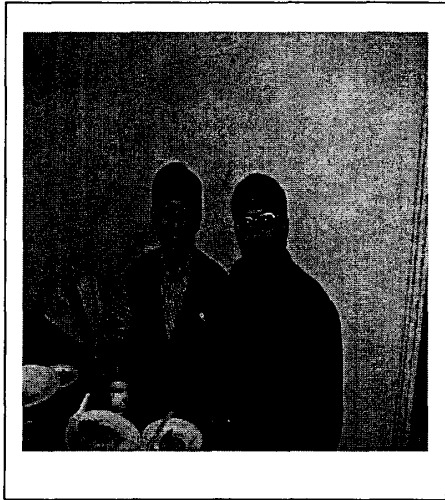
參加國慶會圖二



拜會 Dynamika 模擬公司圖一



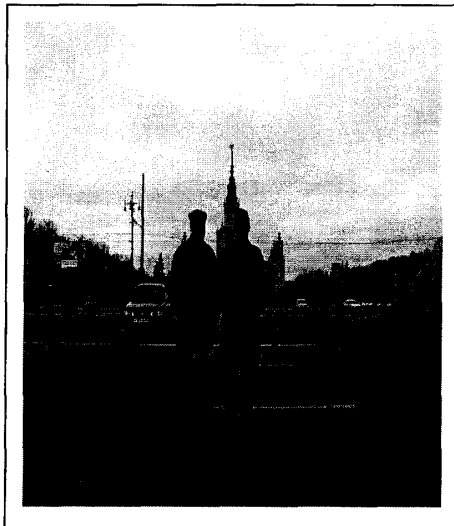
拜會 Dynamika 模擬公司圖二



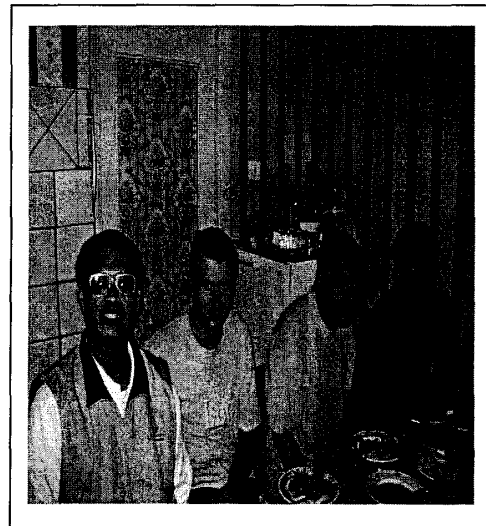
拜會經濟組廖秘書



會見蘇凱戰機飛官 GOLODENKO



與 ICTC 之 Andrey Dynilin 在莫大合影



與蘇聯 Flight Test Engineer(右)合影



歡送會圖一



歡送會圖二